This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

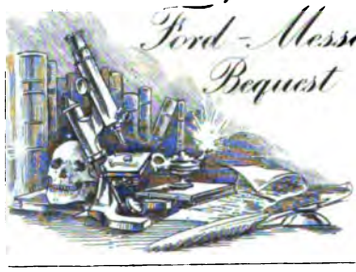
+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford-Messer
Bequest



Q
54
.A18
ser.2
v.5-6

RENDICONTO

DELL' ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 2.ª — VOL. V.

(ANNO XXX).

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE
DIRETTA DA MICHELE DE RUBERTIS

1891

RAPPORTO

DEI LAVORI COMPIUTI DALL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

NELL'ANNO 1890

LETTO NELL'ADUNANZA GENERALE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

TENUTA NEL DÌ 4 GENNAJO 1891

DAL SEGRETARIO

A. Oglialoro-Todaro.

Egregi colleghi,

Nell'anno passato sono stati presentati alla nostra Accademia ben 45 lavori. Di essi 37, per intero od in sunto, si trovano stampati nel Rendiconto; di 6 ne fu ammessa la pubblicazione nel volume IV, Serie 2ª degli Atti; uno, in seguito alle osservazioni fattevi dalla Commissione, che per l'articolo 19 del nostro Regolamento era chiamata a darne giudizio, venne ritirato dal suo autore per completarlo; un altro, in fine, le *Nuove tavole delle funzioni iperboliche*, *aventi per argomento il loro doppio settore* del Professore Angelo Forti, quantunque molto importante, per la sua natura non ha potuto essere pubblicato, anche in sunto, negli Atti dell'Accademia.

Farò, com'è mio dovere di Segretario, una breve esposizione dei lavori pubblicati.

Il socio Albini ha presentato due note di lavori sperimentali, l'una dal titolo « *Sulla mobilità dei liquidi viscosi non omogenei* »; l'altra « *Sulla possibilità di trasporto di microrganismi per energica evaporazione dei liquidi che li contengono* ».

Nel primo lavoro dimostra che un liquido vischioso non omogeneo, cioè composto di una sostanza in polvere finissima e leggiera sospesa in un liquido di maggiore densità, può, dopo lungo riposo in recipiente di forma opportuna, simulare temporaneamente uno stato solido, perchè immobile nel recipiente anche quando questo venga capovolto e scosso. E questo crede il socio Albini che possa essere una spiegazione fisica del fenomeno conosciuto sotto il nome di *Miracolo di S. Gennaro*.

Nell'altro lavoro fa vedere come una corrente rapida di aria secca, la quale sfiori un liquido contenente microrganismi, provocando un'energica evaporazione, possa trascinare microrganismi o germi degli stessi assieme al vapor di acqua.

Il socio Bassani ha pubblicato una nota preliminare sul *Calcare a nerinee di Pignataro Maggiore, in provincia di Caserta*, scritta sopratutto per rettificare un errore topo-

133762

grafico relativo al monte di Visciano, visitato tempo addietro dal dottore Oppenheim di Berlino e da lui. In questa nota, dopo avere accennato alle condizioni stratigrafiche di alcuni giacimenti della Campania, li paragona fra loro e conclude riferendo colla massima probabilità il calcare a nerinee di Pignataro Maggiore alla serie cretacea e ripromettendosi risultati sicuri dallo studio, già iniziato, dei fossili che vi sono racchiusi.

Sulla teoria delle funzioni algebriche di più variabili è il titolo di una nota del socio Capelli. In questo lavoro egli si è occupato dell'estensione del noto criterio, dato dalla teoria delle sostituzioni, per riconoscere se una funzione razionale di più variabili sia esprimibile razionalmente per mezzo di un'altra funzione razionale data e delle funzioni simmetriche elementari delle variabili. Egli ha mostrato in qual modo questo criterio si debba estendere al caso in cui una delle due funzioni date, od entrambe, siano funzioni algebriche qualsivogliano delle variabili indipendenti.

Il socio Costa ha presentato una terza memoria di *Miscellanea Entomologica*, la quale tratta quattro diversi argomenti. Il primo riguarda la illustrazione de' Tentredinidei della Grecia. Un altro è relativo ad un nuovo genere di Tentredinidei Italiani. Il terzo comprende la descrizione di quattro nuovi Imenotteri dell'Armenia. L'ultimo si riferisce ad una nuova specie di Ortotteri Blattidei del genere *Derocalymma* provenienti dal Capo di Buona Speranza.

Dal socio Fergola, Direttore del R. Osservatorio di Capodimonte, l'Accademia ha ricevuto le Osservazioni Meteoriche fatte nell'anno 1890.

L'ecclisse solare, parziale per noi, del dì 17 giugno dell'anno passato è stato l'oggetto di due note pubblicate nel Rendiconto.

Il socio Fergola ha comunicato l'ora del primo contatto e del distacco osservati all'equatoriale di Bishop, all'equatoriale di Reichenbach, al Circolo meridiano di Repsold ed allo strumento dei passaggi di Reichenbach.

Il socio Palmieri, durante l'ecclisse trovandosi all'Osservatorio vesuviano, ebbe a notare due fatti: il primo risguardante una fase d'incremento nel dinamismo del cratere Vesuviano, con boati, proiettili incandescenti e globi copiosi di fumo rossiccio, quale suole mostrarsi nelle grandi eruzione; l'altro, che gli parve pur degno di nota, fu il continuo oscillare dell'indice galvanometrico, che indicava il passaggio della corrente tellurica.

Lo stesso socio Palmieri, dopo la nota menzionata *sulla corrente tellurica ed il dinamismo del cratere vesuviano durante l'ecclisse solare del dì 17 giugno 1890*, comunicò all'Accademia i risultati ottenuti da *osservazioni simultanee sul dinamismo del cratere del Vesuvio e della grande fumarola della Solfatara di Pozzuoli, fatte negli anni 1888-89 e 90.*

Gli storici delle conflagrazioni vesuviane spesso asserirono, e non di rado negarono, che vi fosse coincidenza tra le maggiori conflagrazioni vesuviane e gli aumenti di attività della grande fumarola della Solfatara; ma avendo il Professore Giuseppe De Luca stabilito a sue spese nello interno del vecchio cratere della Solfatara un osservatorietto geadinamico, il nostro Palmieri, col consenso del De Luca, si mise di ac-

cordo coll'Assistente dell'Osservatorio della Solfatara, per avere le osservazioni quotidiane del grado di attività della grande fumarola, secondo istruzioni da lui date, per confrontarle con quelle fatte giornalmente nell'Osservatorio Vesuviano, tenendo conto principalmente delle indicazioni degli strumenti sismici. Essendo il Vesuvio in moderata continua attività fin dal 1875, sebbene non siansi verificate fasi eruttive di grande importanza, pure, dopo tre anni di osservazioni, si è potuto notare che le coincidenze sono assai frequenti, ma non perfettamente costanti, per modo che non mancano casi di maggiore attività, che si manifestano isolatamente nell'uno o nell'altro cratere.

Le correnti telluriche all' Osservatorio vesuviano, osservate per un anno intero non meno di quattro volte al giorno è il titolo di una terza nota del socio Palmieri. Fin dal 1860 il nostro socio, mentre proseguiva i suoi studii sopra l'elettricità atmosferica all'Osservatorio Vesuviano, avea tentato, con quei mezzi di cui poteva disporre, di fare uno studio sulle correnti telluriche, ma non avendo potuto ottenere lo impianto di una linea di parecchi chilometri, fu obbligato a sospendere le sue indagini. Recentemente però il Ministro delle poste e telegrafi mise a disposizione del Direttore dell'Osservatorio nove chilometri di filo che servivano al telegrafo della funicolare del Vesuvio, l'amministrazione della quale impiantò a sue spese una linea telefonica. Corre già il secondo anno in cui le osservazioni si fanno quattro volte al giorno, e si sono verificati fatti, che tolgono in gran parte il significato alle numerose osservazioni precedenti, fatte in tutte le parti del mondo. Così, per esempio, ponendo il filo nel meridiano magnetico od astronomico si disse che la corrente meridiana va da Nord a Sud, e ponendone un altro perpendicolare al primo, si disse che la corrente equatoriale va da Est ad Ovest. Dal che si dedusse la vera direzione della corrente tellurica essere da Nord-Est a Sud-Ovest, ed intanto la corrente tellurica nel filo della Scuola Superiore di Agricoltura di Portici con l'Osservatorio Vesuviano è diretta costantemente da Sud-Ovest a Nord-Est, ed avendo messo un altro filo in altri azimut sempre con qualche inclinazione all'orizzonte, la corrente si è mostrata costantemente diretta di basso in alto.

Anche quest'anno varî lavori di chimica sono stati pubblicati dalla nostra Accademia.

Il socio Oglialoro ha trattato: assieme al D.r Emilio Rosini « *Sull'acido ortonitrofenilcinnamico e sull' idrofenilcarbostirile* »; unitamente al D.r Oreste Forte « *Sugli acidi metacresolglicolico e metacresolcinnamico* » ed assieme alla Signorina Marussia Bakunin « *Sugli acidi meta e paranitrofenilcinnamici e sopra alcuni loro derivati* ».

Un lavoro, nel quale le chimiche reazioni non hanno poca parte, è quello del socio corrispondente Paladino: *Su un nuovo processo per le indagini microscopiche dei centri nervosi.*

Il nuovo processo consiste nella reazione del joduro di potassio col cloruro di palladio, per cui si produce il joduro di palladio, che colora gli elementi dei centri nervosi in colore caffè. I vantaggi della detta reazione sono: la rapidità colla quale avviene, la sicurezza della riuscita, e la delicatezza dei risultati. In prova di ciò il nostro socio riferisce: 1° che ha potuto dare la dimostrazione che lo stroma mielinico delle fibre nervose centrali è in continuazione del nevroglio o sostanza interstiziale dei centri

nervosi, e risulta detto stroma di elementi cellulari a corpo fusoide ed esile e con numerosi e sottilissimi prolungamenti; 2° che le cellule nervose del midollo spinale sono circondate nelle lacune in cui si trovano annidate da fili sottili che s'intrecciano e si ramificano variamente, e sempre in manifesta continuazione col nevroglio; 3° che il prolungamento nervoso delle cellule multipolari è in diretto rapporto col nucleo delle stesse.

Ammalato e non poco, ma sempre con ammirevole costanza dedito al lavoro, il socio Licopoli ha presentato due note. Nella prima di esse, *Sopra alcune sementi provenienti dagli scavi di Pompei*, dopo aver fatto notare che le sementi e le altre sostanze organiche, come frutti e materie tessili, provenienti da Pompei, si trovano allo stato di completa carbonizzazione, e grande friabilità, epperò nella impossibilità di eseguirne veruna sezione microscopica, ne fa la determinazione sottoponendo alle osservazioni microscopiche il residuo della completa incenerazione. Nella seconda, *Sulla Graphiola phoenicis* Poiteau, parla di questo fungo parassita e della sua comparsa in parecchie piante di Dattero, coltivate nell'Orto botanico della nostra Università.

Una contribuzione notevole per la conoscenza della funzione chimica degli elementi è lo *Studio cristallografico sui fluossisali del molibdeno* fatto dal nostro socio corrispondente Eugenio Scacchi. I sali esaminati sono il fluossimolibdato ($MoO_2Fl_2, CuFl_2, 4\,H_2O$) e l'ipofluossimolibdato di rame ($MoOFl_3, CuFl_2, 4\,H_2O$), appartenenti al sistema monoclino e senza alcun dubbio isomorfi, e l'ipofluossimolibdato di zinco ($MoOFl_3, ZnFl_2 . H_2O$), che cristallizza nel sistema romboedrico.

In altre due note il nostro socio si è occupato della *Hauerite*, minerale che prima si conosceva soltanto a Kalinka in Ungheria ed ora è stato trovato nelle solfare di Raddusa in Sicilia. Dopo averne fatto l'analisi, ne descrive le diverse forme dei cristalli e mette in evidenza l'analogia di giacitura fra il minerale della Sicilia e quello proveniente dall'Ungheria.

Dal socio corrispondente Gabriele Torelli abbiamo avuto tre note. Nella prima: *Sopra alcune equazioni alle derivate parziali*, il Torelli, prendendo le mosse da certe proprietà degl'integrali ellittici completi rinvenute dal Prof. Beltrami, ne trova altre più generali corrispondenti per gli integrali trinomii verificanti l'equazione differenziale di Gauss. Tale estensione mostra che le varie proposizioni del Beltrami scaturiscono da un'unica sorgente.

Il secondo lavoro è intitolato: *Sopra una formola data da Halphen relativa alla trasformazione dell'equazioni differenziali lineari*. Il mentovato matematico francese nella sua celebre memoria premiata diede senza dimostrazione una formola per la trasformazione delle dette equazioni. Poichè nei casi particolari il risultato ottenuto applicando la formola in parola discorda nei coefficienti numerici da quello che si ha applicato la trasformazione direttamente, il Torelli presenta una dimostrazione della formola di Halphen, dalla quale trasparisce che la composizione dei detti coefficienti va modificata, e la nuova espressione ben corrisponde ai risultati ricavati nei singoli casi speciali.

La terza nota riguarda l'*Estensione di un teorema di Riemann relativo al quoziente*

degl' integrali ellittici completi di prima specie. Si sa l'importanza che nella parte della teoria delle funzioni ellittiche, in cui si considera come elemento variabile il quoziente dei periodi, ha la proposizione di Riemann che il coefficiente di i nella parte immaginaria di questo quoziente è sempre positivo. Il Torelli nella nota in discorso cerca la proposizione che comprende la precedente, e che riguarda il quoziente degl' integrali trinomii definiti, che verificano l'equazione differenziale di Gauss.

Come negli anni passati, ed in numero non certo minore, parecchi lavori ci sono stato mandati dal R. Osservatorio di Capodimonte, da poco più di un anno diretto dal nostro socio Fergola, in seguito al ritiro del socio De Gasparis, a cui anche oggi mando un affettuoso e riverente saluto e gli augurî di lunga vita, sicuro d'interpetrare un vivo desiderio di voi tutti.

Dall'assistente dottor F. Angelitti ne abbiamo ricevuti quattro:

1° *Sopra una modificazione al metodo di Talcott per determinare la latitudine geografica*;

2° *Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell' anno 1888*;

3° *Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte, eseguite nell' anno 1889*;

4° *Variazioni della declinazione magnetica, osservate a Capodimonte nell' anno 1889.*

Il metodo detto di Talcott, per determinare la latitudine, consiste nel misurare, per mezzo di un micrometro, la differenza delle distanze zenitali meridiane di due stelle, che culminano una a nord, l'altra a sud dello zenit, a distanze zenitali presso a poco eguali. La modifica proposta dall'autore consiste nel fare a meno del micrometro, il quale, oltre che dovrebbe essere di una grande perfezione, esige un esame accuratissimo. Basta pertanto osservare i tempi dei passaggi delle due stelle, in vicinanza del meridiano, per uno stesso filo orizzontale di un reticolo; da questi tempi con facili formole si deduce la differenza delle distanze zenitali meridiane. La prova di questo metodo, fatta dall'autore in tre serate nell'Osservatorio di Capodimonte, ha dato risultati molto soddisfacenti.

Le determinazioni assolute della declinazione magnetica furono fatte adoperando il magnetometro di Elliot, e le osservazioni relative alla declinazione magnetica hanno dato un valore medio di 10° 11'.7 West nel 1888, e di 10 7'.0 nel 1889.

Dell'altro assistente D.r Contarino si trovano pubblicati nel Rendiconto due lavori.

Il primo: *Determinazioni assolute della Componente orizzontale della Forza magnetica terrestre fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1889*, fa seguito alle pubblicazioni fatte dall'Accademia Pontaniana nell'anno 1887 e da quest'Accademia negli anni 1888 e 1889 e contiene le osservazioni ed i risultati di 40 determinazioni della componente orizzontale della forza magnetica terrestre fatte in 20 giorni del 1889, ed il riassunto delle variazioni annuali dal 1883 in poi.

L'Autore ha eseguito le osservazioni attenendosi alle prescrizioni di Sabine; e nella esposizione del lavoro mette in rilievo la variazione della distribuzione del ma-

gnetismo nei magneti, ritenuta nulla da Sabine, e lo effetto della torsione permanente e della inesattezza della legge di Coulomb nella determinazione della forza di torsione del filo di bozzolo con cui si sospende il magnete. Egli trova una varazione sensibile della distribuzione del magnetismo dall'anno 1883 all'anno 1889, determina con osservazioni apposite la torsione permanente e lo scostamento della torsione dalla legge di Coulomb e deduce che la forza di torsione, che si sviluppa effettivamente nel filo di bozzolo, quando nelle vibrazioni si torce di piccoli angoli, è 1,12 quella che si manifesta nello stesso filo quando, per determinare questa forza, si torce di 180°. Dà le correzioni di questi errori.

Il secondo lavoro del D.r Contarino verte *Sulla costante della collimazione del cerchio meridiano Reichenbach-Heurtaux del R. Osservatorio di Capodimonte*, e contiene i risultati delle calcolazioni delle osservazioni fatte al cennato cerchio meridiano nel luglio 1889 dal Prof. A. Nobile, a richiesta del prof. E. Fergola, per paragonare tra loro i valori della costante della collimazione del detto strumento a varie distanze zenitali.

Dalla semplice ispezione dei risultati l'autore dedusse la conferma del sospetto del prof. Fergola che la collimazione, anche negli strumenti meridiani ad asse ottico rettilineo, non possa sempre ritenersi costante a tutte le distanze zenitali; e con la discussione dei medesimi giustifica l'ipotesi da lui fatta che la variazione della collimazione sia prodotta da una componente laterale della flessione del tubo del cannocchiale.

Nel traforo della collina di S. Elmo per la galleria della Cumana furono incontrate due grandi masse continue di trachite raccluse nel tufo. La seconda di esse, che resta a metri 234, dallo sbocco sul corso V. E., studiata dall'ing. prof. Dell'Erba macroscopicamente e microscopicamente, è stata riconosciuta per una *Sanidite sodalito-pirossenica*, contenente magnesite, anfibolo, plagioclasia, apatite, olivina, ecc. Dai caratteri esteriori trova confronti con altre trachiti dei Campi Flegrei, massime con quelle del Monte Olibano e della Solfatara di Pozzuoli; confrontata poi nella composizione minerale riscontrasi molta affinità solo con quelle degli Astroni e di Monte Olibano, ma differisce sensibilmente delle altre; restano sue caratteristiche pertanto la quantità relativamente grande di sodalite e la presenza non disprezzabile dell'olivina, e la poca acidità. Dallo esame comparativo, adunque, delle trachiti dei Campi Flegrei si rileva come esse abbiano differenze, talvolta importanti, quantunque venute fuori da bocche eruttive messe a poca distanza tra loro. La eruzione delle trachiti di S. Elmo, per i caratteri di giacitura, si rileva essere precedente ai depositi tufacei, che le contengono. Per le limitate indagini poi che si hanno resta dubbio se esse vennero fuori da fenditure nella base della collina di S. Elmo, ovvero provenissero da un cratere vulcanico esistente presso i Camaldoli.

Tre importanti lavori ci sono stati presentati dal socio Albini, perchè fatti nell'Istituto fisiologico da lui diretto. Uno è dell'Assistente Mario Gusmitta e tratta *dell'asimetriva delle parti molli e dello scheletro della testa degli animali, consecutiva alla paralisi del nervo facciale di un lato.* Il Gusmitta seguendo attentamente i fenomeni prodotti dal taglio unilaterale del nervo facciale, dal primo giorno dell'operazione fino al decimo mese, crede di aggiungere nuove spiegazioni a quelle già date sul fenomeno

da altri autori, considerando sopra tutto l'antagonismo nello stesso lato fra i muscoli innervati dal trigemino e quelli sotto il dominio del facciale.

Un'altro è del D.r Giacomo Tria, il quale ha istituito ricerche *sulla maniera di comportarsi del tessuto muscolare in alcune infezioni.* I risultati ottenuti dal Tria sono i seguenti: 1° il numero dei germi contenuti nel muscolo è sempre minimo rispetto a quello dei germi contenuti negli altri organi e tessuti; 2° il succo muscolare, ottenuto asetticamente, ha azione battericida, indipendente dalla sua reazione.

Il terzo, finalmente, è del D.r L. Manfredi, il quale ha studiato *la contaminazione delle strade nelle grandi città, dal punto di vista dell'igiene.* Egli ha dimostrato che l'immondizia stradale è un materiale straordinariamente ricco di batteri e di sostanze organiche in via di putrefazione; che esso possiede spesso proprietà infettanti e si presta alla propagazione dei germi patogeni più noti; e che, infine, date certe condizioni edilizie delle strade, per opera del medesimo può avvenire un inquinamento del sottosuolo stradale.

Su alcuni strumenti di legno provenienti da varie abitazioni lacustri di Europa è il titolo di una delle due note del dott. Luigi Meschinelli, inserite nel Rendiconto. Con questo studio l'autore cerca di dare una spiegazione probabile a certi strumenti speciali rinvennti nella Valle di Fòntega presso Vicenza. Dopo avere esposto quanto si conosce intorno agli strumenti dello stesso genere rinvenuti in Austria e nella Germania del Nord, confuta le opinioni che i vari autori emisero sull'impiego di tali congegni, rileva le loro differenze da quelli provenienti dalla Valle di Fòntega, ed in base a queste ritiene che gli ultimi potessero aver servito come trappole per pigliare uccelli. Una tavola che accompagna la Nota rappresenta tutti gli strumenti, sia esteri che italiani.

La seconda nota del dott. Luigi Meschinelli verte su ricerche paleofitologiche compiute nel Gabinetto geologico della nostra Università e s'intitola: *La flora dei tufi del Monte Somma.* Dapprima riassume quanto dissero su tale argomento il Gaudin, l'Heer ed il Lyell; poi porge l'elenco delle specie da lui riscontrate, che sono in numero di 21, distribuite in 18 generi e 13 famiglie. Tutte appartengono alla flora attuale, ma dai confronti eseguiti dall'Autore colle specie che ammantano oggidì il nostro vulcano, risulta che molte di quelle sepolte nei tufi hanno cessato di far parte della sua flora spontanea odierna.

Del prof. Vincenzo Mollame della R. Università di Catania l'Accademia ha pubblicato una nota intitolata « *Sul Casus irreductibilis dell'equazione cubica* » e che ha per oggetto di dimostrare l'impossibilità di togliere, per via algebrica, il caso irreducibile dell'equazione di 3° grado indipendentemente da qualsiasi metodo speciale di risoluzione. L'autore osserva giustamente che tale dimostrazione deve fondarsi sui teoremi dati da Abel circa la forma delle espressioni algebriche atte a rappresentare la radice di un'equazione algebrica data.

Ricerche sulla Morfologia e Fisiologia della glandola del Bohadsch nelle Aplysiidae, è il titolo di un lavoro del Sig. Giuseppe Mazzarelli. In esso l'autore studia questa glandola, impropriamente chiamata da altri « glandola opatina », dal lato anatomico,

istologico e fisiologico, considerandola fisiologicamente come un organo di difesa, e morfologicamente come un organo di nuova formazione.

In un altro lavoro dal titolo « *Ricerche sulla Morfologia e Fisiologia dell' Apparato riproduttore nelle Aplysiae del Golfo di Napoli* » il Mazzarelli studia minutamente dal lato anatomico, istologico e fisiologico l'apparato riproduttore di questi Tectibranchi, pochissimo esaminato fino ad ora, e ne illustra il valore morfologico dei singoli organi e, particolarmente, il valore fisiologico, tanto discusso, dalla vescicola di Swammerdam.

Una contribuzione all'inesauribile argomento delle trasformazioni geometriche, e che contiene risultati nuovi degni di attenzione, è il lavoro del Dottor Pirondini « *Di una particolare trasformazione geometrica* ».

Non meno importante, per i teoremi di Geometria differenziale che vi sono enunciati, è la nota del D.r Vincenzo Reina « *Sulla teoria delle normali ad una superficie* ».

Il prof. A. Piutti, continuando lo studio relativo alla conoscenza completa di tutte le asparagine teoreticamente prevedibile, con una nuova nota ci fa conoscere un altro metodo di sintesi delle asparagine, fondato sulla riduzione con amalgama di sodio dell'etere nitrolosuccinammato etilico in soluzione aceto-alcolica.

Del prof. Eugenio Semmola l'Accademia ha pubblicato una nota sulle *Altezze barometriche a Napoli ed all'Osservatorio Vesuviano*, nella quale sono esposte alcuni risultati ottenuti confrontando i valori della pressione atmosferica misurata alla Specola dell'Università ed a quella del Vesuvio, durante l'anno 1882. Dai valori medî barometrici decadici l'a. innanzi tutto trova che per ogni millimetro di variazione barometrica all'Osservatorio dell'Università di Napoli vi corrispose al Vesuvio una variazione di 0,90. La differenza però fra le altezze Napoli-Vesuvio cambia sensibilmente con la stagione; essa cresce ne' mesi d'inverno allo scemare della temperatura dell'aria; e, viceversa, scema nei mesi estivi col riscaldarsi dell'atmosfera: di fatti il massimo assoluto della differenza si ebbe nella prima decade di febbrajo, e fu pari a mm. 52,02: il minimo assoluto avvenne nella prima decade di luglio e fu di mm. 46,81; variazione abbastanza forte quando si consideri che la differenza di livello fra le due stazioni è di solo 600 metri. Questa osservazione, già fatta in altre contrade, è la prima volta che viene verificata in questi luoghi. L'autore afferma altresì che questo fatto dovuto al vario gonfiarsi dell'atmosfera di un luogo sotto l'azione più o meno intensa e durevole dei raggi solari, deve esser legato alla latitudine, e nota che le differenze nelle altezze barometriche Napoli-Vesuvio si accentuano ora in più, ora in meno nelle burrasche ed in generale ne' periodi di forti oscillazioni della pressione dell'aria.

Di due altri lavori, finalmente, debbo occuparmi.

Uno è del Prof. N. Terracciano « *Intorno ad alcune piante della Flora di Terra di Lavoro* » e tende a dimostrare, ciò che del resto era d'aspettarsi, che la Flora della provincia di Caserta ha molte attinenze con quella delle provincie limitrofe. Sono, inol-

tre, nel cennato lavoro esaminate e descritte alcune varietà di specie conosciute, e tre specie nuove.

L'altro è la *Monografia dei* Pristis *fossili, con la descrizione di una nuova specie del calcare miocenico di Lecce*, del D.r Giovanni Vigliarolo.

In questa memoria, corredata di una tavola, è indicata, in comparazione con tutte le altre specie fossili di *Pristis* già note, una nuova specie (*Pristis lyceensis* Vigl.), del calcare miocenico di Lecce, definita su tre frammenti rostrali, che si conservano nel Gabinetto geologico della R. Università di Napoli. Stabiliti dapprima quei caratteri del genere *Pristis*, che sogliono trovar riscontro negli avanzi fossili, è trattato succintamente delle specie estinte, talvolta rilevandone alcune proprietà non palesate dai rispettivi autori. Dopo ciò viene descritta la nuova specie, e sono fatti conoscere i suoi caratteri particolari del rostro ed il rapporto fra le mutue distanze degli alveoli del medesimo. Quindi, riferiti alcuni concetti sulla validità delle specie fino ad ora proposte, è messo in fine un quadro sintetico, cronologico, di tutte le specie fossili conosciute.

Non si è ricevuta alcuna risposta al programma di concorso scaduto nel marzo ultimo per un premio di lire cinquecento alla migliore « *Monografia degli Anellidi tubicoli del Golfo di Napoli* ». L'altro concorso, aperto in gennaio 1890, per un premio di lire mille alla migliore Memoria « *Sulla esposizione sistematica dei principii fondamentali della teoria delle funzioni iperellittiche ed abeliane, secondo i concetti di* Klein *e della sua Scuola* » scade colla fine del marzo prossimo. Intanto l'Accademia ha deciso di lasciare per l'anno corrente lo stesso tema dell'anno passato, raddoppiando il premio, ed apre il seguente concorso.

PROGRAMMA DI CONCORSO

L'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche conferirà un premio di lire mille all'Autore della migliore *Monografia degli Anellidi tubicoli del Golfo di Napoli.*

Si richiede che in questa monografia vi sia per ciascuna specie: 1° la descrizione zoologica-anatomica accompagnata dalla sinonimia; 2° la notizia della ubicazione e di quanto può conoscersi intorno allo sviluppo e la metamorfosi; 3° la immagine esatta ritratta dal vivo, sia dell'animale intero e del rispettivo abitacolo, sia di quelle parti che possono maggiormente contribuire ad illustrare e far conoscere le specie.

Dovrà inoltre la Memoria essere accompagnata almeno da due individui degli oggetti descritti conservati nell'alcool, e la raccolta dei medesimi verrà depositata nel Museo Zoologico della R. Università di Napoli.

CONDIZIONI

1° Le Memorie dovranno essere scritte in italiano, latino o francese, e dovranno inviarsi al Segretario dell'Accademia non più tardi del mese di marzo del 1892;

2° Esse non debbono portare il nome dell'autore, e debbono essere distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore;

3° Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit* saranno aperte dal Presidente nell'adunanza generale, la quale ha luogo nella prima domenica del gennaio 1893;

4° La Memoria premiata sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie;

5° Tutte le Memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'Archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

Cari colleghi,

Il cinque gennajo dell'anno passato, leggendo a voi, come oggi, il rapporto dei lavori compiuti dall'Accademia, ho dovuto compiere il doloroso ufficio di rattristarvi col ricordo dei molti colleghi perduti, a noi tutti carissimi, e dei quali conserviamo sempre sì cara memoria. Questo anno, invece, se non avessimo dovuto deplorare la perdita dell'illustre nostro socio corrispondente prof. Raffaele Rubini, morto a Brindisi, sua città nativa, il 13 aprile ultimo, avremmo potuto mostrare il nostro gaudio vedendoci ancora tutti riuniti in questo giorno di vera festa per noi. Pur troppo però, come sempre, le brutte notizie non si fanno molto aspettare, e la nostra allegrezza ci viene amareggiata, inopinatamente all'ultimo momento, dall'annunzio funesto della morte, avvenuta l'altro jeri, 2, dell'eminente professore e geologo Antonio Stoppani dell'Istituto superiore di Milano. Altri, con maggior competenza di me, avrà occasione di dire dello Stoppani come scienziato e delle numerose sue pubblicazioni, permettete a me di ricordarvi che l'illustre defunto, cavaliere dell'ordine civile di Savoja, apparteneva a molti sodalizî, all'Istituto di Bologna, all'Accademia della Crusca, alla Società italiana delle scienze, ai Lincei ed era, dopo il prof. Enrico Betti di Pisa, il più antico dei nostri socî corrispondenti, essendo stato nominato nel marzo del 1863.

Ma se da un lato dobbiamo oggi dolerci delle perdite fatte, ci sia di conforto il sapere che della nostra famiglia accademica fanno ora parte due altri valentuomini, il Prof. Luigi Bianchi della Università di Pisa ed il Prof. Francesco Mauro, Direttore della nostra Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri, nominati nell'agosto passato socî corrispondenti nazionali. E dopo questo grato annunzio a me non resta che far voti vivissimi affinchè nel gennaio dell'anno venturo, leggendo ancora una volta la relazione dei lavori accademici, l'ultima del mio segretariato, io non debba parlarvi che di vivi.

Alla venerata memoria di ANTONIO STOPPANI, Socio corrispondente nazionale della r. Accademia delle scienze di Napoli. — Parole di **Francesco Bassani.**

(Adunanza del dì 9 gennajo 1891)

Le file dei geologi italiani si diradano con rapidità desolante. Morto Meneghini, morto Seguenza, morto Silvestri — ora scende nella tomba Antonio Stoppani!

Nato a Lecco il 15 Agosto 1824, frequentò i seminarî di Monza e di Milano e divenne prete. Ma l'amore della natura e la vaghezza dei suoi monti lo attiravano irresistibilmente agli studî geologici. Visitando il Museo civico di storia naturale di Milano, vi conobbe Emilio Cornalia, che l'incoraggiò e lo protesse. « Fu là in quel Museo (così Egli diceva nell'83, commemorando l'eminente zoologo), fu là in quel Museo di Santa Marta — il quale al mio sguardo bramoso, appena iniziato ai segreti della natura, sembrava condensare tutto l'universo — che il Cornalia mi sorrise dapprima, poi cominciò a rispondere benignamente alle mie timide domande, poi mi accolse fra i pochissimi privilegiati a cui era concesso un cantuccio per giovarsi dei libri e dei materiali del Civico Museo. Gli sarò eternamente grato di quelle prime compiacenze, senza le quali non so se avrei potuto dare un definitivo indirizzo a studî affatto nuovi per me, e trovarmi aperta inopinatamente una carriera, alla quale non avevo mai aspirato e non avrei potuto allora aspirare nemmeno per sogno ».

Lo Stoppani esordì nell'arringo scientifico con un'opera ammirevole, intitolata *Studî geologici e paleontologici sulla Lombardia*, comparsa nel 1857. In quei tempi, la geologia lombarda era ancora nel crepuscolo, ed i pochi studiosi di cose geologiche viveano, a Milano, incompresi e senz'aiuti materiali e morali. Eppure il nostro Stoppani, in pochi anni di assidue e faticose ricerche, seppe riunire una copiosissima e preziosa collezione di rocce e di fossili e riuscì a pubblicare un lavoro, che gli procacciò fama di valente scienziato.

Poco dopo, con fermo coraggio, diè mano ad una pubblicazione di lunga lena e di gravissimo costo: la *Paléontologie lombarde*, nella quale ebbe a collaboratori Meneghini e Cornalia. Di questa importantissima opera — sorta in un'epoca in cui non c'era alcun incoraggiamento nè modo di sperarlo, celebrata in Italia ed all'estero, e disgraziatamente troncata per mancanza di appoggio — fanno parte due splendide monografie dello Stoppani: le *Pétrifications d'Esino* e la *Géologie et paléontologie des couches à* Avicula contorta *en Lombardie*: l'una e l'altra corredate di numerosissime tavole.

Più tardi mandò fuori le sue *Note ad un corso di geologia*, ch'ebbero il plauso di tutti e contribuirono, fra altro, a divulgare in Italia le idee di Maury sulla circolazione atmosferica. Esaurita in breve tempo la prima edizione, si accinse a pubblicarne una nuova, e, rifatto quasi di pianta il lavoro, diede alla luce quello stupendo *Corso di geologia*, che destò l'universale ammirazione per la classicità dello stile, per l'eleganza

della forma, per la elevatezza del sentimento, per la chiarezza dell'esposizione, per la vastità della dottrina, per la potenza dell'intuito, per la profondità dei concetti, per la copia dei fatti, per l'arditezza delle sintesi. A quest'opera insigne seguirono, fra tanti, a brevi intervalli, il *Bel Paese*, che diventò popolare fra noi e fu tradotto in varie lingue, l'*Era neozoica in Italia*, che racchiude un tesoro di osservazioni originali, *la Purezza del mare e dell'atmosfera* — un capolavoro — ed il magistrale volume sull'*Ambra*.

Salito fin dai prim'anni in grande rinomanza, fu chiamato, nel 61, a dettar lezioni di mineralogia e geologia nell'Università di Pavia, che inaugurò con un eletto discorso sulla *priorità e preminenza degl'italiani negli studî geologici*. A Pavia restò un anno; indi passò, col medesimo officio, al Politecnico milanese; poi, fu professore di geologia e di geografia fisica nell'Istituto di studî superiori a Firenze, e finalmente, nell'83, tornò alla sua diletta Milano, riprendendo la cattedra lasciata dianzi e succedendo al Cornalia nella direzione di quel Museo civico.

Come oratore, fu sommo. Io serbo ancora l'eco profonda delle sue splendide e celebrate lezioni di geologia. Io lo veggo ancora, là sulla cattedra, colla sua bianca testa meravigliosamente geniale, quasi cinta da un'aureola di gloria, e provo ancora l'irresistibile fascino della sua voce armoniosa e possente. Quando parlava del mare, dei fiumi, dei ghiacciai, dei vulcani, parea che ne riproducesse i fenomeni; quando scendeva negli abissi sconfinati del tempo che fu, parea che ne facesse risorgere le faune e le flore. Nelle pubbliche conferenze, che in addietro tenea di frequente e che anche negli ultimi anni facea quando a quando a scopo di beneficenza, appariva, da principio, leggermente turbato. Gli vacillava la voce e gli tremavan lievemente le mani. « Mi sento (diceva, sorridendo, agli amici) come uno scolaretto che sta per presentarsi agli esami ». Ma era un istante. La lena tornava — e con giovanile entusiasmo, con sobrietà di scienziato, con ardore di poeta e d'artista, fissando gli occhi supremamente intelligenti in un punto, come se di là gli venisse un largo e potente soffio d'ispirazione, elettrizzava i numerosissimi astanti. Molti non convenivano con lui in alcune idee teoriche, ma tutti ne ammiravano la singolare facondia.

Nato per educare e per istruire, nutrì vivissimo affetto verso gli allievi, ammaestrandoli dottamente nella vita e nella scienza ed eccitandoli all'indagine del vero, senza disgiungere la mente dal cuore. « Nella grande società fu gentiluomo perfetto; nella società degli amici, amico sincero, disinteressato, affettuoso, costante; in famiglia, figlio, fratello, parente amorosissimo » [1]). Prete liberale e patriota, nel 48 combattè contro lo straniero; per tutta la vita, combattè contro le tenebre. La sua naturale franchezza e l'altissimo ingegno gli valsero avversari e nemici, cagionandogli battaglie e dolori, che l'amareggiarono spesso, ma che sopportò con virile energia. Fu un gran galantuomo, insofferente d'ipocrisie e di violenze. Amò con tutte le forze la verità e la giustizia. Fece sempre del bene: ne ha fatto tanto anche a me!

Negli ultimi anni, allo scopo di definire i rapporti fra la Bibbia e la Scienza, pubblicò il *Dogma e le scienze positive* e la *Cosmogonia mosaica*. Caldo fautore della conciliazione fra la Chiesa e lo Stato, dettò gl'*Intransigenti*. Rosminiano convinto, fondò

[1]) Sono parole che lo Stoppani disse di Emilio Cornalia, commemorandolo: esse si possono integralmente ripetere pel nostro grande e benedetto estinto.

e diresse un periodico, che traeva nome da quello del grande filosofo trentino. Gl' intransigenti — uno sopra tutti — gli mossero atroce guerra e lo tormentarono a colpi di spillo, vituperandolo con sozze ed infami calunnie. Egli ne uscì incontaminato, nella purezza dei suoi costumi, nella rettitudine delle sue azioni, nell'integrità del suo carattere, nella suprema bontà dell'anima sua.

Da alcuni mesi soffriva di angina di petto: ultimamente, gli accessi s'erano fatti, se non forti, frequenti. « Ma la stoffa è buona (diceva col suo dolce sorriso) e spero di guarire ». E in questa speranza, pensava al prossimo, sospirato trasloco del suo caro Museo nei nuovi edificî. Invece, il primo giorno dell'anno, verso la mezzanotte, improvvisamente morì. Povero e benedetto Stoppani! quant'angoscia per noi!

Milano, che l'amava intensamente, gli rese onori funebri che riuscirono pari a quelli di Alessandro Manzoni, accanto al quale giacerà presto, nel patrio Famedio. Ora, Egli gode la pace e il riposo nel modesto cimitero di Lecco, vicino alle ossa dei suoi padri, tra quei monti che lo videro nascere e gl'ispirarono il primo amore alla scienza.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di gennaio 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Statistica del Commercio speciale di importazione ed esportazione dal 1° gennaio al 30 novembre 1890.

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele. . . . . ROMA
Bollettino delle opere moderne straniere etc. Vol. V, N.° 3, Marzo 1890.

Reale Accademia dei Lincei. . . . . ROMA
Atti, 1890. Ser. 5ª. Rendiconti, Vol. VI, fasc. 11, 2° Sem.

Società degli Spettroscopisti italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XIX, disp. 10ª, ottobre 1890.

Giornale medico del R. Esercito e della R. Marina . . . . . ROMA
Anno XXXVIII, N.° 11, novembre 1890.

Ufficio centrale di meteorologia e di geodinamica . . . . . ROMA
Rivista meteorico-agraria. Anno XI, N.° 35, 1890.

Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1890, N.° 120, 31 dicembre.

Rivista Scientifico-industriale. . . . . FIRENZE
Anno XXII, N.° 23, dicembre 1890.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. X, N.° XI, novembre 1890.

Società meteorologica italiana. . . . . TORINO
Annuario meteorologico italiano pubblicato per cura del Comitato direttivo. Anno VI, 1891.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Rendiconti. Ser. 2ª, Vol. XXIII, fasc. 18, novembre 1890.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XIX, fasc. 5°, Novembre 1890.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di Agricoltura ed Atti, Anno XXI, 1890, N.° 11, novembre.

Reale Istiuto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . VENEZIA
Atti, (Tom. XXXVIII), Ser. VII, To. I, disp. 10ª.

Circolo Matematico di . . . . . PALERMO
Rendiconti, To. IV, Anno 1890, fasc. VI, Nov.-Dic.

R. Società Economica . . . . . SALERNO
Il Picentino, Anno XXXIII, fasc. 11°, Novembre 1890.

D'OVIDIO ENRICO. Altra addizione alla nota dei determinanti di determinanti. Torino 1890.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes rendus hebdomadaires des Séances. Tom. CXI, N. 23-25, 1890.
— Tables du premier semestre 1890, To. CX.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal Universel d'Électricité, XII Année 1890, Tom. XXXVIII, N. 50-52; XIII année 1891, No. 1.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées. . . . . PARIS
1° Année, 1890, N. 23, 24, Décembre.

Revue Internationale de l'Électricité et de ses applications . . PARIS
6me Année, 1890, Tom. XI, Nos. 119-120. Décembre.

L'Électricien (Revue int. de l'élect. et de ses. applic.). . . . . PARIS
2me Série, Tom. 1, N.° 1, Janvier 1891.

École normale supérieure. . . . . PARIS
Annales scientifiques. Troisième Série, Tom. VII, Année 1890, N.° 11. novembre.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale . . . . PARIS
Compte rendu bi-mensuel des séances, N.° 17-18, nov. 1890.

Nouvelles Annales de Mathématiques . . . . . PARIS
III Série, Tom. IX, novembre et dècembre 1890.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
II Série, Tom. XIV, Décembre 1890.

Royal Astronomical Society. . . . . LONDON
Monthly notices. Vol. LI, No. 1, November 1890.

Chemical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Sess. 1890-91, No. 89.

Nature. . . . . LONDON
A weekly illustrated Journal of Science, Vol. 43, N. 1102-1104.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik . . . . . BERLIN
Band. XX, Jahrg. 1888, Heft 1.

Ornithologische Vereines in . . . . . WIEN
Mittheilungen, XIV Jahrg. No. 23, 1890.

Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs Bureau . . . WIEN
II Band. Längenbestimmungen, 1890.

SCHRAM D.r ROBERT (I seguenti opuscoli):
1° Ausländische Stimmen über die Adria-Zeit.
2° Adria-Zeit, Wien 1889.
3° Ueber das Stundenzonen-System der amerikanischen Eisenbahnen, Wien, 1889.
4° The Actual State of the Standard Time Question 1890.
5° La zona oraria dell'Adriatico. Trieste 1890.

K. Stenwarte in Bogenhausen bei . . . . . MUNCHEN
Neue Annalen, Band. I, 1890.

Académie des Sciences de. . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes rendus des séances de l'année 1890, novembre.

Hönigl.-böhmische Gesellschaft der Wissenschaften . . . . . PRAG
Sitzungsberichte der Mathematisch.-naturwissenschaftlichen Classe, 1889, I-II; 1890, I.
— Jahresbericht fur das Jahr 1889.
— Abhandlungen vom Jahre 1889-1890, VII Folge, 3 Band.
— *Feistmantel Prof. D. Otakar.* Uhlonosné útvary u Tasmánii, 1890.
— *Bayer Prof. D. J.* Osteologie Ropuch (Bufo Laur.).

Naturforschende Gesellschaft . . . . . BASEL
Ver handlungen, Band IX, Heft. 1, 1890.

Revue Homoeopatique Belge . . . . . BRUXELLES
17e Année, 1890, N. 7. octobre.

Société Malacologique de Belgique. . . . . . BRUXELLES
Annales, To. I-XI; XIV e XV, 1863 à 1880.

Société Géologique de Belgique . . . . . BRUXELLES
Annales, To. XVII, 1e et 2e livraison, 1890.

École polytechnique de . . . . . DELFT
Annales, To. IV, 1890 1re livraison.

Académie Royal . . . . . COPENHAGUE
Mémoires, 6e Série, Classe des Sciences, Vol. VII, No. 1-3.
— Bullettin pour 1890, No. 2 (Mars-Mai).

Société Impériale des Naturalistes de . . . . . MOSCOU
Bulletin, Année 1889, No. 4; 1890, No. 1.

Bibliotheca Mathematica . . . . . STOCKOHLM
1890, No. 4.

United States Geological Survey (Departement of the Interior). WASHINGTON
Monographs, Vol. XV, Part. I, Text; Part. II, plates; Vol. XVI.
— Eighth annual Report, 1886-87, Part. I and II.
— Bullettin, No. 54-57; 1889-90.

Johns Hopkins University. . . . . . BALTIMORE
Circulars, Vol. X, No. 84, December, 1890.

Observatorio Meteorologico del Colegio Pio de Villa Colon . . MONTEVIDEO
Boletin mensual, Año II, octubre.

Fascicolo 2° e 3° ANNO XXX. Febbrajo e Marzo 1891

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza straordinaria del dì 3 gennajo 1891.
Presidenza del Signor **A. Costa.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario dà lettura del processo verbale della tornata precedente, che rimane approvato, ed annunzia essere venuta la comunicazione ufficiale della nomina a Vice-Presidente del socio Palmieri.

Sulla proposta della Sezione di Scienze Fisiche, alla quale è devoluta quest'anno per ragione di turno, si delibera di riprodurre un concorso sulla migliore *Monografia degli anellidi tubicoli del Golfo di Napoli*, ma portando il premio a lire mille, non avendo ricevuto alcuna risposta l'anno passato.

In fine il Segretario legge il rapporto sui lavori accademici fatti nell' anno 1890, e l'Accademia lo approva.

Il Presidente scioglie l'adunanza a mezzodì.

Processo verbale dell'adunanza del dì 10 gennajo 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Lo stesso Segretario legge una lettera del Ministro della P. I. con la quale invita l'Accademia a partecipare al Congresso di Ornitologia, che avrà luogo a Budapest nel maggio di quest'anno.

Il socio Bassani, in seguito ad invito del Presidente, legge una affettuosissima

commemorazione dell'Ill. Antonio Stoppani, e l'Accademia delibera che venga pubblicata nel Rendiconto.

Il socio Costa, in nome dell'autore Prof. N. Terracciano, fa omaggio all'Accademia di una memoria intitolata: *Synopsis Plantarum Vascularium Montis Pollini.* Lo stesso socio presenta un opuscolo del Barone Francesco Casotti, nel quale è fatta la biografia del nostro defunto socio Oronzio Gabriele Costa.

Anche il socio Albini, a nome del Prof. Guido Grassi, fa omaggio all'Accademia di un libro intitolato « *Corso di Fisica applicata* » e di sedici opuscoli sopra argomenti diversi.

Il socio Battaglini presenta due note del D.r Marcolongo, intitolate: *Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo indefinito limitato da un piano indefinito per speciali condizioni ai limiti* e *Osservazioni alla nota sulle geodetiche tracciate sulle quadriche prive di centro.* Il Presidente incarica i socii Battaglini, Padelletti e Pinto di riferire sulla prima, ed i socii Battaglini, Capelli e Padelletti sulla seconda.

Il socio Albini presenta una nota del D.r Montuori A. avente per titolo « *Considerazioni ed esperienze in appoggio della teoria di Kanter sull' autodigestione gastrica* » e dopo averne accennato al contenuto, ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto. Il Presidente dà l'incarico di esaminarla ai socii Albini, Paladini e Trinchese.

Processo verbale dell' adunanza del dì 7 *febbrajo* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che resta approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Presenta pure, già stampato, il fascicolo del Rendiconto del mese di gennajo.

Il socio Battaglini legge un rapporto complessivo sulle due note del D.r Marcolongo, presentate nella passata adunanza, proponendone la pubblicazione nel Rendiconto. Fattasi la votazione, le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

In seguito a proposta del Presidente, l'Accademia delibera di farsi rappresentare alla festa per il cinquantesimo anniversario d'insegnamento del Prof. Arcangelo Scacchi dal suo Vice-Presidente Palmieri e dai socii Battaglini e Costa.

Dopo l'Accademia si riunisce in seduta privata per affari di amministrazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 *febbrajo* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Capelli presenta una nota del Prof. Chizzoni della R. Università di Catania *Sopra i gruppi di punti d'uno spazio lineare ad* n *dimensioni.* Il Presidente nomina i socii Battaglini, Capelli e Padelletti perchè ne riferiscano all'Accademia.

Il socio Battaglini presenta una nota del Sig. Berzolari: *Sulla teoria della*

involuzione, *specialmente dell' involuzione cubica*. Sono chiamati ad esaminarla lo stesso socio Battaglini assieme ai socî Capelli e Pinto.

Il socio Nicolucci legge una memoria, intitolata: *Sguardo sulla Etnologia dell'Egitto nei tempi antichi e moderni*, e ne chiede la pubblicazione negli Atti. Fattasi la votazione, la pubblicazione della memoria viene approvata ad unanimità.

Il socio Oglialoro presenta una nota del Sig. V. Vetere *Sopra alcuni sali dell'acido fenolglicolico e sull'acido fenolparaossicinnamico*. La commissione che dovrà esaminarla sarà composta dal socio Oglialoro assieme ai socii Scacchi e Villari.

Al tocco il Presidente scioglie l'adunanza.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 marzo 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale della tornata precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Capelli legge la relazione sulla memoria del Sig. Chizzoni e ne propone la pubblicazione in appendice nel volume quarto degli Atti.

Il socio Battaglini legge il rapporto sulla nota del Sig. Berzolari e ne propone pure la pubblicazione nel Rendiconto.

Anche il socio Oglialoro propone che sia pubblicata nel Rendiconto la nota del Sig. V. Vetere presentata nella passata adunanza.

Fattasi la votazione, le conclusioni dei tre rapporti sono approvate ad unanimità.

Il socio Fergola presenta, per essere pubblicate nel Rendiconto, le tavole delle Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nei mesi di gennajo e febbrajo ultimi.

Dopo l'Accademia resta riunita in seduta privata per affari di amministrazione.

Sguardo sull'Etnologia dell'Egitto; MEMORIA *del Socio Ordinario* **G. Nicolucci.**

(Adunanza del dì 14 febbrajo 1891) — (Sunto dell'autore).

L'autore da uno studio accurato sui monumenti dell'Egitto, e su' cranî raccolti nelle tombe di quel misterioso paese, non che dagli accenni che si trovano negli scrittori dell'antichità, nella memoria, che è accompagnata da due tavole che rappresentano tipi antichi e moderni della terra de' Faraoni, è venuto alle conclusioni seguenti:

1.° Che gli Egiziani appartengono ad una famiglia di popoli bianchi imparentata, in tempi preistorici, col ceppo semitico;

2.° Che i loro caratteri fisici ne formano un tipo a sè che si rivela manifestamente ne' monumenti e ne' cranî raccolti nelle tombe di tutte le età;

3.° Che questo tipo rappresentato ne' monumenti è tanto più puro, quanto più i monumenti stessi si riferiscono ad epoche lontane;

4.° Che le immigrazioni di altre genti nel suolo dell'Egitto modificarono, è vero,

in parte della popolazione, quelle forme primitive, ma che il maggior numero degli Egiziani ha sempre conservati intatti i suoi caratteri originari;

5.° Che al presente, benchè il tipo sia imbastardito per connubio con genti diverse nelle città e ne' luoghi più frequentati da stranieri, si serba tuttavia immutato nei Fellah che sono i veri discendenti odierni de' costruttori delle piramidi.

Rapporto *intorno a due Note del D.r* R. Marcolongo.

(Adunanza del dì 10 gennajo 1891)

Il D.r Marcolongo ha presentato alla nostra Accademia due brevi Note: l'una relativa alla teoria dell'elasticità, e l'altra alla teoria delle linee geodetiche.

La prima Nota è « Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo indefinito, limi- « tato da un piano indefinito, per speciali condizioni ai limiti ». Di questo argomento il Marcolongo si è già occupato in un'altra Nota inserita nei Rendiconti della nostra Accademia, per l'anno 1889. Preso un sistema di coordinate cilindriche, l'Autore diede le espressioni degli spostamenti di un punto del corpo elastico sulle normali alle tre superficie cilindriche, che s'incrociano in quel punto, determinando i coefficienti contenuti in quelle espressioni, in modo che la deformazione fosse prodotta o per dati spostamenti superficiali, o per date forze agenti in superficie; mediante teoremi già dimostrati sulle funzioni cilindriche di 1a specie, si riesce a separare in modo assai semplice i coefficienti.

Oltre a questi due casi principali della deformazione, corrispondente a dati spostamenti, o a date forze, in superficie, si possono considerare altri due casi intermedi, studiati prima dal Boussinesq, e poscia dal Prof. Cerruti; vale a dire si può considerare la deformazione allorchè in superficie si conoscono la componente normale delle forze, e le componenti tangenziali degli spostamenti, o viceversa si conoscono la componente normale degli spostamenti, e le componenti tangenziali delle forze. Questi due nuovi casi intermedi possono essere risoluti con lo stesso metodo, col quale furono risoluti, nell'altra Nota, i due casi principali, poichè si tratterebbe sempre della determinazione di certi coefficienti, definiti da equazioni del tutto simili a quelle nei casi principali.

Ora il Marcolongo in questa Nota si propone di estendere i risultati del Boussinesq e del Cerruti, quando sopra ogni elemento del corpo elastico agiscono forze date. Egli si avvale del metodo generale d'integrazione dovuto al Cerruti; si giova di un teorema stabilito dal Betti, nella teoria dell'elasticità, relativo ad una certa reciprocità tra due sistemi di spostamenti corrispondenti a due sistemi di forze applicate, non che di teoremi relativi alla funzione potenziale. Con ciò egli giunge a risolvere il primo dei due problemi sopra accennati, potendosi risolvere il secondo con lo stesso procedimento.

La seconda Nota del Marcolongo è « Sulle geodetiche tracciate sulle quadriche « prive di centro ». È noto che la ricerca delle geodetiche sopra una superficie di 2° grado, rientra nel caso generale studiato dal Liouville, nel quale l'equazione differenziale della linea geodetica è integrabile, mediante la separazione delle variabili. Quando la superficie di 2° grado è priva di centro, quella integrazione dipende da

funzioni ellittiche. Ora in questa brevissima Nota il Marcolongo fa l'osservazione che l'integrazione dell'equazione differenziale delle geodetiche sul paraboloide ellittico può ottenersi in modo assai semplice se si fa uso delle funzioni p e σ, introdotte da Weierstrass nella teoria delle funzioni ellittiche, anzichè delle funzioni Θ di Jacobi.

Crediamo che queste due Note del D.r Marcolongo, come contribuzioni alle due importanti teorie dell'elasticità, e delle linee geodetiche, possano essere inserite nei Rendiconti della nostra Accademia.

A. Capelli
L. Pinto
G. Battaglini, *relatore.*

Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo indefinito limitato da un piano indefinito, per speciali condizioni ai limiti; nota *di* **R. Marcolongo.**

(Adunanza del dì 7 febbrajo 1891)

1. In un lavoro precedente *) ho calcolata la deformazione di un corpo elastico isotropo indefinito limitato da un piano indefinito. Assunto un sistema di coordinate cilindriche e dette u, v, w, le proiezioni dello spostamento di un punto M sulle normali alle tre superficie che passano per M si trovò:

$$u=\sum_{\gamma^n} e^{-\gamma z}\frac{dI_n(\gamma\rho)}{d\rho}\{(\beta+\beta' z)\cos n\varphi+(\alpha+\alpha' z)\operatorname{sen} n\varphi\}-\frac{n}{\rho}e^{-\gamma z}I_n(\gamma\rho)(\delta'\cos n\varphi-\delta\operatorname{sen} n\varphi)$$

$$v=\sum_{\gamma^n}\frac{n}{\rho}e^{-\gamma z}I_n(\gamma\rho)\{(\alpha+\alpha' z)\cos n\varphi-(\beta+\beta' z)\operatorname{sen} n\varphi\}+e^{-\gamma z}\frac{dI_n(\gamma\rho)}{d\rho}\{\delta\cos n\varphi+\delta'\operatorname{sen} n\varphi\}$$

$$w=\sum_{\gamma^n}e^{-\gamma z}I_n(\gamma\rho)\left\{\cos n\varphi\left[A\left(1-\frac{h}{2\gamma}z\right)+A'\right]+\operatorname{sen} n\varphi\left[C\left(1-\frac{h}{2\gamma}z\right)+C'\right]\right\}.$$

Quindi si determinarono i coefficienti in modo che questa deformazione fosse prodotta o per dati spostamenti superficiali o per date forze agenti in superficie. Tale determinazione si basava in sostanza su questo: poste le due equazioni

$$\sum_{\gamma}\left\{\alpha_{n\gamma}\frac{dI_n(\gamma\rho)}{d\rho}+\frac{n}{\rho}\delta_{n\gamma}I_n(\gamma\rho)\right\}=M$$

$$\sum_{\gamma}\left\{\delta_{n\gamma}\frac{dI_n(\gamma\rho)}{d\rho}+\frac{n}{\rho}\alpha_{n\gamma}I_n(\gamma\rho)\right\}=N$$

in cui M ed N sono funzioni note di ρ, finite e continue; γ è una delle infinite radici reali della

$$I_n(x)=0$$

*) *Equilibrio di elasticità di un corpo isotropo indefinito limitato ecc.* Rendiconti Accademia di Napoli, 1889.

**

ed n un numero intero e positivo fisso, si tratta determinare i coefficienti incogniti $\alpha_{n\gamma}$, $\delta_{n\gamma}$. Detto γ_1 un nuovo valore di γ, moltiplichiamo la prima delle due ultime equazioni per $\rho \frac{d I_n(\gamma_1 \rho)}{d\rho}$ e la seconda per $n\, I_n(\gamma_1 \rho)$; sommiamo membro a membro ed integriamo tra 0 ed 1. Basandoci su teoremi già dimostrati sulle funzioni cilindriche di 1ª specie si riesce a separare in modo assai semplice i coefficienti.

Oltre a questi due casi principali della deformazione corrispondente a dati spostamenti o a date forze in superficie, possono considerarsi altri due casi intermedii studiati dapprima dal Boussinesq *) e poscia dal Prof. Cerruti **); possiamo cioè considerare la deformazione allorchè in superficie si conosce la componente normale delle forze e le componenti tangenziali degli spostamenti o reciprocamente ***).

Voglio anzitutto osservare che questi due nuovi casi possono essere risoluti collo stesso metodo col quale ho risoluti i due casi principali, poichè, come sarebbe semplicissimo provare, si tratterebbe sempre della determinazione di certi coefficienti definiti da equazioni del tutto simili alle precedenti.

Mi propongo ora di estendere i risultati del Boussinesq e del Cerruti quando sopra ogni elemento agiscono forze date e però mi valgo del metodo generale di integrazione dovuto al Cerruti ****).

2. Il valore della condensazione cubica Θ in un punto x_1, y_1, z_1, di un corpo elastico isotropo allorchè su ogni suo elemento agiscono forze le cui componenti riferite alla unità di massa rispetto ad una terna d'assi ortogonali sono X, Y, Z, e allorchè le forze esterne applicate alla superficie limite del corpo hanno per componenti L, M, N, viene espresso così

$$-4\pi\rho\Omega^2\Theta=\rho\int_S\left\{X\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial x}+Y\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial y}+Z\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z}\right\}dS+\int_s\left\{L\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial x}+M\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial y}+N\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z}\right\}ds$$

$$+2\rho\omega^2\int_s\left\{u_s\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial z\,\partial x}+v_s\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial z\,\partial y}+w_s\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial z^2}\right\}ds\,.$$

Consideriamo ora gli spostamenti u, v, w corrispondenti alle forze X, Y, Z; L, M, N; e gli spostamenti ξ, η, ζ corrispondenti alle forze O, O, O; L', M', N'. Il teorema di reciprocità del prof. Betti ci dà

$$\rho\int_S(X\xi+Y\eta+Z\zeta)dS+\int_s(L\xi+M\eta+N\zeta)ds-\int_s(L'u_s+M'v_s+N'w_s)ds=0\,,$$

*) *Equilibre d'elasticité d'un solide sans pésanteur etc.* Compt. Rendus. Tom. CVI, 1888, pag. 1119.

**) *Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo per alcune speciali condizioni ai limiti.* Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, Giugno 1888.

***) I problemi analoghi per la sfera non sono stati ancora risoluti. In una nota pubblicata nei Rend. Accad. Lincei, Decembre 1889, ho studiata la deformazione della sfera omogenea isotropa allorchè in superficie si conoscono le componenti u, v degli spostamenti e la componente N della forza secondo tre assi ortogonali.

****) *Ricerche intorno all'equilibrio ecc.* Accad. dei Lincei, Serie 3ª, Vol. XIII, 1881-82.

e combinandola colla espressione della condensazione cubica, si ha

$$-4\pi\rho\Omega^2\Theta=\rho\int_S\left[X\left\{\xi+\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial x}\right\}+Y\left\{\eta+\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial y}\right\}+Z\left\{\zeta+\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z}\right\}\right]dS$$

$$+\int_s\left[L\left\{\xi+\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial x}\right\}+Y\left\{\eta+\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial y}\right\}+Z\left\{\zeta+\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z}\right\}\right]ds$$

$$+2\rho\omega^2\int_s\left[u_s\left\{\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial x\partial z}-\frac{L'}{2\rho\omega^2}\right\}+\ldots\ldots\ldots\ldots\right]ds.$$

Supponiamo ora che sul piano limite sieno date le componenti tangenziali degli spostamenti, cioè u_s, v_s e la componente normale N delle forze. Determineremo anzitutto una speciale deformazione ξ,η,ζ, tale che per i punti del piano limite sia

$$\xi=-\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial x}\ ;\ \eta=-\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial y}\ ;\ \frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial z^2}-\frac{N'}{2\rho\omega^2}=0.$$

D'altra parte la terza delle equazioni ai limiti che deve essere verificata dalle funzioni ξ,η,ζ ci dà

$$\frac{N'}{\rho}+2\omega^2\frac{\partial\zeta}{\partial z}+(\Omega^2-2\omega^2)\vartheta=0,$$

essendo

$$\vartheta=\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)_{z=0}=-\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial y^2}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}=\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial z^2}+\frac{\partial\zeta}{\partial z};$$

sostituendo adunque e riducendo, si ha

$$\frac{\partial\zeta}{\partial z}+\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial z^2}=0.$$

Onde le funzioni ξ,η,ζ oltre a soddisfare alle equazioni indefinite dell'equilibrio debbono in superficie verificare le condizioni trovate. Si ha che

$$\xi=-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial x}\ ;\ \eta=-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial y}\ ;\ \zeta=-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial z}$$

in cui

$$R'=\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z+z_1)^2}\ ^{*)}.$$

*) Cerruti, Nota citata, pag. 790.

Le forze che occorre applicare alla superficie perchè ad esse corrisponda la deformazione calcolata, sono date dalle equazioni

$$\frac{L'}{\rho}+2\omega^2\frac{\partial\xi}{\partial z}-\omega^2 T_2=0 \quad ; \quad \frac{M'}{\rho}+2\omega^2\frac{\partial\eta}{\partial z}+\omega^2 T_1=0 \quad \text{e} \quad N';$$

dove T_1, T_2, T_3 sono le componenti della rotazione elementare; e però troveremo

$$L'=-2\rho\omega^2\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial x\,\partial z} \quad ; \quad M'=-2\rho\omega^2\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial y\,\partial z}.$$

Quindi potremo assegnare la dilatazione cubica nel caso generale. Infatti

$$-4\pi\rho\Omega^2\Theta=\rho\int_S\left[X\left\{\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial x}-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial x}\right\}+Y\left\{\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial y}-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial y}\right\}+Z\left\{\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z}-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial z}\right\}\right]dS$$

$$+\int_s N\left\{\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z}-\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial z}\right\}+4\rho\omega^2\int_s\left\{u_s\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial x\,\partial z}+v_s\frac{\partial^2\frac{1}{R}}{\partial y\,\partial z}\right\}ds.$$

Sostituendo alle derivate prese rispetto x, y, z, le derivate rispetto ad $x_1\ y_1\ z_1$, nel qual punto si vuol calcolare la condensazione cubica, e riflettendo che per i punti del piano limite, si ha

$$\frac{\partial\frac{1}{R}}{\partial z_1}=\frac{\partial\frac{1}{R'}}{\partial z_1};$$

e posto infine per compendio

$$\int_S X\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{R}\right)dS=\alpha \quad ; \quad \int_S Y\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{R}\right)dS=\beta \quad ; \quad \int_S Z\left(\frac{1}{R'}+\frac{1}{R}\right)dS=-\gamma$$

e

$$\frac{1}{\rho}\int_s\frac{N\,ds}{R}=C \quad ; \quad \int_s\frac{u_s\,ds}{R}=A \quad ; \quad \int_s\frac{v_s\,ds}{R}=B,$$

troveremo che

$$-4\pi\rho\Omega^2\Theta=\frac{\partial\alpha}{\partial x_1}+\frac{\partial\beta}{\partial y_1}+\frac{\partial\gamma}{\partial z_1}+2\frac{\partial}{\partial z_1}\Big\}-C+2\omega^2\frac{\partial A}{\partial x_1}+2\omega^2\frac{\partial B}{\partial y_1}\Big\};$$

e se definiamo altre tre funzioni $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, tali che

$$2\alpha_1=\int_0^{z_1}\alpha\,dz_1 \quad ; \quad 2\beta_1=\int_0^{z_1}\beta\,dz_1 \quad ; \quad 2\gamma_1=\int_0^{z_1}\gamma\,dz_1$$

e poniamo

$$-\Sigma=\frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}+\frac{\partial\beta_1}{\partial y_1}+\frac{\partial\gamma_1}{\partial z_1}-C+2\omega^2\left(\frac{\partial A}{\partial x_1}+\frac{\partial B}{\partial y_1}\right),$$

risulterà definitivamente

$$\Theta=\frac{1}{2\pi\Omega^2}\frac{\partial\Sigma}{\partial z_1}.$$

3. Dobbiamo ora determinare gli spostamenti effettivi u, v, w, che soddisfano le equazioni indefinite dell'equilibrio

$$\frac{X}{\omega^2}+\frac{\Omega^2-\omega^2}{2\pi\omega^2\Omega^2}\frac{\partial^2\Sigma}{\partial x_1\partial z_1}+\Delta^2 u=0$$

$$\frac{Y}{\omega^2}+\frac{\Omega^2-\omega^2}{2\pi\omega^2\Omega^2}\frac{\partial^2\Sigma}{\partial y_1\partial z_1}+\Delta^2 v=0$$

$$\frac{Z}{\omega^2}+\frac{\Omega^2-\omega^2}{2\pi\omega^2\Omega^2}\frac{\partial^2\Sigma}{\partial z_1^2}+\Delta^2 w=0,$$

colle condizioni che per $z_1=0$ sia $u=u_s$, $v=v_s$. Inoltre la terza delle equazioni ai limiti ci dà

$$\frac{N}{\rho}+2\omega^2\frac{\partial w}{\partial z_1}+(\Omega^2-2\omega^2)\left(\frac{\partial u_s}{\partial x_1}+\frac{\partial v_s}{\partial y_1}+\frac{\partial w}{\partial z_1}\right)=0,$$

onde

$$\frac{\partial w}{\partial z_1}=-\left\{\frac{N}{\rho\Omega^2}+\frac{\Omega^2-2\omega^2}{\Omega^2}\left(\frac{\partial u_s}{\partial x_1}+\frac{\partial v_s}{\partial y_1}\right)\right\}_{z_1=0}.$$

Poniamo

$$u=u_1+u_2+u_3.$$

Assoggetteremo la funzione u_1 alle condizioni seguenti.

In tutto lo spazio occupato dal corpo sia

$$\Delta^2 u_1=-\frac{X}{\omega^2} \quad \text{e in superficie} \quad u_1=0,$$

e però per quanto è noto dalla teoria delle funzioni potenziali sarà

$$u_1=\frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S\frac{X\,dS}{R}.$$

Assoggettiamo la funzione u_2 a soddisfare la $\Delta^2 u_2=0$ e a prendere in superficie il valore u_s; sarà

$$u_2=-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_s\frac{u_s\,ds}{R}.$$

Finalmente u_3 dovrà soddisfare alla equazione indefinita

$$\Delta^2 u_3 + \frac{\Omega^2-\omega^2}{2\pi\omega^2\Omega^2}\frac{\partial^2\Sigma}{\partial x_1\,\partial z_1}=0,$$

e in superficie deve essere $u_3=0$, e quindi sarà

$$u_3=-\frac{\Omega^2-\omega^2}{4\pi\omega^2\Omega^2}z_1\frac{\partial\Sigma}{\partial x_1},$$

onde troveremo infine

$$u=\frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S\frac{X\,dS}{R}-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_s\frac{u_s\,ds}{R}-\frac{\Omega^2-\omega^2}{4\pi\omega^2\Omega^2}z_1\frac{\partial\Sigma}{\partial x_1}$$

e in modo analogo

$$v=\frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S\frac{Y\,dS}{R}-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_s\frac{v_s\,ds}{R}-\frac{\Omega^2-\omega^2}{4\pi\omega^2\Omega^2}z_1\frac{\partial\Sigma}{\partial y_1}.$$

Un poco diversa è la ricerca di w.

Porremo ancora

$$w=w_1+w_2+w_3$$

e imporremo le condizioni seguenti: in tutto lo spazio occupato dal corpo sia

$$\Delta^2 w_1=-\frac{Z}{\omega^2}\quad\text{e in superficie}\quad w_1=0,$$

però sarà

$$w_1=\frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S\frac{Z\,dS}{R}.$$

Inoltre sia

$$\Delta^2 w_2=-\frac{\Omega^2-\omega^2}{2\pi\omega^2\Omega^2}z_1\frac{\partial^2\Sigma}{\partial z_1^2}\quad\text{e in superficie}\quad w_2=0,$$

e però

$$w_2=-\frac{\Omega^2-\omega^2}{4\pi\omega^2\Omega^2}z_1\frac{\partial\Sigma}{\partial z_1}.$$

Finalmente sia

$$\Delta^2 w_3=0$$

e in superficie

$$\frac{\partial w_1}{\partial z_1}+\frac{\partial w_2}{\partial z_1}+\frac{\partial w_3}{\partial z_1}=-\left\{\frac{N}{\rho\Omega^2}+\frac{\Omega^2-2\omega^2}{\Omega^2}\left(\frac{\partial u_s}{\partial x_1}+\frac{\partial v_s}{\partial y_1}\right)\right\},$$

cioè

$$\frac{\partial w_3}{\partial z_1}=\frac{\Omega^2-\omega^2}{4\pi\omega^2\Omega^2}\frac{\partial\Sigma}{\partial z_1}-\frac{1}{4\pi\omega^2}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_S\frac{Z\,dS}{R}-\frac{N}{\rho\Omega^2}-\frac{\Omega^2-2\omega^2}{\Omega^2}\left(\frac{\partial u_s}{\partial x_1}+\frac{\partial v_s}{\partial y_1}\right).$$

Rammentiamo ora che la funzione

$$-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_s \frac{u_s ds}{R}=-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial A}{\partial z_1}$$

soddisfa la $\Delta^2=0$ e in superficie assume il valore u_s, onde sarà,

$$\left(\frac{\partial u_s}{\partial x_1}\right)_{z_1=0}=-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial^2 A}{\partial x_1 \partial z_1} \quad ; \quad \left(\frac{\partial v_s}{\partial z_1}\right)_{z_1=0}=-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial^2 B}{\partial y_1 \partial z_1} ;$$

e così ancora

$$-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_s \frac{N ds}{R}=-\frac{\rho}{2\pi}\frac{\partial C}{\partial z_1} ,$$

onde sarà

$$\frac{\partial w_3}{\partial z_1}=\frac{1}{2\pi}\left\{\frac{\Omega^2-\omega^2}{2\omega^2\Omega^2}\frac{\partial \Sigma}{\partial z_1}-\frac{1}{2\omega^2}\frac{\partial}{\partial z_1}\int_s \frac{Z dS}{R}+\frac{1}{\Omega^2}\frac{\partial C}{\partial z_1}+\frac{\Omega^2-2\omega^2}{\Omega^2}\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x_1 \partial z_1}+\frac{\partial^2 B}{\partial y_1 \partial z_1}\right)\right\}_{z_1=0} ;$$

posto quindi

$$w'_3=w_3-\frac{1}{2\pi}\left\{\frac{\Omega^2-\omega^2}{2\omega^2\Omega^2}\Sigma-\frac{1}{2\omega^2}\int_S \frac{Z dS}{R}+\frac{1}{\Omega^2}C+\frac{\Omega^2-2\omega^2}{\Omega^2}\left(\frac{\partial A}{\partial x_1}+\frac{\partial B}{\partial y_1}\right)\right\} ,$$

per i punti della superficie sarà

$$\frac{\partial w'_3}{\partial z_1}=0 .$$

Ora notando che Σ, A, B e C sono ordinarie funzioni potenziali, e la funzione

$$\frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S \frac{Z dS}{R}=w_1$$

soddisfa alla equazione

$$\Delta^2 w_1=-\frac{Z}{\omega^2} ,$$

otterremo senz'altro che

$$\Delta^2 w'_3=-\frac{Z}{\omega^2} .$$

Ora dalla formula nota

$$4\pi V_1=\int_s \frac{\partial V}{\partial n}\left(G-\frac{1}{R}\right)ds+\int_S \Delta^2 V\left(G-\frac{1}{R}\right)dS ,$$

in cui G è una funzione finita e continua in tutto lo spazio occupato dal corpo, ed ivi soddisfa la $\Delta^2=0$, e in superficie prende valori tali che

$$\frac{\partial G}{\partial n}=\frac{\partial \frac{1}{R}}{\partial n} ,$$

otterremo, applicando al caso nostro, che

$$w'_3 = -\frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S Z\left(G - \frac{1}{R}\right) dS,$$

ma la funzione G nel caso presente è data da $-\frac{1}{R'}$, onde sarà

$$w'_3 = \frac{1}{4\pi\omega^2}\int_S Z\left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R}\right) dS,$$

onde potremo riguardare cognita w_3.

L'altro caso in cui sono date in superficie le componenti tangenziali L, M della forza e lo spostamento normale w si risolverebbe con metodi del tutto analoghi a quelli seguíti ora.

Osservazione alla Nota « Sulle Geodetiche tracciate sulle quadriche prive di centro » *), *di* **R. Marcolongo.**

(Adunanza del dì 7 febbrajo 1891)

La integrazione della equazione delle geodetiche sul paraboloide ellittico può ottenersi in modo assai semplice se si fa uso delle funzioni p e σ di Weierstrass, anzichè delle ϑ jacobiane **).

Dette infatti λ_1, λ_2, le radici della equazione cubica

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda} + \frac{y^2}{b^2+\lambda} = 2z + \lambda,$$

che sono diverse da zero, e posto

$$\varphi(\lambda) = \lambda(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda),$$

in cui

$$c^2 = a^2 - \mu^2$$

e μ^2 è la costante che comparisce nell'integrale primo della equazione differenziale delle geodetiche. Tale equazione differenziale è

$$\frac{\lambda_1 d\lambda_1}{\sqrt{\varphi(\lambda_1)}} + \frac{\lambda_2 d\lambda_2}{\sqrt{\varphi(\lambda_2)}} = 0.$$

*) Rend. Accad. Lincei, Maggio 1890.

**) Cfr. una nota di M. L. Albeggiani, *Sulle geodetiche tracciate su talune superficie*. Rend. del Circolo Matematico di Palermo, 1889, Tomo III.

Si ponga

$$\frac{d\lambda_1}{\sqrt{\varphi(\lambda_1)}}+\frac{d\lambda_2}{\sqrt{\varphi(\lambda_2)}}=dv$$

e

$$\lambda=-a_1+\frac{1}{2}\frac{p'u-p'\alpha}{pu-p\alpha},$$

essendo

$$a_1=\frac{1}{4}(b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2)\quad;\quad p\alpha=a_1^2-a_2\quad;\quad a_1=\frac{1}{6}(a^2+b^2+c^2)\ ^{*}).$$

Allora sarà

$$du=\frac{d\lambda}{\varphi(\lambda)},$$

e le due equazioni diventano

$$du_1+du_2=dv$$

$$-a_1(du_1+du_2)+\frac{1}{2}\left\{\frac{p'u_1-p'\alpha}{pu_1-p\alpha}du_1+\frac{p'u_2-p'\alpha}{pu_2-p\alpha}du_2\right\}=0;$$

e ricordando che

$$\frac{1}{2}\frac{p'a-p'b}{pa-pb}=\frac{\sigma'(a+b)}{\sigma(a+b)}-\frac{\sigma'a}{\sigma a}-\frac{\sigma'b}{\sigma b},$$

otterremo subito che la seconda equazione si trasforma così

$$-a_1dv+\left\{\frac{\sigma'(u_1+\alpha)}{\sigma(u_1+\alpha)}-\frac{\sigma'u_1}{\sigma u_1}-\frac{\sigma'\alpha}{\sigma\alpha}\right\}du_1+\left\{\frac{\sigma'(u_2+\alpha)}{\sigma(u_2+\alpha)}-\frac{\sigma'u_2}{\sigma u_2}-\frac{\sigma'\alpha}{\sigma\alpha}\right\}du_2=0,$$

onde integrando

$$h=-a_1v-\frac{\sigma'\alpha}{\sigma\alpha}v+\log\frac{\sigma(u_1+\alpha)\sigma(u_2+\alpha)}{\sigma u_1\sigma u_2}.$$

Posto quindi

$$e^h=\rho\quad;\quad\left(a_1+\frac{\sigma'\alpha}{\sigma\alpha}\right)v=w$$

l'equazione delle geodetiche assume la forma

$$\frac{\sigma(u_1+\alpha)\sigma(u_2+\alpha)}{\sigma u_1\sigma u_2}=\rho e^w.$$

*) Halphen, *Traité des fonctions elliptiques*, Vol. I, pag. 120.

Rapporto *intorno alla Nota del Prof.* L. Berzolari.

(Adunanza del dì 7 marzo 1891)

Molti Geometri si sono occupati della teoria delle forme binarie in involuzione, in particolare delle forme cubiche, come Em. Weyr, R. Sturm, Franz Meyer, Cyparissos Stephanos, Le Paige, Laguerre, E. D'Ovidio, E. Caporali. È noto che un'involuzione binaria cubica possiede quattro elementi doppi, i quali corrispondono agli elementi del Jacobiano delle due forme binarie cubiche che determinano l'involuzione; è noto altresì che una data forma binaria biquadratica si può, in generale, considerare come Jacobiano di due fasci di forme cubiche, detti fasci *coniugati,* come sono dette *coniugate* le due involuzioni corrispondenti. Ora in questa Nota il Berzolari tratta il problema: « Data un'involuzione cubica, trovare la coniugata ».

Questo problema ha avuto parecchie soluzioni; il Le Paige ha trovato l'equazione dell'involuzione coniugata ad una data, ma non ha però mostrato in qual modo le forme che determinano il fascio coniugato siano legate alle forme del fascio primitivo: il Caporali pose e risolvette il problema. « Data l'involuzione cubica, deter-« minata da due binarie cubiche, determinare l'involuzione coniugata per mezzo delle « forme del sistema completo delle due binarie cubiche proposte ». Ora questa soluzione del Caporali, benchè utile sotto certi aspetti, non è del tutto soddisfacente, poichè le formole da lui date non sono del grado più basso possibile, rispetto ai coefficienti delle binarie cubiche proposte, ciò che in taluni casi fa sì che intervengano fattori superflui, e poi quelle formole diventano illusorie, quando alcuno dei covarianti lineari contenuti in esse sia identicamente nullo, come alle volte avviene.

Il Berzolari in questa Nota dimostra come la soluzione più appropriata e rigorosa della questione proposta non è che un caso particolare di una proprietà comune alle involuzioni di grado qualunque, poichè la questione si riduce all'altra di determinare le forme cubiche *apolari* tanto all'una quanto all'altra delle due binarie cubiche che determinano la data involuzione, ed in questo senso è un caso particolare dell'altra questione. « Date due forme binarie dello stesso grado n, determinare le forme di « grado n, apolari tanto all'una quanto all'altra ».

Ora questa quistione si risolve subito per mezzo di un'osservazione dello Stephanos, relativamente ad un covariante, studiato dal Gordan, di grado $2n-2$ nelle variabili e di grado $n-1$ nei coefficienti di ciascuna delle due forme proposte del grado n, il cui annullarsi identicamente fornisce il complesso delle condizioni necessarie e sufficienti poichè le due binarie proposte abbiano due radici comuni; l'osservazione dello Stephanos consiste in ciò, che il suddetto covariante di Gordan, quando non sia identicamente nullo, è la sola forma di grado $2n-2$ che sia apolare alle due forme binarie proposte. Segue da ciò la proprietà seguente: « Le forme bina-« rie di grado n, apolari comuni a due forme binarie di grado n, non sono altro che « le polari miste di $n-2$ poli qualunque, rispetto al covariante di Gordan, relativo « alle due forme date ». Queste forme di grado n, apolari comuni alle due forme binarie proposte di grado n, formano un sistema lineare $n-2$ volte infinito, che è il si-

stema *coniugato* al fascio stesso determinato dalle due binarie proposte; sicchè la proprietà precedente ci darà l'altra : « $n-1$ forme binarie di grado n si possono, in ge« nerale, esprimere mediante combinazioni lineari delle $(n-1)^{me}$ derivate parziali di « una determinata forma binaria di grado $2n-2$; questa non è altro che il covariante « di Gordan, relativa alle due binarie di grado n, da cui è determinato il fascio « coniugato alle $n-1$ forme date ».

In tal modo la teoria dell'involuzione di grado n si identifica con la teoria di una unica forma di grado superiore.

Applicando i risultati precedenti al caso di $n=3$, il Berzolari risolve la questione proposta sull'involuzione cubica.

Crediamo che il suo lavoro, per l'importanza dell'argomento, e pel modo col quale è svolto, meriti di essere inserito, per intero, nel Rendiconto dell'Accademia.

A. Capelli
L. Pinto
G. Battaglini, *relatore*.

Sulla teoria dell'involuzione, specialmente dell'involuzione cubica; nota *di* **L. Berzolari.**

(Adunanza del dì 14 febbrajo 1891)

È noto *) che un'involuzione binaria cubica possiede quattro elementi doppii, i quali, se l'involuzione è determinata dalle due forme binarie cubiche f e φ, corrispondono alle radici del jacobiano di queste ultime. È anche noto **) che, reciprocamente, una data forma binaria biquadratica si può, in generale, considerare come jacobiana di due fasci di forme cubiche: questi fasci dai sig. Emil Weyr e Le Paige sono detti *conjugati*, come anche sono dette *conjugate* le due involuzioni corrispondenti ***).

Il problema, che di qui nasce spontaneamente: « data un'involuzione cubica, trovarne la conjugata », ha avuto, per quanto riguarda l'aspetto geometrico, parecchie soluzioni, ed è stato corredato di sviluppi accessori in molti dei lavori già ricordati. Dal lato puramente algebrico, il sig. Le Paige ha trovato ****) l'equazione dell'involu-

*) Sulle involuzioni cubiche vedasi specialmente l'estesa Memoria di Em. Weyr intitolata *Grundzüge einer Theorie der cubischen Involutionen* (Abhandl. d. k. böhm. Gesellschaft d. Wissen. in Prag, VI Folge, Bd. 7, 1874); si vedano inoltre molti lavori di Weyr e di Le Paige pubblicati per la maggior parte nei *Sitzungsb. der K. Akad. d. Wissen. zu Wien*. Per ciò che riguarda la teoria algebrico geometrica dei fasci di forme cubiche e la loro rappresentazione sopra una forma razionale di 1ª specie, si veggano i citati lavori di Le Paige, quelli di R. Sturm (Giornale di Crelle, 1879, Bd. LXXXVI) e di D'Ovidio (Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino, 1879, serie II, t. XXXII), il § V della 2ª parte del *Mémoire sur les faisceaux des formes binaires ayant une même jacobienne* di Stephanos Cyparissos (Mém. pres. par divers savants ecc., 1881, t. XXVII), ed il libro *Apolarität und rationale Curven* (Tübingen 1883) di Franz Meyer.

**) Laguerre, *Sur les formes binaires dans le plan et dans l'éspace* (Bull. de la Société philomathique de Paris, 1872, pag. 83).

***) L'involuzione cubica conjugata ad una data fu considerata, credo per la prima volta, fino dal 1866 dal prof. Battaglini (Nota seconda *Sulle forme binarie dei primi quattro gradi appartenenti ad una forma ternaria quadratica*, Rendic. della R. Accad. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, febbrajo 1866), il quale la disse *associata* alla prima.

****) Le Paige, *Ueber eine Relation zwischen den singulären Elementen cubischer Involutionen* (Sitzungsb. d. k. Akad. d. Wissen. zu Wien, Bd. LXXXI, 8 gennajo 1880); *Bemerkungen über Kubische Involutionen* (id., 22 aprile 1880); *Ueber conjugirte Involutionen* (id., Bd. LXXXIV, 17 giugno 1881).

zione conjugata ad una data, ma non ha però mostrato in qual modo le forme che determinano il fascio conjugato siano legate alle forme del fascio primitivo.

Da ultimo il Caporali *) ha posto e risoluto il problema: « Data l' involuzione cubica

$$f+\lambda\varphi=0,$$

determinare l'involuzione conjugata per mezzo delle forme del sistema completo di f e φ ».

Ma la soluzione del Caporali, benchè utile sotto certi aspetti, non si può ritenere del tutto soddisfacente. Conservando, come farò per tutto il seguito, le notazioni della *Theorie der binären algebraischen Formen* di Clebsch, la soluzione data dal Caporali è la seguente:

Posto

$$f' = \quad 2(\vartheta p)\vartheta_x^3 = p\Theta + \pi\Delta,$$

$$\varphi' = -2(\vartheta\pi)\vartheta_x^3 = \pi\Theta + p\nabla,$$

le forme

$$Jf' - 3\Omega f \quad , \quad J\varphi' - 3\Omega\varphi$$

determinano il fascio cercato.

Ora in primo luogo, come apparirà nel seguito della presente Nota, queste due forme non sono del grado più basso possibile rispetto ai coefficienti di f e φ, ciò che in taluni casi fa sì che intervengano dei fattori superflui **); in secondo luogo è manifesto che la soluzione del Caporali diventa illusoria quando uno almeno dei covarianti lineari p e π sia identicamente nullo. Questo caso può appunto verificarsi ***), e per esempio è notissimo che quando φ sia il covariante cubico di f, le forme p e π sono entrambe nulle identicamente, senza che perciò il fascio conjugato sia indeterminato. Anche la ragione di questo fatto risulterà fra poco.

In questa Nota mi propongo di dimostrare come la soluzione più appropriata e rigorosa della presente questione non sia che un caso particolare di una proprietà comune alle involuzioni di grado qualunque, che, sebbene di molto facile deduzione, non sembra essere ancora stata avvertita.

In una prossima Nota dedurrò da questa proprietà alcuni teoremi concernenti in particolare le involuzioni cubiche; poscia ne sarà fatta un'applicazione alla curva gobba del 4° ordine e di 2ª specie.

*) *Sul sistema di due forme binarie cubiche* (Rendic. della R. Accad. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, marzo 1883; e anche *Memorie di Geometria*, Napoli, pag. 206).

**) Ciò accade, per esempio, quando le formole del Caporali vengano applicate alla determinazione delle cubiche apolari ad una data forma binaria biquadratica. Cfr. il § IV della mia Nota *Intorno alla rappresentazione delle forme binarie cubiche e biquadratiche sulla cubica gobba* (Rendic. del Circolo Matem. di Palermo, t. V), scritto quando io non aveva ancora avuto occasione di studiare i due importanti lavori di Gordan e di Stephanos Cyparissos che citerò fra poco.

***) Cfr. Clebsch, *Theorie* ecc., pag. 394.

Sull'involuzione di grado qualunque.

1. — Il problema di determinare l'involuzione cubica conjugata ad una data

$$f+\lambda\varphi=0$$

equivale notoriamente a quello di determinare le forme cubiche apolari tanto ad f come a φ, ed in questo senso è quindi un caso particolare di quest'altro:

Date due forme binarie f e φ dello stesso grado n, determinare le forme di grado n apolari tanto ad f quanto a φ.

Ora questo si risolve immediatamente approfittando della seguente osservazione dovuta al sig. Stephanos Cyparissos *).

Nella classica Memoria *Ueber die Bildung der Resultante zweier Gleichungen* (Mathem. Annalen, 1871, Bd. III) il Gordan ha studiato il covariante da lui chiamato Θ (e che lo Stephanos chiama R_1), di grado $2n-2$ nelle variabili (supposte le f e φ del grado n) e di grado $n-1$ nei coefficienti di ciascuna delle due forme, il cui annullarsi identico fornisce il complesso delle condizioni necessarie e sufficienti perchè le due binarie abbiano due radici comuni. L'osservazione di Stephanos consiste in ciò, che la forma Θ, quando non sia identicamente nulla, è la sola forma di grado $2n-2$ che sia apolare alle due forme f e φ, di guisa che essa viene determinata in modo unico, a meno di un fattore numerico, dalle due relazioni identiche

$$(f,\Theta)_n\equiv 0 \quad , \quad (\varphi,\Theta)_n\equiv 0 .$$

Di qui scende senz'altro la seguente proprietà, che è specialmente utile nelle applicazioni geometriche:

Le forme binarie di grado n *apolari comuni a due forme binarie di grado* n *non sono altro che le polari miste di* n — 2 *poli qualunque rispetto al covariante* Θ *relativo alle due forme date.*

Queste forme di grado n apolari comuni ad f e φ formano un sistema lineare $(n-2)$ volte infinito, e generale se tale è il fascio determinato da f e φ (sistema *conjugato* al fascio stesso), epperò, partendo da quest'ultimo, il teorema precedente ci dà quest'altro:

n — 1 *forme binarie qualunque di grado* n *si possono, in generale, esprimere mediante combinazioni lineari delle* $(n-2)^{me}$ *derivate parziali di una determinata forma binaria di grado* 2n — 2; *questa non è altro che il covariante* Θ *di* Gordan *relativo alle due binarie di grado* n, *da cui è determinato il fascio conjugato alle* n — 1 *forme date.*

In tal modo la teoria dell'involuzione di grado n si identifica colla teoria di una unica forma di grado superiore.

La sola prima parte del teorema precedente è già nota: essa trovasi accennata nel Cap. III, § 34 del libro *Apolarität und rationale Curven* (1883) di Franz Meyer,

*) *Sur la théorie des formes binaires et sur l'élimination* (Annales scientifiques de l'École Normale supérieure, 3ª serie, t. I, 1884).

ed è svolta diffusamente nel n.° 132 del Cap. II per il caso dell'involuzione biquadratica ($n=4$). Che però la teoria di una sestica binaria e la teoria dell'involuzione biquadratica fossero identiche, era già stato prima (1876) sostanzialmente rilevato dal Lindemann nella nota posta a' piedi della pag. 900 della sua compilazione delle *Vorlesungen über Geometrie* di Clebsch, come fa osservare lo stesso Lindemann a pag. 112 del t. XXIII dei *Mathem. Annalen*.

Per il caso di $n=4$ la prima parte del teorema fu recentemente applicata allo studio della curva piana razionale del 4° ordine: ponendo le coordinate omogenee di un suo punto proporzionali a tre forme arbitrarie di 4° grado rispetto ad un parametro variabile, i sigg. Friedrich, Ernst Meyer e Stahl hanno studiata *) la curva considerando le tre dette biquadratiche come combinazioni lineari delle derivate seconde di una determinata sestica, che anzi è stata effettivamente calcolata da ciascuno dei due primi Autori.

L'espressione del covariante Θ di due biquadratiche mediante le forme del loro sistema completo si trova calcolata in una Nota del prof. Pascal **).

Sull'involuzione cubica.

2. — Considerando in particolare il caso di $n=3$, e denotando con G la forma di Gordan per distinguerla dalla forma Θ di Clebsch che, con significato ben differente, interviene nella teoria del sistema di due binarie cubiche, abbiamo ***):

$$G=(\rho,\rho)_2-\frac{1}{3}\rho\sigma,$$

dove

$$\rho=3\,(f,\varphi)_1=3\vartheta,$$

$$\sigma=\frac{3}{2}(f,\varphi)_3=\frac{3}{2}J.$$

E poichè si trova facilmente ****)

$$(\rho,\rho)_2=9\left[\frac{1}{2}(\Delta\nabla-\Theta^2)+\frac{1}{3}J\vartheta\right],$$

avremo, a meno del fattor numerico $\frac{3}{2}$:

$$G=J\vartheta+3(\Delta\nabla-\Theta^2). \qquad (1)$$

*) Friedrich, *Die rationale Plancurve 4. Ordnung im Zusammenhang mit der binären Form. 6 Grades* (Inaug.-Dissertation, Giessen, 1886).—Ernst Meyer, *Die rationalen ebenen Kurven 4ter Ordnung und die binäre Form 6ter Ordnung* (Inaug.-Dissertation, Königsberg, 1888).—Stahl, *Ueber die rationale ebene Curve vierter Ordnung* (Giornale di Crelle, Bd. 104, 1888).—Alla fine (§ 12) del primo lavoro è anche considerato brevemente il caso di n qualunque.—V. anche la Nota di Stahl: *Ueber eine neue Darstellung der Resultante zweier Formen gleicher Ordnung* (Mathem. Annalen, Bd.XXXV, 1889).

**) *Sopra alcune forme invariantive del sistema di due binarie biquadratiche* (Rend. d. R. Accad. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, 4 agosto, 1888).

***) Gordan, Mathem. Annalen, Bd. III, pag. 383.

****) Gerbaldi, *Nota sul sistema simultaneo di due forme cubiche binarie* (Giornale di Matem., 1879, vol. XVII, pag. 374).—Caporali, Memorie, pag. 215.

Risulta dunque il seguente teorema, che risolve completamente la questione di cui si parlò in principio:

L'involuzione conjugata a quella determinata dalle due forme binarie cubiche f *e* φ *è costituita dalle prime polari della forma biquadratica* G.

Facendo uso della relazione

$$J\mathfrak{I} = \frac{1}{2}(f\pi + \varphi p) - \Delta\nabla + \Theta^2, \tag{2}$$

dimostrata dal Caporali alla pag. 217 delle citate *Memorie di Geometria* *), la G si può anche scrivere nella forma:

$$G = -\frac{1}{2}[4J\mathfrak{I} - 3(f\pi + \varphi p)]. \tag{1'}$$

Se in particolare si suppone che φ sia il covariante cubico Q di f, i covarianti lineari p e π sono identicamente nulli, ed inoltre si ha **):

$$J = (aQ)^2 = R,$$
$$\mathfrak{I} = (aQ)\, a_x^2\, Q_x^2 = -\frac{1}{2}\Delta^2,$$

quindi G si riduce, salvo un fattor costante, al quadrato dell'hessiano. La prima polare di un elemento qualunqne y è $\Delta . \Delta_x \Delta_y$ e poichè, grazie all'arbitrarietà di y, la polare $\Delta_x \Delta_y$ può rappresentare una forma lineare qualunque, si ha il risultato noto ***) che *le forme cubiche apolari ad* f *ed a* Q *si hanno moltiplicando l'hessiano per una forma lineare qualunque.*

È appunto in base a questa proprietà che lo Sturm ****) ha costruito l'hessiano di una binaria cubica, supponendo questa rappresentata da tre punti di una cubica gobba.

Volendo applicare il risultato ottenuto alla ricerca dell'involuzione conjugata a quella formata dalle prime polari di una forma biquadratica a^4_x, basta porre

$$f = a_x^3 a_1 \quad , \quad \varphi = a_x^3 a_2 .$$

E poichè allora (v. la mia Nota già citata) si ha:

$$\mathfrak{I} = \frac{1}{2}H \quad , \quad J = \frac{1}{2}i \quad , \quad p = \frac{1}{3}jx_2 \quad , \quad \pi = \frac{1}{3}jx_1 ,$$

*) Questa relazione era già stata accennata da Le Paige alla fine della nota *Ueber eine Relation* ecc. (*Sitzungsb.* di Vienna, 8 gennajo 1880). Però, sebbene l'Autore dichiari di seguire le notazioni della *Theorie* ecc. di Clebsch, volendo fare il confronto fra le sue formole e le mie, occorre sostituire ai simboli $\mathfrak{I}$, J, p, π di Clebsch rispett. J, I, -2π, $-2p$. Lo stesso dicasi circa la Nota dello stesso Autore stampata nel *Sitzungsb.* del 22 aprile del medesimo anno.—La (2) è stata poi anche data dal sig. v. Gall a pag. 435 del t. XXXI dei *Mathem. Annalen* (1888).

**) Clebsch, *l. c.*, pag. 116.

***) Clebsch, *l. c.*, § 34.

****) Giornale di Crelle, Bd. LXXXVI, n. 6 e 7.

si trova, *senza fattori superflui*, che le cubiche cercate sono le prime polari della biquadratica

$$iH - jf,$$

la quale è poi anche l'unica forma del fascio $f + \lambda H$ che sia apolare ad f.

3. — Partendo dalla (1') è facile dimostrare che *le due forme trovate dal* Caporali *come determinatrici dell' involuzione conjugata all' involuzione*

$$f + \lambda\varphi = 0$$

non sono altro che le prime polari dei poli p *e* π *rispetto alla biquadratica* G *da me determinata*, e questo dà piena ragione delle osservazioni fatte al principio.

Per dimostrare quanto si è ora asserito, formiamo le prime polari di y rispetto ai prodotti $f\pi$ e φp, e poniamo in entrambe $y_1 : y_2 = p_2 : -p_1$; avremo così:

$$(f\pi\,,\,p)_1 = \frac{3}{4}\pi(\alpha p)\alpha_x^2 + \frac{1}{2}\Omega f,$$

$$(\varphi p\,,\,p)_1 = \frac{3}{4}p(\alpha p)\alpha_x^2,$$

ossia:

$$(f\pi\,,\,p)_1 = \frac{3}{2}\pi(\Delta\,,\,\Theta)_1 + \frac{1}{2}\Omega f,$$

$$(\varphi p\,,\,p)_1 = \frac{3}{4}p(\Delta,\Delta)_1.$$

Dunque sarà

$$-(\chi\,,\,p)_1 = 2J(\vartheta\,,\,p)_1 - \frac{9}{4}\pi(\Delta\,,\,\Theta)_1 - \frac{3}{4}\Omega f - \frac{9}{8}(\Delta\,,\,\nabla)_1 p\,.$$

Ma *)

$$\pi(\Delta\,,\,\Theta)_1 = \Omega f - \frac{1}{2}p(\Delta\,,\,\nabla)_1\,,$$

quindi avremo

$$-(\chi\,,\,p)_1 = 2J(\vartheta\,,\,p)_1 - 3\Omega f,$$

che è appunto una delle due forme date dal Caporali. In modo analogo si troverebbe l'altra.

Pavia, 3 febbrajo 1891.

*) Caporali, *Memorie*, pag. 216, dove sono da correggere due errori tipografici nei segni.

Rapporto *sulla nota del Sig.* **V. Vetere**

(Adunanza del dì 7 marzo 1891)

In questa nota sono descritte alcune nuove sostanze, e perciò la vostra Commissione ve ne propone la pubblicazione nel Rendiconto.

A. Scacchi
E. Villari
A. Oglialoro, *relatore.*

Sopra alcuni sali dell'acido fenolglicolico e sull'acido fenolparaossicinnamico; nota *del Sig.* **V. Vetere.**

(Adunanza del dì 14 febbrajo 1891)

Alcuni anni addietro dal Prof. Oglialoro fu fatta tentare la sintesi dell'acido fenolparaossicinnamico scaldando in apparecchio a ricadere e in bagno d'olio tra 150°-160° il sale sodico dell'aldeide paraossibenzoica con fenolglicolato sodico ed anidride acetica, ma il prodotto della reazione molto resinoso mal si prestò ad una conveniente purificazione. Constatatosi in seguito che nelle reazioni come quella sopracennata è preferibile spesso uno scaldamento prolungato per molte ore a bagno di acqua salata, mi fu consigliato di ripetere l'esperienza, i risultati della quale sono l'oggetto di questa nota. In questa occasione, avendo dovuto preparare una certa quantità di acido fenolglicolico, ho creduto conveniente esaminarne alcuni sali, cioè quelli di piombo, cadmio e zinco non ancora da altri preparati, e quelli di bario e calcio noti, de' quali il primo perchè da esso son partito per la preparazione degli altri ed il secondo perchè all'analisi mi ha fornito risultati un poco diversi da quelli ch'erano conosciuti.

Acido fenolglicolico: $C_8H_8O_3 = C_6H_5O - CH_2 - COOH$. Fu preparato secondo il metodo Giacosa *(Gazz. Chim. ital. Anno 1879, pag. 471)*. Una porzione del prodotto fu trasformata in:

Sale di bario: $(C_8H_7O_3)_2 Ba + 3H_2O$, che fu analizzato:

I. Grammi 2,4015 di sale idrato scaldati per 3 ore a 110° perdettero gr. 0,265 di H_2O.

II. Grammi 0,577 di sale idrato calcinati con acido solforico concentrato diedero gr. 0,275 di solfato di bario.

III. Grammi 0,434 di sale anidro calcinati con acido solforico concentrato dettero gr. 0,226 di solfato di bario.

E per cento:

	I.	II.	III.
Acqua di cristallizzazione	11,00	—	—
Bario nel sale idrato	—	28,02	—
Bario nel sale anidro	—	—	30,80.

Per la formula suddetta si calcola per cento:

Acqua di cristallizzazione	10,95
Bario nel sale idrato	27,78
Bario nel sale anidro	31,20

Sale di piombo: $(C_6H_7O_3)_2 Pb + H_2O$. Si è ottenuto dal sale di bario trattandolo con acido solforico, filtrando a caldo e facendo digerire il liquido filtrato a bagno-maria con carbonato di piombo in eccesso. Cristallizza in aghi sottili, incolori, trasparenti. Lasciato asciugare ed analizzato:

I. Grammi 0,458 di sale idrato scaldati successivamente fino a 160° perdettero gr. 0,015 di H_2O.

II. Grammi 0,4983 di sale idrato calcinati con acido solforico diedero grammi 0,2879 di solfato di piombo.

III. Grammi 0,506 di sale anidro calcinati con acido solforico concentrato diedero gr. 0,298 di solfato di piombo.

IV. Grammi 0,436 di sale anidro trattati come sopra dettero gr. 0,261 di solfato di piombo.

E per cento:

	I.	II.	III.	IV.
Acqua di cristallizzazione	3,27	—	—	—
Piombo nel sale idrato	—	38,73	—	—
Piombo nel sale anidro	—	—	40,19	40,84

Per la formula suddetta si calcola per cento:

Acqua di cristallizzazione	3,41
Piombo nel sale idrato	39,14
Piombo nel sale anidro	40,53

Sale di cadmio: $(C_6H_7O_3)_2 Cd + 2H_2O$. Si è ottenuto decomponendo con idrogeno solforato la soluzione del sale di piombo, scacciando da questo l'eccesso d'idrogeno solforato, filtrando a caldo e trattando tale soluzione con carbonato di cadmio in eccesso. Il sale cristallizzato si presenta in forma di lunghi aghi incolori aggruppati a fiocchi.

All'analisi:

I. Grammi 1,054 di sale idrato scaldati per 3 ore fino a 120° perdettero gr. 0,087 di H_2O.

II. Grammi 0,492 di sale idrato calcinati con acido solforico concentrato dettero gr. 0,226 di solfato di cadmio.

III. Grammi 0,434 di sale anidro calcinati con acido solforico concentrato dettero gr. 0,217 di solfato di cadmio.

E per cento:

	I.	II.	III.
Acqua di cristallizzazione	8,26	—	—
Cadmio nel sale idrato	—	24,71	—
Cadmio nel sale anidro	—	—	26,88

La teoria per la formula suddetta richiede per cento:

Acqua di cristallizzazione	8,00
Cadmio nel sale idrato	24,90
Cadmio nel sale anidro	27,05

Sale di calcio: $(C_6H_7O_3)_2\,Ca + H_2O$ e $(C_6H_7O_3)_2\,Ca + 4H_2O$. Questo sale fu già preparato da Fritzsche (*Beilstein Organish. Ch. 2. Ed. 1887 — Band. II, Pag. 428*) che gli assegnò la formula $(C_6H_7O_3)_2\,Ca + 3\,{}^1/_2\,H_2O$. Io l'ho ottenuto decomponendo la soluzione del sale di piombo con idrogeno solforato e trattando a caldo il liquido filtrato con carbonato di calce purissimo precipitato. Per raffreddamento della soluzione si ebbero due forme diverse di sostanza: una massa mammellonare bianca e dei lunghi aghi setacei bianchi impiantati sulla stessa. Le due forme separate meccanicamente furono analizzate.

Sostanza mammellonare.

I. Grammi 0,612 di sale riscaldati per 3 ore fino a 120° perdettero gr. 0,032 di H_2O.

II. Grammi 0,580 di sale anidro calcinati con acido solforico concentrato dettero gr. 0,229 di solfato di calcio.

E per cento:

	I.	II.
Acqua di cristallizzazione	5,22	—
Calcio nel sale anidro	—	11,60

La teoria per la formula $(C_6H_7O_3)_2\,Ca + H_2O$ richiede per cento:

Acqua di cristallizzazione	5,00
Calcio nel sale anidro	11,69

Sostanza in aghi.

I. Grammi 0,6703 di sale scaldati fino a 125° perdettero gr. 0,1193 di H_2O.

II. Grammi 0,5028 di sale idrato calcinati con acido solforico dettero gram. 0,1655 di solfato di calcio.

III. Grammi 0,551 di sale anidro diedero trattati come sopra 0,219 di solfato di calcio.

E per cento:

	I.	II.	III.
Acqua di cristallizzazione	17,79	—	—
Calcio nel sale idrato	—	9,67	—
Calcio nel sale anidro	—	—	11,68

La teoria per la formula $(C_6H_7O_3)_2\,Ca + 4H_2O$ richiede per cento:

Acqua di cristallizzazione	17,39
Calcio nel sale idrato	9,66
Calcia nel sale anidro	11,69

Sale di zinco: $(C_6H_7O_3)_2 Zn + 2H_2O$. Si è ottenuto decomponendo la soluzione del sale di piombo con la quantità strettamente necessaria di solfato di zinco. Cristallizza in piccoli aghi incolori trasparenti, che furono analizzati.

I. Grammi 2,300 di sale scaldati per 3 ore fino a 130° perdettero gr. 0,204 di H_2O.

I. Grammi 0,997 di sale idrato dettero gr. 0,0905 di ossido di zinco ottenuto dalla quantità corrispondente di carbonato.

III. Grammi 1,132 di sale anidro dettero gr. 0,2635 di ossido di zinco.

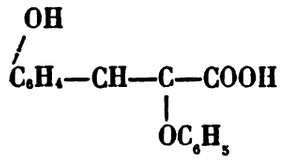
E per cento:

Acqua di cristallizzazione	8,87	—	—
Zinco nel sale idrato	—	16,85	—
Zinco nel sale anidro	—	—	18,67

La teoria per la formula suddetta richiede per cento:

Acqua di cristallizzazione	8,93
Zinco nel sale idrato	16,12
Zinco nel sale anidro	17,61

Acido fenolparaossicinnamico



Fu ottenuto scaldando a bagno di acqua salata in un pallone munito di refrigerante a ricadere quantità equimolecolari del sale sodico dell'aldeide paraossibenzoica (gr. 50) fenolglicolato sodico (gr. 50), in presenza di un eccesso di anidride acetica (gr. 150). La massa solida così ottenuta si fece bollire con acqua distillata per $^1/_4$ d'ora e dopo raffreddamento per aggiunta di altra acqua si precipitò una sostanza oleosa bruno-rossa, che decantata e raccolta in un pallone fu trattata con soluzione di carbonato sodico in leggero eccesso ed estratta ripetutamente con etere. Scacciato dal liquido alcalino l'etere per distillazione e dopo raffreddamento decomponendolo con acido cloridrico, si precipitò una sostanza giallo-sporca che raccolta, compressa fra carte e cristallizzata da un miscuglio bollente d'acqua ed alcool a volumi eguali diede dei cristalli aggruppati in piccoli aghi bianco-sporchi. Si è filtrato compresso fra carte e lasciato asciugare.

Tale sostanza fonde tra 227-233° decomponendosi parzialmente.

All'analisi elementare:

I. Grammi 0,253 di sostanza dettero gr. 0,650 di anidride carbonica e gr. 0,125 di H_2O.

II. Grammi 0,330 di sostanza dettero gr. 0,847 di anidride carbonica e gr. 0,152 di H_2O.

Da cui

	I.	II.
Carbonio %	70,06	70,00
Idrogeno »	5,48	5,11

La teoria per la formula $C_{15}H_{12}O_4$ richiede

Carbonio %	70,31
Idrogeno »	4,68

Sale d'argento: $C_{15}H_{11}O_4Ag$. Una porzione d'acido fenolparaossicinnamico fu trasformata in sale d'argento decomponendo la soluzione del sale ammonico col nitrato d'argento. Il sale, che si otteneva bianco, era però talmente alterabile alla luce che, sebbene operando con tutte le precauzioni, non fu possibile evitare che s'annerisse completamente. Non ostante tale decomposizione evidente se ne fece qualche determinazione; i risultati quindi non possono essere soddisfacenti.

I. Grammi 0,106 di sale calcinati da soli dettero gr. 0,032 di argento.

II. Grammi 0,350 di sale all'analisi elementare dettero gr. 0,5955 di anidride carbonica e gr. 0,107 di H_2O.

E per cento:

	I.	II.
Argento	30,19	—
Carbonio	—	46,40
Idrogeno	—	3,39

Mentre la teoria per la suddetta formula richiede per cento:

Argento	29,75
Carbonio	47,86
Idrogeno	3,10

Sale di bario: $(C_{15}H_{11}O_4)_2 Ba + 3H_2O$. Un'altra porzione di acido fenolparaossicinnamico fu trasformato in sale di bario, trattando la sua soluzione con idrato baritico saturando l'eccesso di questo con una corrente di anidride carbonica, facendo bollire e filtrando a caldo. Il liquido si mise a cristallizzare nel vuoto e sull'acido solforico, evitando però che tutta l'acqua fosse svaporata. Si ottennero così dei cristalli disposti simmetricamente a rosette grigio-perla setacei che seccati fra carte furono analizzati.

I. Grammi 0,386 di sale scaldati successivamente fino a 130° perdettero gr. 0,030 di H_2O.

II. Grammi 0,263 di sale scaldati come sopra perdettero g. 0,020 di H_2O.

III. Grammi 0,356 di sale anidro calcinati con acido solforico concentrato dettero gr. 0,129 di solfato di bario.

IV. Grammi 0,243 di sale anidro trattati come sopra fornirono gr. 0,087 di solfato di bario.

E per cento:

	I.	II.	III.	IV.
Acqua di cristallizzazione	7,77	7,60	—	—
Bario nel sale anidro	—	—	21,07	21,02

E riferendo i risultati III e IV al sale idrato si ottiene:

	III.	IV.
Bario nel sale idrato %	19,63	19,42

La teoria per la formula suddetta richiede per cento:

Acqua di cristallizzazione	7,70
Bario nel sale idrato	19,54
Bario nel sale anidro	21,17

Dall'Istituto Chimico della R. Università di Napoli, febbraio 1891.

RELAZIONE *sulla Memoria del Sig.* Francesco Chizzoni.

(Adunanza del dì 7 marzo 1891)

L'Autore considera, nello spazio ad n dimensioni, dei gruppi di ν punti dei quali m possono darsi ad arbitrio, dopodichè i rimanenti $\nu-m$ restano determinati *in modo unico*. All'insieme di siffatti gruppi dà il nome di *involuzione* di *grado* ν e di *specie* m. La memoria è divisa in tre paragrafi.

Nel primo § l'Autore si occupa specialmente delle involuzioni di specie m sulla linea retta, e mediante considerazioni geometriche negli iperspazi ritrova alcuni teoremi già conosciuti, soliti a stabilirsi per via algebrica, quali p. es.:

Ogni involuzione di grado ν *e di specie* m *nella linea retta è razionale, cioè i suoi gruppi sono rappresentabili univocamente sui punti di uno spazio lineare ad* m *dimensioni, ossia il gruppo generico dell'involuzione è rappresentato dall'equazione*:

$$\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \ldots + \alpha_{m+1} F_{m+1} = 0$$

in cui le F *sono polinomi interi di grado* ν *nelle coordinate di un punto della retta e le* α *dinotano parametri affatto arbitrari.*

Un' involuzione di grado ν *e della specie* m, *in una retta, possiede* $(m+1)(\nu-m)$ *gruppi in ciascuno dei quali* $(m+1)$ *punti coincidono insieme.*

Nel secondo § si tratta dapprima dei gruppi di ν punti *tutti arbitrari* in uno spazio lineare ad n dimensioni, per passare quindi al problema delle involuzioni di specie qualunque e dimostrare come: *data un'involuzione di grado* ν *e di specie* m *in uno spazio lineare ad* n *dimensioni, si può sempre costruire un'involuzione di prima specie e di grado* $(\nu-m)$ *in uno spazio lineare ad* m.n *dimensioni, i gruppi della quale corrispondono univocamente a quelli della data.*

Il § terzo è specialmente dedicato allo studio della rappresentazione univoca dei punti di uno spazio a 4 dimensioni sulle coppie di punti di un piano, come applicazione dei teoremi dei due §§ precedenti. Tale rappresentazione è sembrata interessante all'Autore per la relazione che i problemi geometrici, cui essa dà luogo, hanno colle

equazioni alle derivate ordinarie e ancora per certe superficie che vi s'incontrano aventi uno stretto legame colle involuzioni piane di 2° grado.

Non potendo riferire, chè troppo in lungo ci porterebbe, su tutti i risultati ottenuti dall'Autore in questa parte del suo lavoro, ci limiteremo a notare che egli vi fa uno studio accurato della varietà a tre dimensioni, Δ_3, formata da quei punti dello spazio a 4 dimensioni, per i quali i due punti corrispondenti nel piano riescono coincidenti. Dimostra che questa varietà possiede 15 rette doppie che si possono ottenere come trasversali delle terne formate da cinque fra esse (che si possono scegliere in 6 modi diversi). Dimostra pure che *i piani seganti la varietà* Δ_3 *secondo un quadrilatero formano una figura correlativa di quella costituita dalle quindici rette doppie della varietà e che ogni spazio tangente di* Δ_3 *taglia questa varietà secondo una superficie di Kummer.*

Crediamo utile che questa memoria del Sig. Chizzoni venga inserita per intero in Appendice negli Atti della nostra Accademia, anche in vista dei molteplici punti di contatto che essa presenta con recenti lavori analoghi di altri geometri italiani.

G. Battaglini
D. Padelletti
A. Capelli, *relatore.*

Osservazioni Meteoriche

GENNAJO 1891 — FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	55.2	53.5	54.3	54.33	7.0	10.7	7.5	5.9	11.0	7.85	5.5	6.4	5.9	5.93	74	67	77	72.7	9	2	0	NE	N	NE	6	1	2	—	0.8
2	54.6	53.4	54.6	54.20	7.8	10.4	7.0	5.8	10.6	7.80	5.8	6.6	5.2	5.87	73	70	74	72.3	1	0	7	E	E	NE	4	0	1	—	1.9
3	54.8	53.8	54.5	54.37	7.0	10.0	7.4	6.1	10.7	7.80	5.3	5.4	4.8	5.17	71	58	62	63.7	1	3	0	E	NE	NE	4	1	1	—	1.0
4	53.7	51.8	52.2	52.57	6.5	9.8	7.8	5.4	9.9	7.40	4.4	5.8	4.5	4.90	61	64	58	61.0	0	9	10	ENE	N	NE	3	0	0	—	1.8
5	47.6	44.7	43.1	45.13	7.5	7.4	7.2	6.1	8.5	7.32	6.3	7.0	7.0	6.77	82	91	93	88.7	10	10	10	ENE	NW	SSW	0	0	0	7.9	1.2
6	41.4	40.7	40.7	40.93	9.5	10.8	9.0	6.8	11.1	9.10	6.8	8.0	7.6	7.47	76	83	89	82.7	8	10	10	SW	ESE	W	0	1	0	8.7	0.5
7	38.8	37.2	38.8	38.27	10.2	12.1	11.9	8.0	12.1	10.55	**8.4**	8.1	8.3	8.27	91	78	80	83.0	10	10	10	SSW	SE	WSW	6	6	15	23.3	1.2
8	38.6	38.7	38.1	38.47	11.7	11.1	8.5	8.5	**12.8**	10.38	8.4	7.5	7.4	7.77	83	76	89	82.7	8	10	10	W	SSE	NE	14	0	0	1.5	1.5
9	35.7	38.9	42.7	39.10	4.8	7.4	4.0	4.0	9.1	5.48	5.6	5.0	5.3	5.30	87	65	87	79.7	10	10	3	W	W	NW	21	22	5	15.7	1.0
10	45.7	46.3	47.7	46.57	4.0	4.4	4.7	2.1	5.3	4.02	5.7	5.7	5.7	5.70	93	92	89	91.3	10	10	2	E	NE	NE	0	0	1	21.0	1.5
11	50.0	51.2	54.3	51.83	5.9	8.4	5.6	3.8	8.7	6.00	5.3	5.4	5.0	5.23	77	66	74	72.3	3	5	0	NNE	E	NE	0	0	0	—	1.8
12	56.7	55.1	53.9	55.23	5.6	8.4	5.5	4.3	8.4	5.95	4.8	5.2	5.6	5.20	71	63	83	72.3	0	1	0	N	N	NE	0	0	1	—	1.2
13	53.6	52.3	52.9	52.93	4.8	6.5	4.0	2.9	7.5	4.80	4.2	4.5	4.3	4.33	65	63	70	66.0	3	2	0	NNE	E	E	1	0	1	—	1.0
14	48.0	42.4	41.1	43.83	4.5	6.4	3.1	3.1	7.0	4.43	3.8	4.2	4.0	4.00	60	58	69	62.3	0	0	0	E	NE	NE	3	3	1	—	1.8
15	38.0	35.8	32.8	35.53	3.8	3.9	0.5	0.2	5.2	2.42	3.7	4.1	4.5	4.10	60	67	94	73.7	5	10	10	ENE	E	ENE	0	3	8	—	1.2
16	34.5	33.6	35.3	34.47	0.2	4.4	−0.2	−0.5	5.3	1.20	4.0	4.1	4.4	4.17	87	65	**98**	83.3	9	2	5	N	SSW	N	0	0	50	5.0	1.0
17	39.4	36.4	37.6	37.80	0.5	3.7	−0.5	**−2.2**	4.3	0.53	3.2	5.2	4.3	4.23	68	87	96	83.7	10	10	10	ENE	N	NNE	0	14	10	14.0	1.5
18	38.9	35.3	34.4	36.20	0.8	1.2	2.5	−0.8	3.0	1.37	4.5	4.6	4.3	4.47	92	92	77	87.0	10	10	10	ENE	E	NE	3	4	4	19.1	1.0
19	35.9	37.7	41.2	38.27	2.5	3.5	2.4	1.0	4.0	2.48	5.0	4.9	4.5	4.80	91	83	80	84.7	8	10	3	NE	WNW	NNW	0	3	0	12.4	0.5
20	44.7	44.0	44.6	44.43	0.5	4.1	1.0	−0.1	4.1	1.37	3.7	3.3	3.0	3.33	76	54	60	63.3	7	6	0	N	N	NE	2	1	3	—	1.0
21	44.9	42.8	40.5	42.73	1.5	4.7	3.0	−0.7	4.9	2.18	3.5	3.5	3.9	3.63	69	55	69	64.3	2	5	10	N	SW	SE	0	2	0	—	0.8
22	**27.1**	32.1	37.7	32.30	4.8	4.8	2.0	2.1	7.7	4.15	5.3	4.0	3.0	4.10	82	62	57	67.0	4	10	0	NW	N	NW	1	8	9	—	2.0
23	44.6	46.1	50.1	46.93	2.6	5.8	3.5	0.7	6.0	3.20	3.0	**2.2**	2.7	2.63	54	**31**	46	43.7	0	0	0	ENE	NE	NE	0	0	5	—	1.5
24	55.8	55.6	56.2	55.87	4.0	7.4	5.3	2.2	7.4	4.72	3.7	3.6	3.3	3.53	61	46	50	52.3	0	0	0	N	N	NE	0	1	0	—	1.0
25	55.4	53.9	54.3	54.53	6.3	9.5	8.0	4.4	10.0	7.18	6.0	7.3	7.7	7.00	84	83	96	87.7	10	9	10	W	W	SW	0	1	0	—	2.0
26	54.8	54.8	56.6	55.40	7.2	11.2	9.0	4.7	11.3	8.05	6.1	6.5	3.8	5.47	80	66	45	63.7	1	6	1	NNE	NW	NE	0	0	2	—	0.0
27	58.1	57.8	58.6	58.17	6.3	9.8	7.8	4.7	10.6	7.35	4.9	6.3	6.7	5.97	69	69	85	74.3	0	3	0	N	N	N	7	0	1	—	1.5
28	58.5	58.1	58.6	58.40	7.2	10.7	8.2	5.3	10.7	7.85	5.5	5.2	4.3	5.00	73	54	52	59.7	0	1	0	N	NW	N	0	0	1	—	0.0
29	58.3	56.9	57.7	57.63	7.5	10.4	7.5	5.4	10.4	7.70	4.3	5.0	5.1	4.80	57	53	66	58.7	9	10	10	N	N	N	2	0	0	—	1.2
30	58.5	58.4	59.7	58.87	7.8	11.0	7.2	6.9	11.0	8.22	4.9	4.2	3.5	4.20	61	43	46	50.0	10	4	0	N	E	NNE	1	0	0	—	1.5
31	**60.8**	59.9	60.7	60.47	7.0	9.7	6.4	4.2	9.7	6.83	4.5	4.5	5.4	4.80	61	49	75	61.7	0	0	0	ENE	N	NE	0	0	0	—	2.8
Medi mens.	47.83	47.07	47.92	47.61	5.40	7.74	5.38	3.56	8.33	5.67	5.04	5.27	5.00	5.10	73.8	66.2	73.7	71.3										somma 128.6	somma 38.7

Nella notte del 4, 5, 8, 9, neve sul Vesuvio. Alle 7 ½ della sera dei 15 nevica fortemente, continua nella notte, la quantità della neve caduta è di centim. 24. Nella notte 16-17 ha leggermente nevicato; nella mattinata nevica fortemente. Nella notte 17-18 leggiera neve mista a pioggia. Nel 18 al mattino fiocchi di neve.

Osservazioni Meteo[redacted]

FEBBRAJO 1891 — FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE — Longitudine . 14 15 E. di Greenwich; Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 6^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	59.5	57.6	57.3	58.13	6.0	9.7	5.7	4.4	9.7	6.45	4.2	5.4	5.4	5.00	57	60	79	65.3	0	0	0	NNE	SW	N	0	0	0	—	1.0
2	57.6	57.5	58.9	58.00	7.0	9.9	6.5	5.0	9.9	7.10	4.9	4.9	4.2	4.67	66	53	58	59.0	4	8	7	ENE	ENE	NE	0	0	0	—	1.8
3	60.5	59.7	60.1	60.10	6.9	9.7	6.8	5.4	9.7	7.20	4.8	4.8	4.1	4.57	65	53	56	58.0	9	1	10	E	E	E	3	0	2	—	1.4
4	58.0	55.4	58.0	57.13	6.4	10.0	6.3	4.0	10.2	6.72	4.4	4.8	5.0	4.73	61	52	71	61.3	0	0	0	NNE	N	NE	1	0	1	—	1.8
5	51.8	50.9	52.5	51.73	6 6	7.9	4.8	3.2	9.6	6.05	4.2	4.7	4.3	4.40	58	59	67	61.3	10	1	0	N	E	ESE	0	2	8	—	2.0
6	53.2	52.3	53.5	53.00	4.5	4.8	2.6	2.6	7.0	4.18	3.4	3.5	4.7	3.87	54	55	84	64.3	0	0	0	ENE	E	ENE	6	11	10	—	2.4
7	53.1	52.2	52.7	52.67	3.5	5.7	2.9	1.5	6.4	3.57	3.4	3.7	3.3	3.47	57	54	59	56.7	7	0	0	NNE	E	ENE	5	7	8	—	2.0
8	50.7	51.1	51.1	50.97	4.2	5.7	5.0	2.8	6.2	4.55	3.9	4.2	4.5	4.20	63	61	69	64.3	10	10	10	ENE	ENE	ENE	4	6	10	—	2.6
9	51.3	52.1	54.3	52.57	5.2	7.7	4.6	4.2	8.0	5.50	4.6	4.6	4.9	4.70	69	59	68	65.3	9	10	2	ENE	ENE	NE	10	1	1	1.0	1.5
10	55.8	55.3	56.1	55.73	6.0	9.2	5.5	4.0	9.9	6.35	5.1	5.4	4.9	5.13	74	62	72	69.3	3	2	2	ENE	N	NE	0	1	0	—	2.0
11	55.0	52.9	53.9	53.93	6.7	10.0	5.8	5.0	10.3	6.95	5.0	5.6	6.3	5.63	59	61	91	70.3	4	3	10	E	NE	SE	3	0	0	0.7	0.8
12	52.1	51.0	51.2	51.43	6.6	8.9	6.1	5.8	9.5	7.00	5.3	5.3	4.9	5.17	73	62	71	68.7	10	8	2	ENE	E	ENE	2	1	2	2.5	1.0
13	50.1	47.3	46.1	47.83	7.0	10.2	6.0	4.5	10.2	6.93	5.2	5.6	5.5	5.43	70	60	79	69.7	9	9	5	N	NE	NE	0	0	0	—	0.5
14	**44.5**	45.9	49.3	46.57	5.0	5.8	—0.6	—0.6	6.4	2.55	3.3	2.3	4.2	3.27	51	33	**96**	60.0	7	1	10	E	E	ENE	19	21	25	0.5	1.0
15	52.7	52.9	54.5	53.37	0.8	2.5	1.0	**—1.0**	3.4	1.05	2.6	4.5	3.9	3.67	53	80	77	70.0	8	0	0	E	E	ENE	16	0	9	—	2.0
16	54.3	53.5	55.4	54.40	4.0	8.0	5.7	0.3	8.2	4.55	**2.2**	3.9	3.9	3.33	36	50	57	47.7	0	0	0	E	E	NE	0	forte	0	—	2.0
17	55.3	54.3	55.0	54.87	8.3	10.8	7.3	4.8	10.9	7.82	4.0	4.7	4.6	4.43	50	49	61	53.3	0	0	0	E	E	E	ff.	2	4	—	1.8
18	51.4	50.7	52.4	51.50	9.2	9.9	6.0	6.0	11.6	8.20	3.8	3.0	3.4	3.40	44	33	49	42.0	3	0	6	NW	NE	ENE	0	11	6	—	2.8
19	53.6	53.4	55.9	54.30	4.0	4.9	1.9	1.8	6.3	3.50	2.6	2.3	2.5	2.47	42	36	47	41.7	3	1	8	ENE	E	ENE	19	16	9	—	4.0
20	56.2	54.4	54.0	54.87	4.2	7.5	3.3	1.2	7.5	4.05	2.8	2.5	2.8	2.70	46	**32**	49	42.3	1	0	0	E	E	E	0	1	0	—	2.2
21	53.1	52.9	55.3	53.77	6.0	8.2	4.4	3.0	8.4	5.45	3.4	2.7	2.9	3.00	49	33	47	43.0	0	0	0	E	E	E	0	1	1	—	1.5
22	56.9	56.2	58.2	57.10	6.6	10.3	6.4	3.1	10.3	6.60	3.1	3.3	3.9	3.43	43	35	54	44.0	2	0	0	E	E	E	0	1	0	—	2.5
23	60.5	60.1	**60.8**	60.47	8.5	12.1	8.3	5.4	12.1	8.58	4.9	5.0	4.8	4.90	59	47	59	55.0	0	0	0	E	NE	NE	0	0	0	—	2.2
24	59.6	57.2	56.2	57.67	8.5	12.4	7.5	6.0	12.4	8.60	4.2	5.4	6.7	5.43	51	50	88	63.0	0	0	5	E	W	SE	0	0	0	—	1.5
25	54.0	52.7	54.3	53.67	10.6	12.8	8.5	6.3	12.9	9.57	4.7	4.6	4.1	4.47	50	41	50	47.0	1	0	0	E	E	NE	0	2	0	—	1.0
26	54 3	53.5	53.8	53.87	8.6	11.7	8.5	5.4	11.8	8.58	4.9	5.4	4.4	4.90	59	53	54	55.3	0	0	0	E	W	NE	0	1	0	—	2.2
27	54.1	53.4	54.4	53.97	8.5	13.2	9.0	6.1	**13.4**	9.25	4.6	6.2	**7.1**	5.97	56	54	83	64.3	0	0	0	NE	NW	NW	0	0	0	—	1.0
28	55.0	54.2	55.8	55.00	10.2	13.1	7.8	6.1	**13.4**	9.37	4.4	3.8	4.0	4.07	48	34	52	44.7	2	0	0	NNE	E	E	0	0	2	—	1.0
Medi mens.	54.44	53.59	54.68	54.24	6.41	9.02	5.49	3.80	9.49	6.30	4.07	4.36	4.47	4.30	55.8	50.4	66.0	57.4	3.6	1.9	2.7							somma 4.7	somma 49.5

Presso la mezzanotte del 14 vento tempestoso di ENE; alle 7^h.50^m sera del medesimo giorno comincia a nevicare con vento tempestoso sempre di ENE; seguita a nevicare fin dopo la mezzanotte; l'altezza della neve caduta è di circa 3 centimetri.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di febbraio 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale, Anno VII, novembre-dicembre, 1890.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica . . . . . ROMA
Statistica delle cause delle morti avvenute in tutti i comuni del Regno nell'anno 1888.

Institut international de Statistique . . . . . ROME
Bulletin, To. IV, 2e livr., Année 1889.

Istituto d'Igiene sperimentale dell' Università di . . . . . ROMA
Annali, pubblicati per cura del Prof. *A. Celli*, Ser. 1a, Vol. 2°, 1890.

Giornale medico del R. Esercito e della R. Marina . . . . . ROMA
Anno XXXVIII, No. 12, dicembre 1890.

Reale Accademia dei Lincei. . . . . ROMA
Atti, Serie IV. Rendiconti, Vol. VI, fasc. 12°, 1890; Vol. VII, fasc. 1-2, 1891.

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei. . . . . ROMA
Atti, Anno 43°, 1890, Sess. IV, V e VI.

Società degli Spettroscopisti italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XIX, Disp. 11 e 12, 1890.

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele. . . . . ROMA
Bollettino delle Opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, Vol. V, No. 4, Aprile 1890.

Periodico di Matematica per l'insegnamento secondario . . ROMA
Anno VI, 1891, Fasc. 1°, Gennaio-Febbraio.

Reale Istituto d'Incoraggiamento di . . . . . NAPOLI
Rendiconto, Anno III, 1890, fasc. 11° e 12°.

Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Indice per l'anno 1889, 1891, No. 121 e 122, Gennaio.

Rivista Scientifico-Industriale. . . . . FIRENZE
Anno XXII, 1890, No. 24; Anno XXIII, 1891, No. 1.

Società Toscana di scienze naturali . . . . . PISA
Atti; Processi Verbali, Vol. VII, Adunanze del 6 Luglio e 16 Novembre 1890.

R. Università degli Studî di . . . . . TORINO
Annuario per l'Anno Accademico, 1890-91.

Reale Accademia delle Scienze di . . . . . TORINO
Cenno necrologico di *Felice Casorati*, del Socio *E. d'Ovidio.*

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. X, N. 12, 1890.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIII, fasc. 19-20, 1890; Vol. XXIV, fasc. 1°, 1891.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di agricoltura e Atti, 1890, N. 12; 1891, N. 1.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XIX, fasc. VI, Dicembre 1890.

Società Ligustica di Scienze naturali e geografiche . . . . . GENOVA
Atti, Anno I, Vol. I, No. 4, dicembre 1890.

Accademia Gioenia di Scienze Naturali . . . . . CATANIA
Bollettino mensile. Nuova Serie, fasc. XV, Novembre 1890.

R. Società Economica . . . . . SALERNO
Il Picentino. Anno XXXIII, fasc. 12, Dicembre 1890.

GRASSI Prof. GUIDO — (I seguenti opuscoli):

1° Sul calcolo dell'andamento annuale della temperatura in Italia;
2° Sulla temperatura dell'Aria a diverse altezze e sulla riduzione al livello del mare delle Altezze barometriche;
3° Gli Aneroidi Goldschmid;
4° Nuova formola altimetrica e sue applicazioni alla riduzione al mare delle altezze barometriche ed alla misura delle altitudini;
5° Sulla trasmissione del calore. Spiegazione di un fenomeno presentato dai liquidi in ebollizione;
6° Sull'influenza dell'epoca nelle livellazioni barometriche;
7° Sul calcolo della temperatura di regime negli essiccatoi;
8° Metodo per misurare le correnti elettriche di grande intensità;
9° Un teorema relativo alla composizione delle batterie elettriche primarie;
10° Relazione fra il rendimento luminoso delle lampade ad incandescenza e la loro convenienza economica negli impianti d'illuminazione, Memorie 2.
11° Il Riscaldamento dei conduttori percorsi dalla corrente elettrica.
12° Apparecchio per la misura delle correnti di grande intensità.
13° Calcolo delle reti di distribuzione della corrente elettrica.

14° Ricerche sperimentali sulla conduttività termica dei corpi cattivi conduttori e specialmente dei materiali da costruzione.

15° Un curioso fenomeno presentato dai liquidi in ebollizione.

16° Corso di fisica applicata.

TERRACCIANO Dott. NICOLA. Synopsis plantarum vascularium montis Pollini, Roma 1890.

BIANCHI Prof. LUIGI. Sopra alcune nuove classi di superficie e di sistemi tripli ortogonali.

CASOTTI Barone FRANCESCO. Cenni biografici di *Oronzio Gabriele Costa.* Lecce 1890.

Académie des Sciences . . . . . PARIS

Comptes-rendus hebdomadaires des Séances, To. CXI, 1890, N.° 26; To. CXII, 1891, Nos. 1-5.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale . . . . PARIS

Bulletin, 89° Année 1890, To. V, 4° Série, No. 60, décembre.

— Compte-rendu bi-mensuel des séances, 1890, N. 19; 1891, Nos. 1-2.

École normale supérieure. . . . . . PARIS

Annales Scientifiques, III, Série, To. VI, Année 1890, N.° 12, décembre.

La Lumière électrique . . . . . PARIS

Journal universel d'électricité, XIII Année 1891, Nos. 2-7.

L'Électricien. . . . . . PARIS

Revue intern. de l'électr. et de ses applic. — 2° Série, To. 1°, Nos. 2-6.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées. . . . . . PARIS

2° Année. 1891, Nos. 1-2.

L'Astronomie . . . . . PARIS

Revue mensuelle, 10° Année, 1891, Nos. 1-2.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES

17° Année, 1891, No. 8, Novembre.

Royal Society . . . . . LONDON

Proceedings, Vol. XLVIII, No. 295.

Chemical Society . . . . . LONDON

Proceedings. Session 1890-91, No. 91.

— Journal, Vols. LIX & LX, No. 339.

Royal Astronomical Society. . . . . . LONDON

Monthly notices, Vol. LI, No. 2, December 1890.

Nature. . . . . . LONDON

A weekley illustrated journal of Science, Vol. 43, Nos. 1106-1110.

K. K. geologische Reichsanstalt . . . . . WIEN
Verhandlungen, 1890, N. 14-18; 1891, N. 1.
— Abhandlungen, XIV Band, 1890.

Ornitologische Vereines. . . . . . WIEN
Mittheilungen, XIV Jahrg., 1890, Nr. 24.

K. K. zoologisch-botanische Gesellschaft in . . . . . WIEN
Verhandlungen, Jahrg 1890, XL Band, III und IX Quartal.

Académie des Sciences de. . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes-rendus des Séances, 1890, décembre; 1891, Janvier.

Kon. Preuss. meteorologische Instituts . . . . . BERLIN
Abhandlungen, Band. I, No. 1-3.
— Das Kön-Preuss. Meteorologische Institut in Berlin und dessen Observatorium bei Potsdam. von *Wilhelm von Bezold.*

Senckenbergische naturforschende Gesellschaft. . . . . . FRANKFURT A. M.
Abhandlungen, XVI Bd., 2 Heft. 1890.

Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft zu . . . . JENA
Jenaische Zeitschrift fur Naturwissenschaft, XXV Bd. (N. F., VIII Bd.) I, u. II Heft. 1890.

Acta Mathematica. . . . . . STOCKHOLM
Journal rédigé par *G. Mittag Leffler*, Bd. 13, N. 13 & 14, 1890.

U. S. Naval Observatory . . . . . WASHINGTON
Report of the Superintendent for the Year ending 1890, June 30.

Academie of Natural Sciences of . . . . . PHILADELPHIA
Proceedings, Part. II, April-September, 1890.

Geological Survey of India . . . . . CALCUTTA
Records, Vol. XXIII, part. 4, 1890.

Observatorio astronómico nacional de . . . . . TACUBAYA
Anuario para el Año 1891.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di marzo 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Statistica del Commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° al 31 Dic. 1890 e dal 1° al 31 Genn. 1891.
— Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno VIII, Gennaio-Febbraio 1891.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica . . . . . ROMA

Annali di Statistica. Statistica industriale. Fasc. XXVI (Porto Maurizio); fasc. XXVII (Udine).

— Statistica dell'istruzione secondaria e superiore per l'anno scolastico 1887-88 e notizie sommarie per l'anno 1888-89.

— Statistica dell'istruzione elementare per l'anno scolastico 1886-87 e notizie sommarie per l'anno 1887-88.

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele . . . . . ROMA

Bollettino delle Opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, Vol. VI, N.° 16, Gennaio e Febbraio 1891.

Reale Accademia dei Lincei . . . . . ROMA

Atti, Ser. IV, Rendiconti, Vol. VII, 1° Sem. 1891, fasc. 3° e 4°.

— Parte 2ª. Notizie degli Scavi, Luglio a Novembre 1890.

Società degli spettroscopisti Italiani . . . . . ROMA

Memorie, Vol. XX, Disp. 1ª, Gennajo 1891.

Rivista scientifico-industriale. . . . . FIRENZE

Anno XXIII, 1891; N.° 2, Gennaio.

Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . FIRENZE

Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Indice alfabetico pel 1890 (A-G), 1891, N. 123-124, Febbraio.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO

Rendiconti, Ser, II, Vol. XXIV, fasc. 2°, 1891.

Reale Accademia Virgiliana . . . . . MANTOVA

Atti e Memorie. Biennio 1889-90.

Ateneo di . . . . . BRESCIA

Commentarii per l'anno 1890.

R. Accademia delle Scienze di . . . . . TORINO

Atti, Vol. XXVI, Disp. 1ª-3ª, 1890-91.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI

Bollettino Mensuale. Ser. II, Vol. XI, N.° 1, Gennaio 1890.

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . VENEZIA

Atti, (To. XXXVIII), Ser. VII, To. II, Disp. 1-2, 1890-91.

Reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in . . . . . MODENA

Memorie, Ser. 1ª, Vol. XX, p. 3ª, Ser. 2ª, vol. 2-8.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI

Giornale di Agricoltura. Atti, Anno LI, 1891, N. 2, febbraio.

Le Stazioni sperimentali Agrarie italiane . . . . . ASTI

Vol. XX, fasc. 1°, Gennaio 1891.

Real Società Economica . . . . . SALERNO

Il Picentino. Anno XXXIV, 1890, fasc. 1° e 2°. Gennaio-Febbraio.

FILANGIERI *Principe* GAETANO. Documenti per la Storia, le Arti e le Industrie delle provincie napoletane, Vol. V.

SAVASTANO *Dott.* LUIGI. Rapporti di resistenza dei vitigni della Provincia di Napoli alla Peronospora. Portici 1890-91.

— La patologia vegetale dei Greci, Latini ed Arabi. Portici 1890-91.

RICCARDI *Dott.* PAOLO. Pregiudizii e superstizioni del popolo Modenese. Firenze 1891.

— Di alcune correlazioni di sviluppo fra la statura umana e l'altezza del corpo seduto. Modena 1891.

LINO TEDESCHI *Dott.* DOMENICO. La potenza depletiva mirabilissima nell'Angina Pectoris Bronco-pleuro-pneumonite-acuta. Studii ed esperimenti.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes-rendus hebdomadaires des Séances. To. CXII, Nos. 6-9.

Société d'encouragement pour l'Industrie nationale . . . . PARIS
Bulletin, 90e Année 1891, IV Série, To. VI, No. 61, 62, Janvier-Février.

École normale Supérieure . . . . . PARIS
Annales, III Série, To. VII, Année 1890. Supplément. To. VIII, Année 1891, N.° 1, Janvier.

Société mathématique de France . . . . . PARIS
Bulletin, To. XVIII, Nos. 5 et 6.

La Lumière electrique . . . . . PARIS
Journal universel d'éléctricité, XIII Année 1891, Nos. 8-10, Février-Mars.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées . . . . . PARIS
To. I, Table des matières, To. II, Nos. 3-4.

L'Électricien. . . . . . PARIS
(Revue Intern. des Sc. pures et appl.), 2e Série, To. 1, Nos. 7-10. Février-Mars 1891.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
2e Série, To. XV, Janvier 1891.

L'Astronomie . . . . . PARIS
Revue mensuelle d'astronomie populaire etc. 10e Année 1891, No. 3, Mars.

Zoologischen Station zu . . . . . NEAPEL
Mittheilungen, IX Bd.; IV Heft.

K. Preuss. Akademie der Wissenschaften . . . . . BERLIN
Sitzungsberichte, XLI-LIII, 1890, und Inhalt für das Jahrg. 1890.

Ornithologische Vereines in. . . . . . WIEN
Mittheilungen, XV Jahrg. Nr. 1-4; 1891.

Kön. Ungarische Geologische Anstalt . . . . . BUDAPEST
Mittheilungen, VIII Band. 9 Heft; IX Band, 2 Heft.

— (Ung. Geolog. Gesellschaft.) Földtani Közlöny. XX Kötet; 5-12 Füzet 1890.

Royal Society . . . . . LONDON
Proceedings, Vol. XLIX, No. 296 and 297.

Royal Astronomical Society . . . . . LONDON
Monthly notices, Vol. LI, No. 3, January 1891.

Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Nos. 391-394.

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal, Vols. LVII-LVIII. Supplementary number containing title pages, contents and indexes, Vols. LIX-LX, No. 338, January 1891.

— Proceedings, No. 92, Sess. 1890-91.

Nature . . . . . LONDON
A weekly illustrated Journal of Science, Vol. 43, Nos. 1111-1114, 1891.

Literary & Philosophical Society . . . . . MANCHESTER
Memoirs and Proceedings, 1890-91, Vol. 4, Nos 1-2.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
17me Année, No. 9, Décembre 1890.

École Polytechnique de . . . . . DELFT
Annales. To. VI, 1890, 2me Livraison.

Sternwarte in . . . . . LEIDEN
Annalen herausgegeben von D.r *H. G. Van de Saude Bakhuyzen*, V. u. VI Bd., 1890.

Rijks-Universiteit te. . . . . . UTRECHT
I seguenti fascicoli:
1.° *Doude Van Troostwijk H. I.* De Landbouw als Tak van staatszorg, 1887.
2.° *Van der Brug A. P.* Over den Invloed van Magisterium-Bismuthi op het slijmvlies van de Maag, 1887.
3.° *Das. H.* Het onvermogen van Asbestfilters on microorganismen uit Drinkwater te Verwijderen, 1887.
4.° *Teu Noever de Brauw I. G.* Over den Invloed van eenige Geneesmiddelen of de Maagbewegingen, 1887.
5.° *Van Tussenbroek A. P. C.* Over Normale en Abnormale Melkafscheiding, 1887.
6.° *Rienstra B.* Verandering der Urine door het gebruik van Minerale Zuren, 1888.
7.° *Timmer I.* Cen geral van Gedeeltelijke atrophie van de Linker hemispheer der Groote Hersenen, 1889.
8.° *Van Roon K.* Over chronische en progressieve atrophie van spieren.

Acta Mathematica . . . . . STOCKHOLM
To. 14, N. 13.

Meteorologische Institut . . . . . CHRISTIANIA
Den Norske Nordhavs Expedition 1876-1878, XX, Zoologi. Pycnogonidea ved *G. O. Sars*, con tavv.

U. S. Naval Observatory . . . . . WASHINGTON
Observations made during the Year 1884.

U. S. Department of Agriculture . . . . . WASHINGTON
North American Fauna, Nòs. 3-4.

Boston Society of Natural History . . . . . BOSTON
Proceedings, Vol. XXIV, Parts III and IV, May 1889, April 1890.
— Memoirs, Vol. IV, Nos. 7-9, 1890.

American Academy of Arts and Sciences . . . . . BOSTON
Proceedings, New-Series, Vol. XVI, 1888-89.

Academy of Natural Sciences . . . . . PHILADELPHIA
Proceedings, Part I, January-March, 1890.

American Association for the Advancement of Science . . . SALEM
Proceedings (38th meeting held at Toronto, Ontario). July 1890.

Connecticut Academy of Arts and Sciences . . . . . NEW-HAVEN
Transactions, Vol. VIII, Part I, 1890.

Denison University . . . , ... GRANVILLE
Bulletin of the Scientific Laboratories, Vol. V, 1890, with 21 plates.

Observatorio Astronómico nacional de. . . . . TACUBAYA
Boletin, To. I, N. 2.

Observatorio Meteorologico del Colegio Pio de Villa Colou . . MONTEVIDEO
Boletin Mensual, Año II, N. 12, Noviembre de 1890.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 *marzo* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Dopo l'Accademia si riunisce in seduta privata, dovendo occuparsi di affari di amministrazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 *aprile* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che resta approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Presenta, inoltre, già stampato, il fascicolo del Rendiconto per i mesi di febbrajo e marzo.

Dallo stesso Segretario viene comunicata una circolare del Comitato per il 5° Congresso Geologico Internazionale, che si terrà a Washington. Con la stessa s'invita l'Accademia a prendervi parte, facendosi rappresentare. Si delibera che l'Accademia, riserbandosi d'incaricare della sua rappresentanza i Geologi italiani che prenderanno parte al Congresso, fin da ora mandi la sua adesione e sottoscriva per una copia dei Resoconti.

Dal Segretario viene ancora comunicato un invito di sottoscrizione spedito dal Co-

mitato istituitosi a Bruxelles per offrire una medaglia di oro al Prof. Jean-Servais Stas in occasione del suo cinquantesimo anniversario come membro titolare della Classe di Scienze della R. Accademia delle Scienze del Belgio. Si delibera che l'Accademia per mezzo del suo Presidente sottoscriva per lire 50. Ciascuno dei socii poi, volendo, potrà aggiungere la propria offerta.

Il Segretario fa infine osservare che il volume IV degli Atti risulterebbe di presso a poco 55 fogli e 24 tavole, e perciò troppo grosso, e propone che la memoria del Prof. Chizzone venga invece pubblicata nel vol. V. L'Accademia approva tale proposta.

Il socio Battaglini presenta una nota del Dottor Berzolari « *Sull' involuzione cubica* ». Il Presidente nomina per esaminarla i socii Battaglini, Padelletti e Pinto.

Il socio Bassani fa omaggio all'Accademia di una copia dell'ultimo suo lavoro sulla Paleontologia della Sardegna.

Dopo il Presidente chiude la seduta pubblica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 11 *aprile* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che resta approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Battaglini legge il rapporto sulla nota del Prof. Berzolari, presentata nella passata adunanza, proponendone la pubblicazione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Capelli legge un lavoro intitolato « *Sulla teoria degli irrazionali algebrici* » e ne domanda la pubblicazione nel Rendiconto.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 *maggio* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all' adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell' adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Aggiunge che il fascicolo del Rendiconto sarà pubblicato assieme a quello di maggio.

Lo stesso Segretario comunica una lettera del Signor C. L. Herrick della Università di Cincinnati, con la quale, annunziando di avere spedito il *Giornale di Nevrologia*, chiede il cambio con le nostre pubblicazioni. Si delibera di spedire il Rendiconto a cominciare dalla 2ª Serie.

Una lettera simile è venuta dal Ministero delle mine e di Agricoltura della Nuova Galles del Sud (Australia), il quale propone il cambio delle nostre pubblicazioni con i suoi *Ricordi e Memorie*. Anche per questo si delibera di spedire il Rendiconto a cominciare dalla 2ª Serie.

Il socio Padelletti legge una lunga memoria avente per titolo: *Sul movimento del pendolo semplice quando si tien conto dell' effetto della rotazione terrestre*, e ne chie-

de la pubblicazione nel Rendiconto, quantunque superi in estensione il limite assegnato dal Regolamento. In considerazione della specialità dell'argomento, e per le ragioni svolte dall'autore, l'Accademia delibera che la memoria venga pubblicata nel Rendiconto in via tutt'affatto eccezionale.

Il socio Oglialoro presenta una breve nota preliminare, fatta assieme al D.r Forte, e che tratta dell'*Azione dell'acido iodidrico e fosforo rosso sopra l'idrato di picrotosside*, e ne domanda pure la pubblicazione nel Rendiconto.

In seguito l'Accademia resta riunita in seduta privata.

Sulla teoria degli irrazionali algebrici; NOTA *di* **Alfredo Capelli.**

(Adunanza del dì 12 aprile 1890)

La presente memoria ha per oggetto di fare, per gl'irrazionali algebrici *numerici* relativi ad un dato *campo di razionalità* $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ in cui $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sono *n numeri dati*, uno studio parallello a quello da noi fatto in una precedente Nota *sulla teoria delle funzioni algebriche di più variabili* *). Nel mentre però che in quella Nota non ci fu necessario di allontanarci dai metodi di dimostrazione propri dell'algebra ordinaria, ci sarà invece indispensabile, nel presente studio, di ricorrere a quel valido ausiliario che è la teoria di Galois per lo studio delle equazioni algebriche a coefficienti numerici. Mediante i primi elementi di questa teoria stabiliamo nel § I. un teorema che ci servirà come punto di partenza per poter poi procedere nei §§ successivi con trattazione parallella a quella tenuta nella Nota già menzionata e giungere così ai risultati dell'ultimo § affatto analoghi a quelli di detta Nota.

I.

1. Siano $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dei *numeri* fra loro disuguali definiti come radici dell'equazione di grado n:

$$x^n + p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \ldots + p_n = 0 \qquad (1)$$

a coefficienti *numerici* ben determinati. Sia poi C un certo campo di razionalità al quale supporremo appartenere i numeri $p_1, p_2, \ldots, p_n$, e siano $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$ funzioni razionali delle $x_1, x_2, \ldots, x_\mu$ con coefficienti appartenenti allo stesso campo C **). Cominceremo con stabilire il seguente teorema:

Se l'equazione

$$z^\mu + q_1 z^{\mu 1} + q_2 z^{\mu 2} + \ldots + q_\mu = 0 \qquad (2)$$

*) Rendiconto della R. Accademia. Dicembre 1890.

**) Più semplicemente diremo che le q sono elementi quali si vogliano del campo di razionalità $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

è irreduttibile nel campo $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *cui appartengono i suoi coefficienti, si avranno delle relazioni della forma:*

$$\begin{aligned} q_1 &= R_1(\alpha) = R_1(\beta) = \ldots = R_1(\delta) \\ q_2 &= R_2(\alpha) = R_2(\beta) = \ldots = R_2(\delta) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ q_\mu &= R_\mu(\alpha) = R_\mu(\beta) = \ldots = R_\mu(\delta) \end{aligned} \tag{3}$$

essendo $\alpha, \beta, \ldots, \delta$ *le* μ *radici della* (2) *ed* $R_1, R_2, \ldots, R_\mu$ *simboli di funzioni razionali i cui coefficienti appartengono al campo di razionalità* C.

Sia infatti Γ il *gruppo* *) dell'equazione (1) rispetto al campo di razionalità (C, α). Se indichiamo con $q'_1, q'_2, \ldots, q'_\mu$ ciò che divengono risp. $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$ quando fra le $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_\mu$ si eseguisca una sostituzione qualunque S del gruppo Γ, si dovrà avere:

$$\alpha^\mu + q'_1 \alpha^{\mu-1} + \ldots + q'_\mu = 0,$$

poichè dall'equazione

$$\alpha^\mu + q_1 \alpha^{\mu-1} + \ldots + q_\mu = 0$$

si deduce pel principio di Galois

$$S.[\alpha^\mu + q_1 \alpha^{\mu-1} + \ldots + q_\mu] = 0.$$

Vediamo dunque che l'equazione:

$$z^\mu + q'_1 z^{\mu-1} + \ldots + q'_\mu = 0$$

avrà una radice α in comune colla (2), che è per supposto irreduttibile nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ di cui fanno parte $q'_1, q'_2, \ldots, q'_\mu$; onde si avrà necessariamente $q'_i = q_i$.

Il valore numerico di q_i, considerato nella sua composizione mediante i valori $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$, non è dunque alterato da nessuna delle sostituzioni di Γ, onde pel principio di Galois q_i farà parte del campo (C, α), cioè si avranno appunto le relazioni

$$q_1 = R_1(\alpha) \quad , \quad q_2 = R_2(\alpha), \ldots, q_\mu = R_\mu(\alpha)$$

indicate nel teorema sopra enunciato. In virtù poi della supposta irreduttibilità della (2) nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ dalla relazione $q_i = R_i(\alpha)$ si deducono senz'altro le relazioni analoghe

$$q_i = R_i(\beta) = R_i(\gamma) = \ldots = R_i(\delta).$$

Il teorema è così stabilito completamente.

*) Cfr. Jordan, *Traité des Substitutions.*

2. Si può sempre ritenere che le funzioni $R_1, R_2, \ldots$ considerate nelle (3) siano non solamente funzioni razionali, ma altresì razionali *intere*.

Moltiplicando infatti il primo membro della (2) per le espressioni che esso prende eseguendo fra le $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ tutte le possibili sostituzioni, si potrà sostituire all'equazione (2) un'equazione i cui coefficienti siano funzioni razionali simmetriche delle $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$. Pertanto possiamo ritenere che le radici $\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \delta$ della (2) siano anche radici di un'equazione:

$$z^m + P_1 z^{m-1} + P_2 z^{m-2} + \ldots + P_m = 0 \qquad (2)'$$

di grado $m \gtreqless \mu$ con coefficienti appartenenti al campo C ed *irreduttibile* in questo campo. Di qui segue, per un teorema ben noto d'algebra, che ogni funzione razionale di α si potrà mettere altresì sotto forma intera senza che i suoi coefficienti escano dal campo C.

3. Se l'equazione (2), i cui coefficienti sono formati colle $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ come nel teorema dell'art. 1, non fosse irreduttibile nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$, i suoi coefficienti si esprimerebbero in funzione razionale (con coefficienti appartenenti al campo C) di k fra le radici $\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \delta$, essendo k il numero dei fattori irreduttibili nei quali si decompone, nella fatta ipotesi, il primo membro della (2).

Per convincersi di ciò basta considerare che i coefficienti della (2) si esprimeranno evidentemente per mezzo dei coefficienti dei fattori irreduttibili, e questi, in virtù del teorema dell'articolo 1, per mezzo di una delle radici che corrispondono a ciascuno di essi.

II.

4. Mantenendo fermo quanto si è supposto all'articolo 1, sia ora G il *gruppo* dell'equazione (1) nel primitivo campo di razionalità C. Se eseguiamo nei coefficienti $q_i(\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ una qualunque di quelle sostituzioni delle $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ che appartengono al gruppo G, l'equazione (2) si trasforma in un'altra:

$$z^\mu + q'_1 z^{\mu-1} + \ldots + q'_\mu = 0$$

la quale, in virtù della presupposta irreduttibilità della (2) nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$, o coincide colla (2) o non ha con essa alcuna radice in comune. È facile poi di riconoscere *) che tutte quelle sostituzioni di G che trasformano in sè stessa l'equazione (2)

*) Detto infatti $f(z, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ il primo membro della (1) ad s_1, s_2 due sostituzioni qualunque di G che trasformano in se stessa la f si avrà *identicamente rispetto* a z:

$$(a) \qquad f = s_1 f \quad , \quad f = s_2 f .$$

Di qui si deduce $f - s_1 f = 0$ e, pel principio di Galois:

$$s_2(f - s_1 f) = 0 ,$$

onde per la seconda della (a)

$$s_2 s_1 f = f ,$$

c.d.d.

costituiscono un gruppo G', contenuto in G, il cui ordine sarà eguale a quello di G diviso per un certo intero ν. Quindi, se $g'_1, g'_2, \ldots$ siano le sostituzioni di G', quelle di G possono rappresentarsi, come è noto, con un quadro della forma:

$$\begin{array}{cccccc} & g'_1 & , & g'_2 & , & g'_3, \ldots \\ \gamma_1 & g'_1 & , & \gamma_1 & g'_2 & , \gamma_1 \; g'_3, \ldots \\ \gamma_2 & g'_1 & , & \gamma_2 & g'_2 & , \gamma_2 \; g'_3, \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma_{\nu-1} & g'_1 & , & \gamma_{\nu-1} & g'_2 & , \gamma_{\nu-1} g'_3, \ldots \end{array} \tag{4}$$

essendo le $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{\nu-1}$ certe sostituzioni di G. Ciò posto, le sole equazioni *distinte*, che si possono dedurre dalla (2), che indicheremo brevemente con $F=0$, trasformandola con sostituzioni di G, saranno le ν seguenti:

$$F=0 \quad , \quad \gamma_1 F=0 \quad , \quad \gamma_2 F=0, \ldots, \gamma_{\nu-1} F=0, \tag{5}$$

poichè dall'essere *identicamente rispetto* a z: $g'_i F=F$ se ne deduce, pel principio di Galois, $\gamma_h g'_i F=\gamma_h F$ etc. Così pure dalla supposta irreduttibilità di $F=0$ nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ si deduce che anche l'equazione $\gamma_h F=0$ sarà irreduttibile in questo stesso campo di razionalità.

Ciò premesso, se poniamo:

$$\gamma_i F \equiv z^\mu + q_1^{(i)} z^{\mu-1} + q_2^{(i)} z^{\mu-2} + \ldots + q_\mu^{(i)} \quad , \quad i=1, 2, \ldots, \nu, \tag{6}$$

e consideriamo il prodotto:

$$\prod_{i=0}^{i=\nu-1} (z^\mu + q_1^{(i)} z^{\mu-1} + q_2^{(i)} z^{\mu-2} + \ldots + q_\mu^{(i)}) \tag{7}$$

esso sarà una funzione intera di grado $\mu . \nu$ in z, e avrà per coefficienti delle funzioni razionali delle $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$, i cui valori aritmetici non vengono alterati dalle sostituzioni di G. Eguagliando a zero il prodotto (7) avremo dunque un'equazione della forma:

$$z^m + P_1 z^{m-1} + \ldots + P_m = 0 \tag{8}$$

i cui coefficienti appartengono al campo C e le cui $m=\mu . \nu$ radici, fra loro distinte, si potranno rappresentare con

$$\begin{array}{cccc} \alpha & , \beta & , \gamma & , \ldots, \delta \\ \alpha_1 & , \beta_1 & , \gamma_1 & , \ldots, \delta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{\nu-1} & , \beta_{\nu-1} & , \gamma_{\nu-1} & , \ldots, \delta_{\nu-1}, \end{array} \tag{9}$$

designando con $\alpha_i, \beta_i, \ldots, \delta_i$ le μ radici dell'equazione $\gamma_i . F=0$.

5. L'equazione (8) così ottenuta è appunto la stessa equazione (2)' considerata al § I, poichè è facile dimostrare che essa è irreduttibile nel campo C. Supponiamo infatti, se è possibile, che esista una simile equazione:

$$z^{m'} + P'_1 z^{m'-1} + \ldots + P'_{m'} = 0 \qquad (8)'$$

di grado $m' < m$ avente per radice α. Le sue radici soddisferebbero evidentemente alla (8); quindi decomponendo il primo membro della (8)' nei suoi fattori irreduttibili nel campo $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ dovrebbe aversi per esempio:

$$z^{m'} + P'_1 z^{m'-1} + \ldots + P'_{m'} = \prod_{i=0}^{i=\nu'-1} (z^\mu + q_1^{(i)} z^{\mu-1} + \ldots + q_\mu^{(i)}),$$

il che è assurdo se $\nu' < \nu$, poichè se ne dedurrebbe pel principio di Galois:

$$z^{m'} + P'_1 z^{m'-1} + \ldots + P'_{m'} = \gamma_{\nu'} \prod_{i=1}^{i=\nu'-1} (z^\mu + q_1^{(i)} z^{\mu-1} + \ldots + q_\mu^{(i)}),$$

cosicchè il fattore:

$$\gamma_{\nu'} \cdot (z^\mu + q_\mu^{(i)} z^{\mu-1} + \ldots + q_\mu^{(i)})$$

dovrebbe coincidere con uno dei fattori che compongono il prodotto:

$$\prod_{i=1}^{i=\nu'-1} (z^\mu + q_1^{(i)} z^{\mu-1} + \ldots + q_\mu^{(i)})$$

contro quanto si è sopra osservato sull'essere distinte le equazioni (5).

6. Circa le radici (9) dell'equazione (8) aggiungeremo ancora che insieme alle relazioni (3) sussistono le relazioni analoghe della stessa forma:

$$\left.\begin{array}{l} q_1^{(i)} = R_1(\alpha_i) = R_1(\beta_i) = \ldots = R_1(\delta_i) \\ q_2^{(i)} = R_2(\alpha_i) = R_2(\beta_i) = \ldots = R_2(\delta_i) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ q_\mu^{(i)} = R_\mu(\alpha_i) = R_\mu(\beta_i) = \ldots = R_\mu(\delta_i) \end{array}\right\}, \quad i = 1, 2, \ldots, \nu - 1, \qquad (3)'$$

composte *con quelle stesse funzioni razionali* $R_1, R_2, \ldots, R_\mu$.

Eseguendo infatti sull'equazione (2) la trasformazione razionale $y = R_h(z)$, essa si trasformerà, come è noto dall'algebra in un'equazione in y:

$$y^\mu + \varphi_1(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) y^{\mu-1} + \ldots + \varphi_\mu(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) = 0,$$

ove le φ sono simboli di funzioni razionali con coefficienti appartenenti al campo C.

D'altra parte segue dalle (3) che quest'equazione avrà le sue radici tutte uguali a q_h, onde si avrà identicamente rispetto ad y:

$$y^\mu + \varphi_1(q_1, q_2, \ldots, q_\mu)\, y^{\mu-1} + \ldots + \varphi_\mu(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) = (y - q_h)^\mu$$

e quindi anche, pel principio di Galois, eseguendo sui due membri la sostituzione γ'_i che cambia le q_h in $q_h^{(i)}$.

$$y^\mu + \varphi_1(q_1^{(i)}, q_2^{(i)}, \ldots, q_\mu^{(i)})\, y^{\mu-1} + \ldots + \varphi_\mu(q_1^{(i)}, q_2^{(i)}, \ldots, q_\mu^{(i)}) = (y - q_h^{(i)})^\mu$$

il che ci dice appunto che la trasformata di

$$z^\mu + q_1^{(i)} z^{\mu-1} + \ldots + q_\mu^{(i)} = 0$$

per $y = R_h(z)$ ha le sue radici tutte eguali a $q_h^{(i)}$, cioè che:

$$q_h^{(i)} = R_h(\alpha_i) = R_h(\beta_i) = \ldots = R_h(\delta_i)$$

come si era asserito.

III.

7. Secondo l'osservazione fatta all'articolo 2 si può sempre ritenere che le funzioni R_i, per le quali si ha:

$$q_i = R_i(\alpha) = R_i(\beta) = \ldots = R_i(\delta) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, \mu, \tag{10}$$

siano razionali intere con coefficienti appartenenti al campo C. Ora è chiaro dall'articolo precedente che il loro grado potrà poi sempre supporsi inferiore al numero $m = \mu . \nu$ ivi definito; poichè, se esso fosse superiore, lo si potrebbe abbassare fino ad $m - 1$ per mezzo della (8) ripetutamente applicata. Potremo dunque scrivere:

$$R_i(\alpha) = P_0^{(i)} \alpha^{m-1} + P_1^{(i)} \alpha^{m-2} + \ldots + P^{(i)}_{m-2}\, \alpha + P^{(i)}_{m-1}, \tag{11}$$

dove le P appartengono al campo C e sono perfettamente determinate in virtù della irreduttibilità della (8) sopra dimostrata. Ci resta a vedere come effettivamente si possano calcolare le loro espressioni per mezzo dei coefficienti della (1).

Più generalmente, ci proponiamo di determinare l'espressione di una funzione razionale qualunque delle $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$, che indicheremo con $F(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) \equiv F_0$, la quale, come sappiamo, potrà pure mettersi sotto la forma analoga alla (11):

$$F_0 \equiv F(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) = Q_0 + Q_1 \alpha + Q_2 \alpha^2 + \ldots + Q_{m-1} \alpha^{m-1}.$$

Chè anzi, in virtù delle (10) si avranno contemporaneamente le μ relazioni:

$$\begin{aligned} F_0 &= Q_0 + Q_1 \alpha + Q_2 \alpha^2 + \ldots + Q_{m-1} \alpha^{m-1} \\ F_0 &= Q_0 + Q_1 \beta + Q_2 \beta^2 + \ldots + Q_{m-1} \beta^{m-1} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_0 &= Q_0 + Q_1 \delta + Q_2 \delta^2 + \ldots + Q_{m-1} \delta^{m-1} \end{aligned} \tag{12}$$

e se poniamo:

$$F(q_1^{(i)}, q_2^{(i)}, \ldots, q_\mu^{(i)}) = F_i, \tag{13}$$

si avranno simultaneamente alle relazioni (12) le relazioni:

$$\begin{array}{l} F_i = Q_0 + Q_1 \alpha_i + Q_2 \alpha_i^2 + \ldots + Q_{m-1} \alpha_i^{m-1} \\ F_i = Q_0 + Q_1 \beta_i + Q_2 \beta_i^2 + \ldots + Q_{m-1} \beta_i^{m-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_i = Q_0 + Q_1 \delta_i + Q_2 \delta_i^2 + \ldots + Q_{m-1} \delta_i^{m-1} \end{array}, \quad i = 1, 2, \ldots, \nu - 1, \tag{12'}$$

che evidentemente ne conseguono per quanto si è già osservato all'art. 6.

8. Ciò posto le (12), (12)' ci danno un sistema di $m = \mu, \nu$ equazioni lineari fra le m indeterminate $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{m-1}$ che potranno così determinarsi completamente risolvendo questo sistema il cui determinante è diverso da zero, poichè elevato al quadrato coincide col discriminante Δ dell'equazione (8) che non ha radici uguali. Risolvendo questo sistema rispetto a Q_i si trova con facile riduzione:

$$Q_i \,.\, \Delta = \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 & \ldots & s_{m-1} \\ s_1 & s_2 & s_3 & \ldots & s_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ s_{i-1} & s_i & s_{i+1} & \ldots & s_{i+m-2} \\ T_0 & T_1 & T_2 & \ldots & T_{m-1} \\ s_{i-1} & s_{i+2} & s_{i+3} & \ldots & s_{i+m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ s_{m-1} & s_m & s_{m+1} & \ldots & s_{2m-2} \end{vmatrix} \tag{14}$$

dove

$$s_h = \alpha^h + \beta^h + \ldots + \delta^h + \alpha_1^h + \beta_1^h + \ldots + \delta_1^h + \ldots$$

e

$$T_h = (\alpha^h + \beta^h + \ldots + \delta^h) . F_0 + (\alpha_1^h + \beta_1^h + \ldots + \delta_1^h) . F_1 + \ldots + (\alpha^h_{\nu-1} \beta^h_{\nu-1} + \ldots + \delta^h_{\nu-1}) . F_{\nu-1} .$$

La formola (14) risolve il problema di esprimere Q_i in funzione razionale dei coefficienti $P_1, P_2, \ldots, P_m$ dell'equazione (8), poichè le s_h sono le somme delle potenze simili delle radici di quest'equazione. Quanto alle T_h osserviamo che si esprimerà dapprima $\alpha^h + \beta^h + \ldots + \delta^h$ per mezzo di una funzione razionale $\varphi_0(q_1, q_2, \ldots, q_\mu)$. Fatto ciò, se poniamo per brevità:

$$F_0(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) \,.\, \varphi_0(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) = \Phi(q_1, q_2, \ldots, q_\mu),$$

si potrà scrivere:

$$T_h = \Phi(q_1, q_2, \ldots, q_\mu) + \Phi(q'_1, q'_2, \ldots, q'_\mu) + \ldots + \Phi(q_1^{(\nu-1)}, q_2^{(\nu-1)}, \ldots, q_\mu^{(\nu-1)}),$$

dove la T_k, benchè *non simmetrica* in generale rispetto alle $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ di cui le q sono funzioni razionali, è però evidentemente tale, per quanto precede, da non essere alterata da veruna delle sostituzioni del gruppo G proprio dell'equazione fondamentale (1) considerata nel primitivo campo di razionalità C, cosicchè essa si potrà esprimere razionalmente in questo stesso campo C.

IV.

9. Passiamo ora a fare delle cose svolte nei §§ precedenti quelle applicazioni a cui specialmente si è accennato nell'introduzione. A tale scopo gioverà, per maggior chiarezza, richiamare alla mente alcune convenzioni relative agli irrazionali algebrici *).

Se Ω è un certo campo di razionalità ed un certo numero α è radice di un'equazione di grado λ, con coefficienti appartenenti al campo Ω e irreduttibile entro questo stesso campo, si dice che α è un *irrazionale algebrico di ordine* λ *rispetto al campo* Ω.

Sia ora $\Omega = (C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ definito da un primitivo campo di razionalità C a cui si siano *aggiunti* certi numeri $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ radici dell'equazione:

$$x^n + p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \ldots + p_n = 0 . \qquad (a)$$

Pel teorema di Galois, esiste un certo gruppo G, di sostituzioni fra le $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$, tale che quei numeri del campo Ω che non sono alterati dalle sostituzioni di G appartengono anche al campo $(C, p_1, p_2, \ldots, p_n)$ e reciprocamente. Ciò posto se

$$\alpha^\mu + q_1 \alpha^{\mu-1} + \ldots + q_\mu = 0 \qquad (b)$$

è l'equazione, irreduttibile nel campo Ω, che definisce α come irrazionale algebrico di ordine μ rispetto al campo Ω, si dirà per brevità che α *non è alterato da una certa sostituzione* g (*appartenente a* G) quando i coefficienti $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$, che appartengono appunto al campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$, non sono alterati da questa sostituzione g.

10. Ciò premesso, sia $F_0 \equiv F(\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ un numero appartenente al campo Ω, cosicchè per F s'intenderà una funzione razionale con coefficienti appartenenti al campo C, e supponiamo che esso non sia alterato da nessuna di quelle sostituzioni $g_1, g_2, \ldots$ di G che lasciano inalterato l'irrazionale α. Ragionando sull'equazione (b) precisamente come si è ragionato sull'equazione (2) del § I, potremo rappresentare tutte le sostituzioni di G mediante il quadro (4). Indicando poi con $F_1, F_2, \ldots, F_{\nu-1}$ i valori distinti che prende F_0 quando sulle $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ si eseguiscano risp. le sostituzioni $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{\nu-1}$ e ponendo quindi le $\mu . \nu$ equazioni:

$$\begin{array}{l} F_i = Q_0 + Q_1 \alpha + Q_2 \alpha^2 + \ldots + Q_{m-1} \alpha^{m-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots , \quad i = 0, 1, \ldots, \nu - 1 , \\ F_i = Q_0 + Q_1 \delta + Q_2 \delta^2 + \ldots + Q_{m-1} \delta^{m-1} \end{array} \qquad (c)$$

*) Cfr. Kronecker, *Grundzüge einer arithemetischen Theorie der algebraischen Grössen* o *Crelle's Journal Bd.* 91, pag. 306.

potremo risolvere questo sistema rispetto alle $\mu.\nu$ incognite $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{\nu-1}$ e troveremo per queste la stessa espressione (14), cioè un'espressione che appartiene al campo di razionalità $(C, p_1, p_2, \ldots, p_n)$. In base a ciò le (*c*) ci dicono che le F_i appartengono al campo di razionalità $(C, \alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$.

Supponiamo, reciprocamente, che la $F_0 = F(\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$, appartenente al campo Ω, appartenga anche al campo $(C, \alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$ cosicchè si abbia $F_0 = R(\alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$ essendo R funzione razionale con coefficienti appartenenti al campo C. Se ne dedurrà, per la supposta irreduttibilità della (6):

$$F_0 = F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = R(\beta, p_1, p_2, \ldots, p_n) = \ldots = R(\delta, p_1, p_2, \ldots, p_n),$$

onde:

$$F_0 = \frac{1}{\mu}\left\{R(\alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n) + R(\beta, p_1, p_2, \ldots, p_n) + \ldots + R(\delta, p_1, p_2, \ldots, p_n)\right\},$$

dove dal secondo membro che è razionale e simmetrico nelle radici $\alpha, \beta, \ldots, \delta$ della (*b*) si potranno eliminare queste quantità surrogandovi i coefficienti $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$, ed allora l'espressione finale di F_0 resterà evidentemente inalterata da quelle sostituzioni di G che lasciano inalterate le $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$ o, che è lo stesso, l'irrazionale algebrico α. Concludiamo dunque che: *se* A *è un numero appartenente ad un certo campo di razionalità* $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *rispetto al quale un altro numero* α *è irrazionale algebrico, affinchè il numero* A *appartenga altresì al campo di razionalità* $(C, \alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$ *ove* $p_1, p_2, \ldots, p_n$ *siano le funzioni simmetriche elementari delle* $x_1, x_2, \ldots, x_n$, *è necessario e sufficiente che il numero* A (*espresso in funzione razionale delle* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *con coefficienti del campo* C) *non sia alterato da quelle sostituzioni* *) *fra le* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *che lasciano inalterato l'irrazionale algebrico* α.

II. Dal teorema precedente si deduce poi senza difficoltà che: se β *è un irrazionale algebrico di ordine* λ, *rispetto al campo* $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, *il quale non è alterato da quelle sostituzioni fra le* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *che lasciano inalterato un'altro irrazionale algebrico* α *relativo allo stesso campo* $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, *il numero* β *sarà altresì un irrazionale algebrico, di ordine non superiore a* λ, *rispetto al campo* $(C, \alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$.

Infatti, se

$$\beta^\lambda + Q_1 \beta^{\lambda-1} + Q_2 \beta^{\lambda-2} + \ldots + Q_\lambda = 0, \qquad (d)$$

è l'equazione, a coefficienti appartenenti al campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$, che definisce β come irrazionale algebrico di ordine λ rispetto a questo campo, il dire che β non è alterato dalle sostituzioni fra le $\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n$ che lasciano inalterato α significa che ciascuno dei coefficienti Q godrà appunto di questa inalterabilità, cosicchè ciascuno dei coefficienti Q apparterrà pel teorema precedente al campo $(C, \alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$, e sotto questo punto di vista l'equazione (*d*) ci dice appunto che β è un irrazionale algebrico, al più di ordine λ, rispetto a quest'ultimo campo di numeri.

*) Rammentiamo che intendiamo soltanto di parlare di sostituzioni appartenenti al gruppo G corrispondente all'equazione:

$$x^n + p_1 x^{n-1} + \ldots + p_n = 0,$$

considerata nel campo di razionalità C.

12. Aggiungiamo ancora che: *se l'equazione* (d), *che è per supposto irreduttibile nel campo* $(C, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, *è tale anche nel campo* $(C, \alpha, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, *la condizione imposta a* β *nel teorema precedente non solamente sarà sufficiente, ma sarà altresì necessaria affinchè* β *sia un irrazionale di ordine non superiore a* λ *rispetto al campo* $(C, \alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)$; *del resto in quest'ipotesi esso sarà sempre, senza eccezione, di ordine precisamente uguale a* λ.

Supponiamo infatti che si abbia per $\lambda' \gtreqless \lambda$:

$$\beta^{\lambda'} + Q'_1(\alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n)\beta^{\lambda'-1} + \ldots + Q'_\lambda(\alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0 \qquad (d)'$$

dove le Q' siano funzioni razionali con coefficienti appartenenti al campo C. Sostituendo in luogo delle p le loro espressioni nelle ϖ è chiaro primieramente che quest'equazione contraddirebbe alla supposta irreduttibilità della (d) nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ quando si avesse $\lambda' < \lambda$. Per simil ragione si vede che per $\lambda' = \lambda$ l'equazione (d') dovrà coincidere con la (d) onde:

$$Q_i \equiv Q_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = Q'_i(\alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, \lambda,$$

quindi anche, per la irreduttibilità della (b) nel campo $(C, \varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$:

$$Q_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{1}{\lambda}\left\{Q'_i(\alpha, p_1, p_2, \ldots, p_n) + Q'_i(\beta, p_1, p_2, \ldots, p_n) + \ldots + Q'_i(\delta, p_1, p_2, \ldots, p_n)\right\},$$

cioè, essendo $\alpha, \beta, \ldots, \delta$ le radici di (b):

$$Q_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi(q_1, q_2, \ldots, q_\mu; p_1, p_2, \ldots, p_n),$$

essendo φ un simbolo di funzione razionale intera con coefficienti appartenenti al campo C. Da quest'ultima espressione segue evidentemente che le $Q_i(\varpi_1, \varpi_2, \ldots, \varpi_n)$ non sono alterate da quelle sostituzioni di G che lasciano inalterate le $q_1, q_2, \ldots, q_\mu$, cioè che l'irrazionale β non è alterato da quelle sostituzioni di G che lasciano invariato l'irrazionale α, come dovevasi dimostrare.

Relazione *intorno ad una Nota del Prof.* L. Berzolari.

(Adunanza del dì 11 aprile 1891)

Questo lavoro si connette con due altre Note dello stesso Autore, l'una « Sulla « teoria dell'involuzione, specialmente dell'involuzione cubica », già inserita nei Rendiconti della nostra Accademia, e l'altra « Intorno alla rappresentazione delle forme « binarie cubiche e biquadratiche sulla cubica gobba », pubblicata nei Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. Esso contiene alcuni teoremi (di cui taluni nuovi) sulle involuzioni cubiche, e sopra una involuzione biquadratica, determinata da due combinanti delle forme cubiche, che determinano la data involuzione.

In ultimo, i risultati sono applicati a dimostrare una proprietà di cui gode l'involuzione cubica formata dai punti di appoggio delle rette trisecanti una curva gobba razionale del 4° ordine.

Crediamo che questo lavoro del Berzolari, per l'importanza di alcuni risultati nuovi che contiene, e per la maestria con la quale sono collegati tra loro altri già noti, possa essere inserito, per intero, nel Rendiconto della nostra Accademia.

D. Padelletti
L. Pinto
G. Battaglini, *relatore*.

Sull' involuzione cubica; nota *di* **L. Berzolari.**

(Adunanza del dì 11 aprile 1891)

In questo lavoro sono dedotte, come conseguenze di un teorema generale esposto in una Nota precedente *), alcune proprietà delle involuzioni cubiche, che per la maggior parte non sono ancora state osservate. Come applicazione delle medesime, nonchè di alcune altre che si trovano in un altro mio lavoro **), è da ultimo dimostrata un' interessante proprietà, di cui gode l'involuzione formata dai punti d'appoggio delle rette trisecanti di una curva gobba del 4° ordine e di 2ª specie.

Per non dilungarmi troppo, ometto di considerare i casi particolari (in cui, per esempio, l'involuzione cubica è degenere, oppure ha un elemento triplo), tanto più che essi non offrirebbero ormai veruna difficoltà.

1.—Data l'involuzione cubica

$$f+\lambda\varphi=0,$$

dove $f=a_x^3$, $\varphi=\alpha_x^3$, se due elementi x, y appartengono ad un suo gruppo, si avranno ad un tempo le equazioni

$$a_x^3+\lambda\alpha_x^3=0, \qquad a_y^3+\lambda\alpha_y^3=0,$$

da cui eliminando λ e sopprimendo il fattore (xy), risulta facilmente

$$J(xy)^2+3(a\alpha)a_xa_y\alpha_x\alpha_y=0.$$

Siccome poi

$$(a\alpha)a_xa_y\alpha_x\alpha_y=\vartheta_x^2\vartheta_y^2-\frac{1}{6}J(xy)^2,$$

la formola precedente diviene

$$J(xy)^2+6\vartheta_x^2\vartheta_y^2=0,$$

*) *Sulla teoria dell' involuzione, specialmente dell'involuzione cubica* (Rendic. della R. Accad. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, fasc. 2° e 3°, Febbrajo e Marzo 1891, pag. 35).

**) *Intorno alla rappresentazione delle forme binarie cubiche e biquadratiche sulla cubica gobba* (Rendic. del Circolo Matem. di Palermo, 1891, t. V).

e questa è la relazione che sussiste fra due elementi x, y appartenenti ad un medesimo gruppo dell'involuzione data. Ne segue che gli elementi di diramazione sono dati dalla

$$(1) \qquad J\vartheta + 3\,H_\vartheta = 0\,.$$

Essendo poi, per una formola già ricordata nel n.° 2 della Nota precedente,

$$H_\vartheta = \frac{1}{2}(\Delta\nabla - \Theta^2) + \frac{1}{3}J\vartheta\,,$$

la (1) si può anche scrivere nella forma

$$(1') \qquad 4\,J\vartheta + 3\,(\Delta\nabla - \Theta^2) = 0\,,$$

ed altresì, mercè la (2) della stessa Nota, in quest'altra

$$(1'') \qquad 2\,J\vartheta + 3\,(f\pi + \varphi p) = 0\ ^{*)}.$$

2. — Prendiamo a considerare la forma biquadratica

$$(2) \qquad G = J\vartheta + 3\,(\Delta\nabla - \Theta^2)\,,$$

di cui già ci siamo occupati nella Nota precedente, e, poichè ci occorrono per proseguire, procuriamoci le espressioni dell'hessiano H_G e dei due invarianti i_G e j_G per mezzo delle forme del sistema completo di f e φ.

Quanto ad H_G, dovendo esso, uguagliato a zero, fornire, come è ben noto, i punti doppî dell'involuzione formata dalle prime polari di G, si può affermare senz'altro che differirà da ϑ solo per un fattore costante: io determinerò questo fattore calcolando H_G direttamente.

Ponendo per un istante

$$U_x^4 = \Delta_x^2\,\nabla_x^2\,, \qquad V_x^4 = \overline{\Theta_x^2}^{\,2}\,,$$

in primo luogo si trova **)

$$U_x^2 U_y^2 = \frac{1}{2}\Delta_x^2\nabla_y^2 + \frac{1}{2}\Delta_y^2\nabla_x^2 - \frac{1}{3}T\,(xy)^2\,,$$

$$(\Delta\nabla\,,\Delta\nabla)_2 = \frac{1}{4}P\Delta^2 + \frac{1}{4}R\nabla^2 - \frac{1}{6}T\Delta\nabla\,.$$

*) Tenuto conto della diversità di notazioni già rilevata nella mia Nota precedente, la (1'') si trova anche nel primo dei due lavori là citati di Le Paige, dove però sono da cambiare i segni premessi ai termini $3p\,a_x^3$, $3\pi b_x^3$. Nel secondo degli stessi due lavori si trova anche la (1).

**) Pittarelli, *Intorno ad un problema di eliminazione nella teoria analitica della cubica gobba* (Giornale di Matem., 1879, vol. XVII, pag. 249 e 252).

In secondo luogo, ricordando la formola *)

$$(\Theta\Theta')^2 = T - \frac{1}{2} J^2,$$

si ha pure facilmente

$$V_x^2 V_y^2 = \Theta_x^2 \Theta_y'^2 - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)(xy)^2,$$

da cui

$$(\Theta V)^2 V_x^2 = \frac{2}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\Theta,$$

e quindi

$$(\Theta^2, \Theta^2)_2 = \Theta . (\Theta V)^2 V_x^2 - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\Theta^2 = \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\Theta^2.$$

Coll'ajuto dell'una e dell'altra delle due polari precedenti si hanno anche le seguenti formole. Si ha

$$(\vartheta, \Delta\nabla)_2 = \frac{1}{2}\Delta(\vartheta\nabla)^2 \vartheta_x^2 + \frac{1}{2}\nabla(\vartheta\Delta)^2 \vartheta_x^2 - \frac{1}{3} T\vartheta.$$

Ma **)

$$(\vartheta\nabla)^2 \vartheta_x^2 = -(\nabla, \Theta)_1 - \frac{1}{3} J\nabla,$$

$$(\vartheta\Delta)^2 \vartheta_x^2 = (\Delta, \Theta)_1 - \frac{1}{3} J\Delta,$$

quindi

$$(\vartheta, \Delta\nabla)_2 = \frac{1}{2}[\Delta(\Theta, \nabla)_1 + \nabla(\Delta, \Theta)_1] - \frac{1}{3} J\Delta\nabla - \frac{1}{3} T\vartheta$$

$$= \frac{1}{2}\Theta(\Delta, \nabla)_1 - \frac{1}{3} J\Delta\nabla - \frac{1}{3} T\vartheta.$$

Analogamente

$$(\vartheta, \Theta^2)_2 = \Theta . (\vartheta\Theta)^2 \vartheta_x^2 - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\vartheta;$$

ma ***)

$$(\vartheta\Theta)^2 \vartheta_x^2 = \frac{1}{2}(\Delta, \nabla)_1 - \frac{1}{3} J\Theta,$$

quindi

$$(\vartheta, \Theta^2)_2 = \frac{1}{2}\Theta(\Delta, \nabla)_1 - \frac{1}{3} J\Theta^2 - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\vartheta.$$

Infine

$$(\Delta\nabla, \Theta^2)_2 = \frac{1}{2}\Delta\left[(\nabla\Theta)^2 . \Theta - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\nabla\right] + \frac{1}{2}\nabla\left[(\Delta\Theta)^2 . \Theta - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\Delta\right] - \frac{1}{3} T\Theta^2$$

$$= \frac{1}{2}(S\nabla + \Sigma\Delta)\Theta - \frac{1}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)\Delta\nabla - \frac{1}{2} T\Theta^2.$$

*) Clebsch, *Theorie d. bin. alg. Formen*, pag. 225.
**) Caporali, *Memorie di Geometria*, pag. 212.
***) Caporali, *l. c.*, pag. 212.

Ora dalla (2) si ha

$$H_0 = J^2(\vartheta,\vartheta)_2 + 9(\Delta\nabla,\Delta\nabla)_2 + 9(\Theta^2,\Theta^2)_2 + 6J(\vartheta,\Delta\nabla)_2 - 6J(\vartheta,\Theta^2)_2 - 18(\Delta\nabla,\Theta^2)_2,$$

epperò, sostituendo le espressioni trovate, risulta

$$(3)\qquad \begin{aligned} H_0 = &-\frac{2}{3}J^3\vartheta - \frac{9}{2}J^2\Delta\nabla + \frac{9}{2}T\Delta\nabla + 9T\Theta^2 - \\ &-9(S\nabla+\Sigma\Delta)\Theta + \frac{9}{4}(P\Delta^2+R\nabla^2). \end{aligned}$$

Per mettere in evidenza il fattore ϑ ricorriamo all'artifizio seguente. Essendo $(\Delta,\Theta)_1$, $(\nabla,\Theta)_1$ e $(\Delta,\nabla)_1$ tre jacobiani, in virtù d'una nota formola generale *) abbiamo

$$(\Delta,\Theta)_1(\nabla,\Theta)_1 = -\frac{1}{2}\left[T\Theta^2 - (S\nabla+\Sigma\Delta)\Theta + \left(T-\frac{1}{2}J^2\right)\Delta\nabla\right],$$

$$(\Delta,\nabla)_1^2 = -\frac{1}{2}(R\nabla^2 - 2T\Delta\nabla + P\Delta^2),$$

per cui, sostituendo queste espressioni nella formola

$$-2(\nabla,\Theta)_1(\Delta,\Theta)_1 - \frac{1}{2}(\Delta,\nabla)_1^2 = \Omega\vartheta$$

data dal Caporali a pag. 217 delle *Memorie*, risulta l'identità

$$(4)\qquad \frac{1}{2}T\Delta\nabla - \frac{1}{2}J^2\Delta\nabla + T\Theta^2 - (S\nabla+\Sigma\Delta)\Theta + \frac{1}{4}(R\nabla^2+P\Delta^2) = \Omega\vartheta.$$

Mercè di essa dalla (3) otteniamo l'espressione cercata

$$H_0 = \left(9\Omega - \frac{2}{3}J^3\right)\vartheta.$$

Il fattore $9\Omega - \frac{2}{3}J^3$ è, a meno di un coefficiente numerico, la risultante di f e φ, per cui, ponendo

$$D = 9\Omega - \frac{2}{3}J^3,$$

abbiamo

$$(5)\qquad H_0 = D\vartheta.$$

*) Clebsch, *l. c.*, pag. 119.

Per il calcolo di i_G si ha anzitutto *)

$$(\Delta\nabla, \Delta\nabla)_4 = \frac{1}{2} RP + \frac{1}{6} T^2;$$

poi abbiamo facilmente

$$(\vartheta, \vartheta)_4 = \frac{1}{6} J^2,$$

$$(\theta^2, \theta^2)_4 = \frac{2}{3}\left(T - \frac{1}{2} J^2\right)^2.$$

Inoltre **)

$$(\vartheta, \Delta\nabla)_4 = (\vartheta\Delta)^2 (\vartheta\nabla)^2 = \Omega - \frac{1}{3} J T,$$

$$(\vartheta, \theta^2)_4 = (\vartheta\theta)^2 (\vartheta\theta^1)^2 = -\frac{1}{2}\Omega - \frac{1}{3} J\left(T - \frac{1}{2} J^2\right).$$

Infine

$$(\Delta\nabla, \theta^2)_4 = (U\theta)^2 (U\theta^1)^2 = S\Sigma - \frac{1}{3} T\left(T - \frac{1}{2} J^2\right).$$

Avremo dunque

$$i_G = \frac{2}{3} J^4 + 9 J\Omega + \frac{9}{2} RP - 18 S\Sigma + \frac{27}{2} T^2 - 9 T J^2.$$

Ma ***) si ha la relazione

$$4 S\Sigma - 3 T^2 + 2 T J^2 - RP = 4 J\Omega, \tag{6}$$

quindi

$$i_G = -D J. \tag{7}$$

Da ultimo abbiamo

$$j_G = (G, H_G)_4 = \frac{1}{2} D^2 \text{ ****)}. \tag{8}$$

3. — Mediante le formole (5), (7) e (8), applicando alla biquadratica G il teorema da me dimostrato nel § IV della Nota *Intorno alla rappresentazione ecc.* (V. anche il n.° 2 della Nota *Sulla teoria dell'involuzione ecc.*), e tralasciando il fattor costante D^2, si ha:

*) Pittarelli, *l. c.*, pag. 250.
**) Gerbaldi, *Giornale di Matem.*, vol. XVII, pag. 375.
***) Clebsch, *l. c.*, pag. 227.
****) Una formola analoga sussiste per un'involuzione di grado qualunque.—Cfr. Stahl, *Mathem. Annalen*, Bd. XXXV, pag. 400.

L'involuzione determinata dalle due forme binarie cubiche f *e* φ *si può considerare come costituita dalle prime polari della forma biquadratica*

$$\Gamma = J\vartheta + \Delta\nabla - \Theta^2. \tag{9}$$

Questa forma, in virtù della (2) della Nota *Sulla teoria dell'involuzione ecc.*, si può anche scrivere così

$$\Gamma = \frac{1}{2}(f\pi + \varphi p), \tag{9'}$$

e, salvo un fattore costante, coincide, com'era da prevedersi, colla forma F, studiata dal Clebsch nei §§ 98, 99 e 100 della sua classica opera, ed alla quale egli è pervenuto con considerazioni affatto diverse *).

Le due forme G e Γ appartengono al fascio di 4° grado determinato dai due combinanti ϑ, $\Delta\nabla - \Theta^2$, e si riconosce agevolmente che sono fra loro apolari; laonde **) possiamo enunciare il seguente teorema:

Date due forme binarie cubiche f *e* φ, *i gruppi dell'involuzione biquadratica determinata dai loro due combinanti* ϑ *e* $\Delta\nabla - \Theta^2$ *si corrispondono a coppie in un'involuzione ordinaria, essendo corrispondenti due quaterne fra loro apolari, ed aventi inoltre la proprietà che le terne polari dell'una sono nel medesimo tempo le terne apolari dell'altra, e viceversa, cioè che le involuzioni formate dalle loro prime polari sono conjugate. I due elementi doppî di tale involuzione quadratica sono i gruppi equianarmonici contenuti nell'involuzione biquadratica.*

Rappresentando l'involuzione biquadratica coll'equazione

$$\vartheta + \lambda(\Delta\nabla - \Theta^2) = 0,$$

i parametri λ e μ di due gruppi conjugati nella detta involuzione quadratica sono legati dalla relazione

$$J(J^3 - 12\Omega)\lambda\mu - (J^3 - 9\Omega)(\lambda + \mu) + J^2 = 0,$$

epperò i gruppi che ne rappresentano i due elementi doppî corrispondono alle radici dell'equazione

$$J(J^3 - 12\Omega)\lambda^2 - 2(J^3 - 9\Omega)\lambda + J^2 = 0,$$

il cui discriminante, salvo un fattor numerico, è

$$D\Omega.$$

Colle stesse formole (5), (7) e (8) possiamo anche trovare l'equazione che fornisce i punti di diramazione dell'involuzione conjugata alla

$$f + \lambda\varphi = 0.$$

*) Cfr. anche Gundelfinger, *Ueber das simultane System zweier binären cubischen Formen* (Mathem. Ann., 1874, Bd. VII, pag. 452).

**) V. la mia Nota *Intorno alla rappresentazione ecc.*, § IV.

Invero *) essi sono dati dalla

$$2j_0 G + i_0 H_0 = 0,$$

ossia, omettendo il fattor costante $3D^2$, dalla **)

$$\Delta\nabla - \Theta^2 = 0.$$

Dalla (9), col mezzo delle relazioni (4) e (6), si trova pure facilmente

$$H_\Gamma = \Omega\vartheta, \qquad i_\Gamma = J\Omega, \qquad j_\Gamma = \frac{3}{2}\Omega^2.$$

Inoltre dalle formole (2) e (9) e dalla proprietà precedente si deduce il teorema:

Due involuzioni cubiche conjugate si possono considerare come costituite dalle prime polari di due determinate forme biquadratiche fra loro apolari: queste due quaterne, gli elementi doppî comuni alle due involuzioni e le due quaterne dei loro elementi di diramazione sono cinque gruppi di una medesima involuzione di 4° grado.

La dimostrazione di una parte di questo teorema (quella che concerne i tre ultimi gruppi) forma l'oggetto del lavoro ultimamente citato di Le Paige.

Il teorema dimostrato alla fine del § IV del mio lavoro più volte citato, *Intorno alla rappresentazione ecc.*, fornisce anche quest'altra proprietà delle forme G e Γ:

Se la prima polare di un elemento x *rispetto alla forma* G *ha un elemento doppio in* y *ed uno semplice in* z, *la prima polare di* z *rispetto alla forma* Γ *avrà un elemento doppio pure in* y *ed uno semplice in* x.

4. — Le proprietà contenute nel § IV del lavoro poc'anzi ricordato, e relative alle due involuzioni cubiche conjugate a cui dà luogo ogni forma binaria biquadratica, proprietà a cui si collegano le cose esposte sopra e nella Nota precedente, ricevono un'elegante rappresentazione quando come forma biquadratica f si assuma quella formata dai punti di contatto dei piani stazionari di una curva gobba razionale del 4° ordine.

Ricordo che per questa curva passa un (unico) iperboloide F, nel quale le generatrici di un sistema tagliano la curva in un solo punto, e quelle dell'altro la tagliano in tre punti. Esistono inoltre ***) tre corde (dette *principali*), che sono intersezioni dei piani osculatori nei loro estremi, e che concorrono in un medesimo punto O.

È noto altresì ****) che la terna polare di un punto y della curva rispetto alla quaterna f è costituita dai punti di contatto dei piani osculatori uscenti da y, e che l'invo-

*) V. la mia Nota *Intorno alla rappresentazione ecc.*, § IV.

**) Le Paige, *Sitzungsberichte* dell'Accad. di Vienna, 8 Gennajo 1880.

***) Bertini, *Sulla curva gobba di 4° ordine e 2ª specie* (Rendic. del R. Istituto Lombardo, 1872, serie II, vol. V).

****) Em. Weyr, *Notiz über harmonische Mittelpunkte eines Quadruples* (*Sitzungsb.* di Vienna, Bd. LXXXI, 13 maggio 1880). Taluni dei teoremi enunciati dal Weyr in questa Nota erano però già stati dimostrati dall'Armenante, insieme con molti altri, mediante la notazione simbolica delle forme binarie (*Giornale di Matem.*, 1873, t. XI e XII).

luzione formata da queste terne ha per conjugata quella formata dai punti d'appoggio delle rette trisecanti. Per il teorema più volte ricordato, questa seconda involuzione sarà pertanto formata dalle prime polari della forma $i\mathrm{H}-jf$: quali punti questa rappresenta sulla curva?

Se per semplicità facciamo uso della rappresentazione analitica data dal prof. Bertini nel lavoro citato, abbiamo

$$f=\omega^4+6\omega^2+a^2$$

(dove, non omogeneamente, indichiamo con ω il parametro variabile), quindi sarà:

$$\mathrm{H}=2[\omega^4+(a^2-3)\omega^2+a^2],$$

$$i=2(a^2+3),$$

$$j=6(a^2-1),$$

epperò

$$i\mathrm{H}-jf=2(9-a^2)(\omega^4-2a^2\omega^2+a^2).$$

Trascurando il fattore $2(9-a^2)$, il cui annullarsi importerebbe *) due radici doppie nella f (caso di cui, come si è già dichiarato fin dal principio, non vogliamo occuparci), abbiamo

$$i\mathrm{H}-jf\equiv\omega^4-2a^2\omega^2+a^2.$$

Ora colle formole date dal sig. Bertini (l. c.) è facile riconoscere che il secondo membro, uguagliato a zero, fornisce i quattro punti in cui la curva è tagliata dal piano polare di O rispetto alla quadrica F. Pertanto abbiamo il seguente teorema:

L'involuzione cubica formata dai punti d'appoggio delle rette trisecanti non è altro che l'involuzione costituita dalle terne apolari al gruppo dei punti di contatto dei quattro piani stazionari, e consta delle prime polari dei punti della curva rispetto alla quaterna di punti in cui la curva stessa è tagliata dal piano polare del punto O *rispetto alla quadrica* F.

Quest'involuzione coincide colla sua conjugata solo quando sia $a^2=-3$, cioè quando la curva sia equianarmonica.

Col teorema precedente è stabilita nello stesso tempo una corrispondenza univoca fra i punti della curva e le sue trisecanti, in modo che la trisecante corrispondente ad un punto contiene la terna polare del punto rispetto ad $i\mathrm{H}-jf$, ossia, come diremo anche **), la terna apolare del punto rispetto ad f. Le trisecanti sono rappresentate, al variare di λ, dalle equazioni

$$x_1-\lambda x_3-a^2x_4=0,$$

$$x_1-\frac{1}{\lambda}x_2-x_4=0,$$

e fra i parametri ω e λ di un punto e della trisecante corrispondente ha luogo la relazione

$$\omega\lambda=a^2.$$

*) Bertini, *l. c.*, n. 20.

**) *Intorno alla rappresentazione ecc.*, § IV.

Il piano passante per un punto ω e per la trisecante corrispondente ha l'equazione

$$(\omega^2+a^2)\,x_1-\omega x_2-a^2\omega x_3-a^2(\omega^2+1)x_4=0\,,$$

e passa quindi per O. Pertanto:

I piani che dai vari punti della curva projettano le corrispondenti trisecanti inviluppano il cono circoscritto dal punto O *alla quadrica* F.

Col mezzo di queste proprietà è facile costruire la trisecante corrispondente ad un punto ω, e quindi la terna apolare di ω rispetto al gruppo f dei punti di contatto dei quattro piani stazionari. Invero per il punto ω passa una generatrice della quadrica F non appoggiata ulteriormente alla curva: il piano che dal punto O projetta questa generatrice è tangente alla quadrica e contiene quindi una trisecante, che è la cercata. In altri termini: la retta che unisce i punti O od ω taglia due trisecanti, di cui quella che non passa per ω è la cercata.

È poi chiaro che

I soli punti della curva giacenti sulla trisecante corrispondente sono quelli, in cui la curva è tagliata dal piano polare di O *rispetto alla quadrica* F.

Pavia, 24 febbrajo 1891.

Sul movimento del pendolo semplice quando si tien conto dell'effetto della rotazione terrestre; NOTA *del Socio Ordinario* **Dino Padelletti.**

(Adunanza del dì 2 maggio 1890)

§ I.

Pochi argomenti di Meccanica hanno avuta una storia singolare e varia come quello del moto del pendolo relativamente alla Terra. È in primo luogo assai strano che un fenomeno così importante ed appariscente, e del quale è facile in un caso particolare rendersi conto quasi senza alcun calcolo (cioè quando si suppone che l'osservatore si trovi al polo), sfuggisse all'attenzione dei Fisici fino all'anno 1851, in cui Leone Foucault fece le sue celebri esperienze, prima all'Osservatorio di Parigi e poi alla chiesa del Pantheon: ed è non meno singolare che i pochi e fuggevoli cenni, che dopo la esperienza di Foucault si rintracciarono nelle opere di più antichi autori, e che del resto non tolgon nulla alla gloria dell'eminente fisico francese, rimanessero prima completamente inosservati *). È pur degno di nota che il Foucault fosse condotto alle sue esperienze, non direttamente dallo studio dei pendoli, ma bensì dalla osservazione delle vibrazioni di un' asta metallica fissata sul prolungamento dell'asse di un tornio, e che egli faceva vibrare, mettendo contemporaneamente il tornio in movimento di rotazione: e che egli stabilisse la legge *del seno della latitudine*, fondandosi su un postulato, del quale non possedeva neppur la dimostrazione, e che del resto non ha nulla a vedere con la teoria del pendolo **).

*) Abbiamo creduto opportuno raccogliere in una Nota in fine del presente lavoro alcune notizie sulla storia del moto relativo del pendolo, e specialmente sulle osservazioni delle deviazioni dei pendoli fatte dagli Accademici del Cimento.

**) Questo postulato fu poi dimostrato dal Bertrand (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences.* Vol. 94, 1889, p. 371) e Hart (Ib., p. 638).

La questione del moto relativo del pendolo era una di quelle, in cui la teoria avrebbe dovuto precedere e suggerir l'esperienza: e avvenne invece tutto il contrario. È vero che appena i resultati del Foucault furono conosciuti, se ne trovò subito una dimostrazione, almeno approssimata, partendo dalle note formule del moto relativo: e una di queste prime soluzioni approssimate, quella cioè del Binet, che rappresenta il moto relativo del pendolo come moto su un'ellisse, mentre questa ruota uniformemente intorno al suo centro, si è conservata fino ad oggi nel maggior numero dei trattati di Meccanica. A questo proposito fu osservato argutamente dal Bertrand, che se da una parte si deve riconoscere che la teoria del pendolo di Foucault era già scritta implicitamente nelle formole già note, non può negarsi dall'altra che queste formule costituivano un libro di assai difficil lettura, visto che neppure un matematico della forza del Poisson le aveva sapute decifrare. Il Poisson aveva detto infatti espressamente che « calcolando la forza perpendicolare al piano di oscillazione si trova che essa è troppo piccola per allontanare sensibilmente il pendolo dal suo piano, e per avere una influenza apprezzabile sul suo movimento *) ». È vero che il Plana ha cercato di scusare questa erronea asserzione del Poisson, attribuendola a un errore materiale di calcolo, per cui a un *seno* fu sostituito un *coseno*, e a un segno — un segno + **): ma in ogni caso è da meravigliarsi che il Poisson, dopo aver fermata la sua attenzione su questo argomento, non giungesse a un resultato giusto, almeno per il caso, in cui il pendolo oscilla al polo.

Singolare è pure la discussione seguita fra il Poinsot e il Poncelet, in cui il primo voleva fondare la teoria del pendolo di Foucault su principi geometrici, o come ora diremmo, cinematici, mentre l'altro riputava indispensabile l'intervento di principî dinamici. E si può dire che avesser ragione ambedue: se il luogo dell'osservazione è il polo, il problema non è sostanzialmente differente da quello del pendolo sferico semplice, e non richiede la considerazione di *forze apparenti* o *relative*, mentre in un luogo di latitudine diversa da 90° è impossibile porre le equazioni del moto senza la introduzione di queste *forze apparenti*.

Se si volessero mettere insieme tutte le dimostrazioni della legge di Foucault, che si son tentate da vari autori, specialmente con lo scopo di accomodarle ai bisogni di un insegnamento elementare della Fisica, ci sarebbe da formarne un discreto volume. Ma quasi tutte non hanno nessun valore, fondandosi su due principî, che non hanno assolutamente niente a vedere con la nostra teoria: cioè il principio *della composizione delle rotazioni* (a cui la forma stessa della legge di Foucault doveva fatalmente condurre), ed il principio *della inerzia*. E sulla legge dell'inerzia si suole ancora in molti manuali di Fisica fondare il così detto principio *della permanenza del piano di oscillazione del pendolo*, e che si enuncia assai grossolanamente, dicendo che un pendolo posto al polo oscilla, in virtù della inerzia della materia, in un piano di posizione determinata rispetto alle stelle fisse, e che quindi a un osservatore legato alla superficie della Terra questo piano sembra girare nello stesso senso e con la stessa ve-

*) Poisson, *Mémoire sur le mouvement des projectiles dans l'air en ayant égard à la rotation de la Terre, lu à l'Académie des Sciences le 13 Nov. 1837* (Journal de l'École Polytechnique. Cahier 26, T. 16, p. 24 (1838).

**) Plana, *Note sur l'experience de M. Foucault* (Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino. Serie 2ª, T. 13).

locità della sfera celeste, cioè in 24 ore siderali da E. a O. Ora questo ragionamento sussisterebbe, se un pendolo allontanato dalla verticale e poi abbandonato a sè stesso descrivesse rispetto alle stelle fisse un arco di circolo, mantenendosi così sempre in uno stesso piano: ma questo non ha luogo che in un caso particolarissimo, mentre in tutti gli altri casi il pendolo si muove rispetto alle stelle fisse non con moto piano, ma con moto sferico, il che toglie ogni significato, non solo alla dimostrazione, ma al concetto stesso di *piano di oscillazione.*

Nè vale il dire che quando l'angolo θ_0, di cui il pendolo è rimosso dalla verticale, è molto piccolo, le oscillazioni del pendolo, in conseguenza del piccolo valore della velocità angolare ω della rotazione terrestre, sono *quasi piane.* Se la legge di Foucault si potesse far dipendere da un principio generale, come quello della inerzia, essa dovrebbe verificarsi per valori affatto qualunque di θ_0 e ω, mentre invece se si immagina che la velocità ω avesse un valore assai più grande di quello attuale (come lo ha certamente avuto in epoche remotissime), le oscillazioni del pendolo seguirebbero una legge assai diversa da quella data da Foucault.

Al concetto inesatto di *Rotazione del piano del pendolo* abbiamo sostituito in questa Nota quello di *Precessione* (§ 8); considerando le posizioni del pendolo, che corrispondono a 1.2.3... oscillazioni *complete* (posizioni che si trovano su uno stesso circolo orizzontale), abbiamo definito la *precessione* come proporzionale all'arco (*minore di* π) compreso fra due posizioni consecutive. Nel moto del pendolo relativamente alla Terra la precessione ha sempre senso contrario a quello della rotazione terrestre: ma se si abbandona l'ipotesi che ω e θ_0 sien piccolissimi, potrebbe anche avvenire l'opposto. Però anche nel caso di ω molto piccolo, la *precessione assoluta* produce sempre un effetto sensibile: la velocità di questa precessione è infatti anche essa piccolissima, ma potendo arrivare fino a $0{,}54\,\omega$, non può trascurarsi di fronte a ω. Il suo effetto è quello di aumentare il tempo, in cui il *piano di oscillazione* (continuando ancora per poco a servirci di questa espressione inesatta) sembra compiere un giro intiero intorno alla verticale. Vedremo infatti che supponendo il pendolo oscillante situato al polo, il tempo di un intiero giro è sempre maggiore di 24^h, è di 48^h quando l'angolo θ_0 è eguale a 90°, si mantiene superiore a 48^h per θ_0 compreso fra 90° e 130°, e raggiunge il suo valore massimo di circa $52^h\,15^m$ per $\theta_0 = 110^\circ$. Arriviamo così a questo singolare risultato: se supponiamo che la Terra girasse quando il pendolo è stato messo in libertà, e poi a un tratto si fermasse, il *piano di oscillazione* del pendolo sembrerebbe all'osservatore girare ancora intorno alla verticale, ma in senso opposto a quello di prima, e con una velocità che per $\theta_0 = 90^\circ$ sarebbe precisamente eguale a quella di prima, e per θ_0 compreso fra 90° e 130° sarebbe di qualche poco maggiore.

Per togliere un'altra sorgente di incertezze e di confusioni, distingueremo i resultati approssimati, che si ottengono in questa teoria, in tre classi, secondochè si suppone molto piccolo o ω, o θ_0, o ω e θ_0 insieme: e divideremo le nostre ricerche in due parti, supponendo prima l'osservazione fatta al polo, e poi in un luogo di latitudine qualunque: nel primo caso il problema si riconduce immediatatamente a quello del pendolo sferico semplice, mediante un principio (o meglio osservazione semplicissima), che diremo *delle superficie combacianti.* Fermati poi i concetti essenziali di *Rotazione media* e di *Precessione*, daremo le formule, esatte nel primo caso, approssimate nel secondo, che esprimono questi elementi tanto nel *moto assoluto* quanto nel *moto relativo*,

domandando fin d'ora venia al lettore se per amore di una esposizione più chiara e completa saremo, specialmente in principio, indotti a richiamare alcune proprietà generalmente note.

§ II.

Diremo *superficie combaciante* una superficie che può muoversi in modo tale, che mentre i suoi punti cambiano di posizione, essa considerata nel suo complesso conserva la stessa posizione nello spazio, ossia, in altre parole, chè si può muovere in modo da avere per inviluppo sè stessa. Il tipo generale di queste superficie è l'elicoide, che si muove di un moto elicoidale, il cui asse e il cui passo è lo stesso dell'asse e del passo dell'elicoide: come casi particolari abbiamo una superficie di rivoluzione, che ruota intorno al suo asse, e un cilindro a base qualunque, che ha un moto di traslazione parallelo alle sue generatrici. Sono superficie combacianti corrispondenti a più movimenti: 1° la sfera per tutte le rotazioni intorno ad assi che passan per il suo centro; 2° il piano per tutte le rotazioni intorno ad assi perpendicolari alla sua direzione e per tutte le traslazioni parallele a questa sua direzione; 3° il cilindro circolare per moti intorno al suo asse, fra cui moti elicoidali di passo arbitrario intorno a questo asse, e più particolarmente la rotazione e la traslazione, corrispondenti ai valori nullo ed infinito del passo del movimento.

Immaginiamo che sieno $\sigma\sigma'$ due superficie combacianti, *perfettamente levigate*, e che si muovano una rispetto all'altra nel modo che corrisponde alla loro definizione: consideriamo, p. es., il moto di σ rispetto a σ' e sia M un *punto pesante* collocato sulla superficie σ e obbligato a rimanervi. Essendo $\Sigma\Sigma'$ due sistemi rigidi, di cui fanno parte $\sigma\sigma'$, diremo per brevità *moto relativo* quello di M rispetto a Σ, e *moto assoluto* quello di M rispetto a Σ'. È evidente che il moto assoluto di M non viene ad essere alterato dal moto proprio della superficie σ, sulla quale è costretto a rimanere, perchè la σ è perfettamente levigata e sempre combaciante con σ': per cui il moto relativo di M si avrà componendo il suo moto assoluto con un moto eguale e contrario a quello che ha Σ rispetto a Σ'. È da osservarsi però, che se fosse data la *velocità iniziale relativa* v_0 di M (rispetto a Σ) bisognerebbe prima di tutto calcolare la *velocità iniziale assoluta* v'_0 di M (rispetto a Σ') e servirsi di questo valore v'_0 della velocità iniziale nella determinazione delle costanti arbitrarie che provengono dalla integrazione delle equazioni differenziali del moto assoluto. Questa velocità v'_0 è la risultante della velocità data v_0 e di una velocità eguale e dello stesso senso a quella che ha il punto di σ, che all'epoca iniziale coincide col punto M: v'_0 sarà sempre diversa da zero, fuorchè per un valore di v_0 perfettamente determinato in grandezza, direzione e senso, e in particolare sarà sempre diversa da zero, quando v_0 è nulla, cioè quando il punto M è in riposo relativo (rispetto al sistema Σ).

È chiaro che questo stesso principio vale generalmente quando il punto M è sollecitato, invece che dalla gravità, da una forza, la cui intensità e direzione dipendono da elementi del sistema Σ': e varrà ancora quando questa intensità e direzione, pur dipendendo dalla posizione del sistema Σ, sono funzioni soltanto di quelli elementi, che rimangono invariati nel moto di Σ rispetto a Σ': come sarebbe, p. es., il caso se la superficie σ fosse un'elicoide e la forza fosse perpendicolare all'asse dell'elicoide, diretta verso di esso, e dipendesse solo dalla distanza del punto mobile M all'asse, oppure se

la superficie σ fosse di rivoluzione e la forza fosse sempre diretta verso un punto fisso dell'asse e dipendesse soltanto dalla distanza del punto mobile M a questo punto fisso.

§ III.

Il moto di un pendolo sferico relativamente a un sistema Σ, che ruota intorno alla verticale del punto di sospensione, si trova in uno dei casi considerati nel precedente paragrafo, perchè facendo astrazione dagli attriti e resistenze, si potrà considerare il punto pesante M come obbligato a rimanere sopra una sfera perfettamente levigata, che ruota intorno a un asse passante per il suo centro e quindi è combaciante con sè stessa. Se all'epoca considerata come iniziale, M_0 è la posizione del punto M, r_0 la distanza del punto M_0 all'asse verticale OZ, e ω la velocità angolare con la quale il sistema Σ ruota intorno all'asse OZ, per trovare la velocità iniziale assoluta v_0' si comporrà la velocità iniziale relativa v_0 con una velocità ωr_0 perpendicolare al piano (M_0OZ) e diretta nèl senso della rotazione di Σ; poi si calcolerà il moto assoluto del pendolo, assumendo v_0' come valore della velocità iniziale, e finalmente si comporrà questo moto assoluto con una rotazione eguale e contraria a quella di Σ. Se il pendolo fosse in quiete rispetto al sistema Σ, la velocità iniziale assoluta v'_0 sarà eguale in grandezza, direzione e senso a quella che ha il punto M_0 in virtù della rotazione ω intorno all'asse.

Il caso, che abbiamo ora esaminato è quello del moto relativo del pendolo rispetto alla Terra, quando il centro di sospensione del pendolo è sul prolungamento dell'asse terrestre, cioè quando il luogo dell'osservazione è uno dei poli: il sistema Σ sarebbe allora la Terra, e il sistema Σ' sarebbe quello delle stelle considerate come fisse, cioè facendo astrazione dai movimenti propri di queste stelle. In tal caso il problema del moto del pendolo relativamente alla Terra si riduce immediatamente a quello del moto assoluto. In ciò che segue ci riferiremo quasi sempre al moto del pendolo relativamente alla Terra, e diremo *diretto* il senso in cui ruota la Terra (da Ovest a Est) e *retrogrado* quello in cui sembrano muoversi le stelle (da Est a Ovest).

Le stesse considerazioni valgono anche, quando volessimo considerare la forza che sollecita il pendolo non più come costante in grandezza e direzione, ma come diretta verso il centro della Terra, e inversamente proporzionale al quadrato della sua distanza a questo centro, o più in generale funzione solo di questa distanza.

§ IV.

Allo stesso risultato si può arrivar facilmente partendo dalle note equazioni del moto relativo con il seguente calcolo, che qui riportiamo più per richiamare le formole e raggruppare le varie notazioni che ci serviranno nei paragrafi seguenti, che perchè vi sia bisogno di tale conferma. Ci riferiremo a tre assi ortogonali O(XYZ), di cui l'origine coincide con il centro di sospensione del pendolo e l'asse OZ è verticale: diremo xyz le coordinate del punto M a un'epoca qualunque t, θ l'angolo MOZ, φ l'angolo del piano MOZ col piano XOZ, $x_0 y_0 z_0 \theta_0 \varphi_0 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0$ i valori iniziali di $xyz\theta\varphi\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$, ω la velocità angolare di rotazione del sistema Σ intorno all'asse OZ, l la lunghezza del pendolo, g l'accelerazione costante in grandezza e direzione dovuta all'attrazione terre-

stre, τ la tensione del filo, r la distanza del punto M all'asse OZ ($r = l \operatorname{sen} \theta$), α β i valori massimo e minimo dell'angolo θ, $(\omega_a r_a z_a)$ $(\omega_b r_b z_b)$ i valori di $\left(\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) r z\right)$ per $\theta = \alpha$ e $\theta = \beta$ ($r_a = l \operatorname{sen} \alpha$ $r_b = l \cos \alpha$ $z_a = l \cos \alpha$ $z_b = l \cos \beta$): finalmente indicheremo con la notazione di Legendre gli integrali ellittici di prima e seconda specie, ponendo

$$F(\psi, k) = \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \psi}} \qquad E(\psi, k) = \int_0^\psi \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \psi} \, . \, d\psi \, .$$

Le equazioni del moto relativo sono

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\tau \frac{x}{l} + \omega^2 x + 2\omega \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= -\tau \frac{y}{l} + \omega^2 y - 2\omega \frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\tau \frac{z}{l} + g \, . \end{aligned} \right.$$

La legge dell'energia e quella delle aree dànno

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 &= 2gz + \omega^2 (x^2 + y^2) + H \\ x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} &= -\omega (x^2 + y^2) + C \, . \end{aligned} \right.$$

(H C costanti), o in coordinate polari

$$l^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = 2gl \cos \theta + \omega^2 r^2 + H$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{C}{r^2} - \omega$$

ossia

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} l^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{C^2}{r^2} &= 2gl \cos \theta + H + 2\omega C \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{C}{r^2} - \omega \, . \end{aligned} \right.$$

Se avessimo invece stabilite le equazioni del moto assoluto, indicando con $(r' \theta' \varphi')$ le *coordinate assolute* del punto M, avremmo trovate le equazioni

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} l^2 \left(\frac{d\theta'}{dt}\right)^2 + \frac{C'^2}{r'^2} &= 2gl \cos \theta' + H' \\ \frac{d\varphi'}{dt} &= \frac{C'}{r'^2} \end{aligned} \right.$$

(ove H' C' sono i valori delle costanti H C nella nuova ipotesi), e che si possono immediatamente dedurre dalle (3) ponendovi $\omega=0$.

Ora se si pone

$$r=r' \qquad \theta=\theta' \qquad \varphi=\varphi'-\omega t \qquad C=C' \qquad H+2\omega C=H'$$

si riconducon subito le equazioni (3) del moto relativo a quelle (4) del moto assoluto.

Le relazioni

$$\theta=\theta' \qquad \varphi=\varphi'-\omega t$$

mostrano che la traiettoria assoluta del mobile sembra all'osservatore girare con velocità angolare $-\omega$ intorno all'asse OZ.

In quanto alle relazioni fra le componenti $l\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0, r_0\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0$ della velocità iniziale v_0 nel moto relativo, e quelle $l\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)_0, r'_0\left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_0$ della velocità iniziale v_0' nel moto assoluto, si ha

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0=\frac{C}{r_0^2}-\omega \qquad \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_0=\frac{C'}{r'^2_0}$$

e per essere

$$r_0=r'_0 \qquad C=C'$$

si trova

$$\left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_0=\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0+\omega\,.$$

Inoltre

$$l^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0^2+\frac{C^2}{r_0^2}=2gl\cos\theta_0+H+2\omega C$$

$$l^2\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)_0^2+\frac{C'^2}{r'^2_0}=2gl\cos\theta'_0+H'$$

e per essere

$$r_0=r'_0 \qquad \theta_0=\theta'_0 \qquad C=C' \qquad H+2\omega C=H'$$

risulta

$$\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)_0=\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0.$$

Queste relazioni

$$\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)_0=\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 \qquad \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_0=\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0+\omega$$

confermano che per aver la velocità iniziale v'_0 nel moto assoluto bisogna comporre la velocità iniziale v_0, che ha il mobile nel moto relativo, con una velocità eguale a quella che avrebbe il mobile nella sua posizione iniziale in virtù della rotazione del sistema di confronto Σ.

§ V.

Una prima conseguenza delle osservazioni precedenti è che il moto assoluto del pendolo è sempre sferico, ogni volta che v_0' ha una componente perpendicolare al piano meridiano iniziale (M_0OZ). Perchè questa componente sparisca bisogna, o che

essendo qualunque la posizione iniziale M_0, il pendolo abbia relativamente alla Terra una velocità iniziale perpendicolare al suo piano meridiano, eguale a $r_0\omega$, ma *in senso retrogrado*, o che la posizione iniziale del pendolo sia precisamente verticale: queste due condizioni del resto sono fra loro equivalenti. In questo caso, *e in questo caso soltanto* il moto relativo del pendolo si ottiene combinando il moto assoluto *piano* del pendolo semplice con una rotazione *retrograda* di velocità angolare ω: cioè il pendolo sembra muoversi a un osservatore rigidamente unito alla Terra, come se oscillasse in un piano, e questo piano girasse contemporaneamente intorno alla verticale con rotazione eguale a quella della Terra, ma in senso *retrogrado*, in modo cioè da compiere un giro intiero in 24^h nel senso da E. a O. Soltanto in questo caso il concetto di *piano di oscillazione* del pendolo e di *permanenza* di questo piano hanno un significato.

L'equazione della traiettoria si trova subito prendendo la formola del pendolo semplice, e sostituendo per t il suo valore $\frac{\varphi}{\omega}$ ricavato dalla relazione $\varphi=\omega t$. Si ha così per il moto oscillatorio del pendolo

$$(5)\qquad \varphi=\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{F\left(\frac{\pi}{2},\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\right)-F\left(\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\theta}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha}\right),\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\right)\right\},$$

e sostituendo nell'equazione $r=l\operatorname{sen}\theta$ si ha la proiezione della curva sopra il piano orizzontale. Questa proiezione è composta di tanti *cappi* eguali, che vanno a riunirsi tutti a un centro comune: ognuno di questi cappi vien descritto nel tempo $2\sqrt{\frac{l}{g}}\,F\left(\frac{\pi}{2},\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\right)$: se $\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\,F\left(\frac{\pi}{2},\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\right)$ è commensurabile con π, la curva si chiude, mentre nel caso contrario i cappi, di cui si compone, si seguono indefinitamente senza mai esattamente sovrapporsi.

Se si consideran solo le piccole oscillazioni del pendolo in modo che si possan trascurare i termini come α^3, l'equazione assume la forma più semplice

$$(5)''\qquad \theta=\alpha\cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\,\frac{\varphi}{\omega}\right)\text{*)}$$

e la curva si chiude quando il numero $\omega\sqrt{\frac{l}{g}}$ è commensurabile **).

§ VI.

Ricondotta così la considerazione del moto relativo a quella del moto assoluto, ci occorre investigare alcune particolarità del moto assoluto del pendolo sferico, specialmente in quei casi in cui la velocità angolare ω può assumere valori considerevoli e in

*) Indicheremo in generale con (1) (2)... le formule ottenute senza fare ipotesi speciali sui valori di ω θ_0, con (1)′ (2)′... le formule approssimate corrispondenti al caso di ω piccolissimo, con (1)″ (2)″... quelle corrispondenti al caso di θ_0 piccolissimo, e finalmente con (1)‴ (2)‴... quelle ottenute supponendo insieme ω e θ_0 piccolissimi.

**) Cfr. le due formule date da Poncelet, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences.* T. 51, p. 467, 511 (1860). Le due formule si riducono però sostanzialmente alla unica (5)″ e si possono ottener subito dalla teoria del pendolo semplice senza bisogno di altra dimostrazione.

quelli in cui una parte della traiettoria si trova nella metà superiore della sfera di raggio l $\left(\alpha > \frac{\pi}{2}\right)$: sarà perciò opportuno di considerare il punto pesante M come unito al centro di sospensione O, non mediante un filo flessibile e inestensibile, ma mediante una retta rigida articolata sfericamente in O.

In quanto segue supporremo sempre che il pendolo dopo essere stato allontanato dalla verticale di un angolo θ_0 sia poi lasciato libero, in modo che la sua *velocità iniziale assoluta* sarà $r_0\omega$ perpendicolare al piano M_0OZ e nel senso *diretto*: il modificare le formule ottenute, in modo da adattarle al caso in cui il pendolo possiede una *velocità iniziale relativa* diversa da zero non offre difficoltà. I dati del problema son dunque per noi θ_0 e ω; e dovremo confrontare fra loro prima i movimenti che per un valore costante di ω corrispondono a valori variabili di θ_0, e poi i movimenti che per un valore costante di θ_0 corrispondono a valori variabili di ω.

Avendo chiamati $\omega_a \omega_b$ i valori di $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ che corrispondono ai valori massimi α e β dell'angolo θ, la legge delle aree dà

$$\omega_a \operatorname{sen}^2 \alpha = \omega_b \operatorname{sen}^2 \beta = \omega \operatorname{sen}^2 \theta_0 \tag{6}$$

e applicando la legge dell'energia tra la posizione in cui $\theta = \alpha$ e quella in cui $\theta = \beta$.

$$\omega_b^2 \operatorname{sen}^2 \beta - \omega_a^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{2g}{l} (\cos\beta - \cos\alpha).$$

Eliminando fra queste equazioni prima ω_b e poi ω_a si ottiene

$$\omega_a \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{\frac{2g}{l}} \frac{\operatorname{sen}\beta}{\sqrt{\cos\alpha + \cos\beta}} \tag{7}$$

$$\omega_b \operatorname{sen} \beta = \sqrt{\frac{2g}{l}} \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{\cos\alpha + \cos\beta}}. \tag{8}$$

Quando $\alpha = \beta$, cioè quando il pendolo descrive un circolo orizzontale, si ha dalle relazioni precedenti

$$\omega_a = \omega_b = \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos\theta_0}}. \tag{9}$$

Dati dunque i valori di θ_0 e ω, bisogna distinguere i due casi di

$$\omega < \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}} \quad \text{e} \quad \omega > \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}}:$$

nel primo caso il pendolo lasciato in libertà *discende*, si ha $\alpha = \theta_0$ $\omega_a = \omega$ e si deve calcolare β con la (7); nel secondo il pendolo lasciato in libertà *sale*, si ha $\beta = \theta_0$ $\omega_b = \omega$, e si deve calcolare α con la (8).

Le relazioni (7) (8) mostrano ancora che $\cos\alpha + \cos\beta$ dev'esser sempre positivo: potrà dunque essere

$$\alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \beta < \frac{\pi}{2}$$

o

$$\alpha > \frac{\pi}{2} \qquad \beta < \frac{\pi}{2}$$

ma mai $\beta > \frac{\pi}{2}$: nell' ipotesi che sia $\omega > \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}}$ cioè $\theta_0 = \beta$ $\omega_b = \omega$, si ha $\alpha = \frac{\pi}{2}$ per

$$\omega \operatorname{sen}\theta_0 = \sqrt{\frac{2g}{l\cos\theta_0}}, \tag{10}$$

cioè il pendolo passerà o no nell'emisfero superiore, secondochè

$$\omega \gtrless \sqrt{\frac{2g}{l\cos\theta_0 \operatorname{sen}^2\theta_0}}.$$

Se $\alpha < \frac{\pi}{2}$ la proiezione orizzontale della traiettoria è compresa fra due circonferenze di raggi $r_a = l\operatorname{sen}\alpha$ e $r_b = l\operatorname{sen}\beta$: se $\alpha > \frac{\pi}{2}$ è compresa fra due circonferenze di raggi l e $r_b = l\operatorname{sen}\beta$.

Dalla (7) si determinano facilmente due limiti, uno superiore e uno inferiore di $\operatorname{sen}\beta$, si ha

$$\operatorname{sen}\beta > \omega_a \sqrt{\frac{l}{2g}} \operatorname{sen}\alpha \sqrt{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{sen}\beta < \omega_a \sqrt{\frac{l}{2g}} \operatorname{sen}\alpha \sqrt{1+\cos\alpha},$$

e, se $\alpha > \frac{\pi}{2}$, anche

$$\operatorname{sen}\beta < \omega_a \sqrt{\frac{l}{2g}} \operatorname{sen}\alpha.$$

Risolvendo la (7) rispetto a β si ottiene

$$\cos\beta = -\frac{l\omega_a^2}{4g}\operatorname{sen}^2\alpha + \sqrt{\frac{l^2\omega_a^4}{16g^2}\operatorname{sen}^4\alpha - \frac{l\omega_a^2}{2g}\operatorname{sen}^2\alpha\cos\alpha + 1}. \tag{11}$$

Se supponiamo $\omega_a\sqrt{\frac{l}{g}}$ tanto piccola da potersi trascurare le sue potenze superiori alla seconda, si hanno per $\cos\beta$ e $\operatorname{sen}\beta$ i valori approssimati

$$\cos\beta = 1 - \frac{l\omega_a^2}{4g}\operatorname{sen}^2\alpha\,(1+\cos\alpha)$$

$$\operatorname{sen}\beta = \omega_a\sqrt{\frac{l}{2g}}\operatorname{sen}\alpha\sqrt{1+\cos\alpha} = 2\omega_a\sqrt{\frac{l}{g}}\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha.$$

Nel moto del pendolo relativamente alla Terra, compiendosi una rivoluzione della Terra intorno al suo asse in 24 ore o 86400 secondi siderali, è $\omega = \frac{2\pi}{86400} = 0{,}000073$: ω è dunque una quantità piccolissima; e a meno che l sia smisuratamente grande, si avrà $\omega^2 < \frac{g}{l}$: il pendolo abbandonato a sè stesso *discende*, si ha $\alpha = \theta_0$ $\omega_a = \omega$ e si può scrivere

$$\text{(11)}' \qquad \operatorname{sen}\beta = \omega\sqrt{\frac{l}{2g}}\operatorname{sen}\alpha\sqrt{1+\cos\alpha} = 2\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha\,.$$

Se supponiamo α tanto piccolo da potersi trascurare i termini in α^3, si potrà prendere $\operatorname{sen}\alpha = \alpha$, $\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, e quindi $\operatorname{sen}\beta = \beta$, $\cos\beta = 1 - \frac{\beta^2}{2}$, e la (7) dà

$$\text{(11)}'' \qquad \beta = \omega\alpha\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

In questo caso la proiezione orizzontale della traiettoria è compresa fra due circonferenze di raggi

$$l\alpha \qquad l\alpha\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\,:$$

si ritrovan così, senza ricorrere a nessuna integrazione, i valori dei semiassi dell'ellisse di Binet.

§ VII.

È importante determinare i valori massimi e minimi degli angoli α β, quando son dati θ_0 ω, sia se si consideri θ_0 costante e ω variabile, sia se si consideri ω costante e θ_0 variabile.

Nel primo caso se $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}}$ è $\alpha = \theta_0$: e siccome per le (7) (8) $\cos\alpha + \cos\beta$ dev'esser sempre positivo, si verifica facilmente che β cresce con ω e va dal valore minimo 0, che corrisponde a $\omega = 0$ fino a un valore massimo; se $\omega < \frac{\pi}{2}$, questo valore massimo è α e corrisponde a $\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}}$; se $\alpha > \frac{\pi}{2}$, questo valore massimo è $(\pi - \alpha)$ e corrisponde a $\omega = \infty$. Se poi $\omega > \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}}$ è $\beta = \theta_0$, e α cresce dal valore minimo β $\left(\text{per } \omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta_0}}\right)$ sino al valore massimo $(\pi - \beta)$ (per $\omega = \infty$).

Supponiamo invece ω costante e θ_0 variabile. Per quelli angoli θ_0 per cui $\cos\theta_0 \leq \frac{g}{l\omega^2}$ sarà $\alpha = \theta_0$ $\omega_a = \omega$ e il valore di β sarà dato dalla (7)

$$\omega\operatorname{sen}\alpha = \sqrt{\frac{2g}{l}}\,\frac{\operatorname{sen}\beta}{\sqrt{\cos\alpha + \cos\beta}}$$

derivando rispetto ad α nell'ipotesi di ω costante, si trova facilmente che per il valore massimo di β si ha la relazione

$$\cos\beta = \frac{1-3\cos^2\alpha}{2\cos\alpha}. \tag{12}$$

Per la natura del problema $\cos\beta$ dev'esser compreso fra 0 e 1 e si deve avere $\cos\beta > \cos\alpha$: la seconda condizione si può scrivere

$$3\cos^2\alpha + 2\cos\alpha - 1 > 0$$

o

$$(\cos\alpha + 1)(3\cos\alpha - 1) > 0$$

e dà $\cos\alpha > \frac{1}{3}$: le altre due conducono alle diseguaglianze $\cos\alpha < \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\cos\alpha < \frac{1}{\sqrt{5}}$, di cui la prima è inclusa nella seconda: il valore di α, che può corrispondere a un massimo di β, dev'esser dunque tale che

$$\frac{1}{3} < \cos\alpha < \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Eliminando β tra le equazioni (7) (12) si giunge per la determinazione di α all'equazione

$$\omega^2(1-\cos^2\alpha)^2\cos\alpha + \frac{g}{l}(9\cos^4\alpha - 10\cos^2\alpha + 1) = 0,$$

o sopprimendo i fattori $(\cos\alpha - 1)(\cos\alpha + 1)$, che corrispondono alle posizioni di equilibrio stabile e instabile del pendolo

$$\cos^3\alpha + 9\frac{g}{l\omega^2}\cos^2\alpha - \cos\alpha - \frac{g}{l\omega^2} = 0. \tag{13}$$

Questa equazione ha le tre radici reali e comprese fra $(-\infty, -1)$ $(-1, 0)$ $(0, +1)$: facendo successivamente $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ e $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ il primo membro della (13) assume i valori

$$-\frac{8}{27} \quad \text{e} \quad \frac{4}{5}\left(\frac{g}{l\omega^2} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right):$$

per la condizione $\cos\alpha \leq \frac{g}{l\omega^2}$ a cui abbiamo sottoposto l'angolo α si vede che il valore assunto per $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ è nullo o positivo, mentre quello assunto per $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ è negativo: vi è quindi un valore e un sol valore di α che soddisfa a tutte le condizioni richieste. Questo angolo, di cui si può calcolar facilmente il valore quando son dati l ω, è sempre compreso fra $\text{arc}\cos\frac{1}{3}$ e $\text{arc}\cos\frac{1}{\sqrt{5}}$ cioè fra 63° 26′ e 70° 31′.

L'angolo β cresce da un valore limite 0 ($\alpha = 0$) fino al suo valore massimo, e poi decresce di nuovo fino al valor limite 0 ($\alpha = \pi$).

Se la velocità angolare ω è tanto piccola da potersi trascurare i termini in ω^2, l'equazione che serve a determinare α diviene

$$9\cos^4\alpha - 10\cos^2\alpha + 1 = 0$$

o dividendo per $(\cos^2\alpha - 1)$

$$9\cos^2\alpha - 1 = 0.$$

Si ha così il massimo valor di β ponendo

$$\cos\alpha = \frac{1}{3} \tag{13)'}$$

cioè per $\alpha = 70^0\,31'$. Questo valor massimo di β è per la (11)' dato dalla relazione

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{4}{3\sqrt{3}}\,\omega\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{14)'}$$

Allo stesso risultato si giunge più direttamente derivando la (11)' rispetto α, e considerandovi ω^2 come costante.

Se conservandosi costante ω si fa variare θ_0 nei limiti in cui $\cos\theta_0 \geq \frac{g}{l\omega^2}$ (il che richiede che sia $l\omega^2 > g$), si ha $\beta = \theta_0$ $\omega_b = \omega$ e l'angolo α si deve calcolare dalla (8)

$$\omega \operatorname{sen}\beta = \sqrt{\frac{2g}{l}}\,\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{\cos\alpha + \cos\beta}}$$

se poniamo $\frac{g}{l\omega^2} = \cos\lambda$, l'angolo β potrà variare solo da 0 a λ.

Si dovrà quindi determinare il valore β' di β, a cui corrisponde il valore massimo di α, con un calcolo affatto simile al precedente, e in cui si devon soltanto scambiare fra loro gli angoli α e β: se $\beta' < \lambda$ l'angolo α crescerà da un valore limite 0 ($\beta = 0$), fino a un valor massimo α' ($\beta = \beta'$), e poi decrescerà fino a un valore minimo ($\beta = \lambda$); se poi $\beta' > \lambda$, l'angolo α crescerà da un valore limite 0 ($\beta = 0$) fino a un valore massimo ($\beta = \lambda$).

§ VIII.

Anche senza procedere alla effettiva integrazione delle equazioni del movimento, e fondandosi solo su ragioni di simmetria, si possono stabilire alcune interessanti proprietà della traiettoria del pendolo. Prendendo come posizione iniziale una di quelle posizioni, in cui θ ha il valore massimo α, si può ragionevolmente concludere che il punto pesante M, dopo esser disceso finchè θ ha raggiunto il suo valore minimo β, sale di nuovo finchè θ riprenda il valore α, descrivendo un arco di traiettoria sferica compreso fra i due circoli orizzontali di raggi $r_a = l \operatorname{sen}\alpha$ e $r_b = l \operatorname{sen}\beta$ che diremo *circolo superiore* e *circolo inferiore*; i due rami di discesa e di salita sono fra loro simmetrici. Ritrovandosi il punto M sul circolo superiore nelle stesse condizioni di prima, descriverà un arco precisamente eguale al precedente, e così di seguito, in modo che

la traiettoria si comporrà di *festoni* ad ampia base tutti eguali tra loro, e che sono evidentemente tangenti tanto al circolo superiore che al circolo inferiore. Diremo *vertici* della traiettoria i punti situati su questi circoli, e li distingueremo in *vertici superiori* e *vertici inferiori* secondochè appartengono al circolo superiore o a quello inferiore: denotando con 0.1.2.3.4.5.6.7.8... questi vertici nell'ordine in cui sono successivamente incontrati dal punto mobile M, i punti 0.2.4.6.8... sono vertici superiori, e i punti 1.3.5.7... vertici inferiori. Indicheremo con Φ l'angolo formato dai piani verticali, che passano per l'asse e per due vertici consecutivi, uno superiore e uno inferiore o inversamente, e con T il tempo in cui l'angolo Φ è stato descritto. La *base* di un festone della traiettoria corrisponde all'angolo 2Φ ed è $2l \operatorname{sen} \alpha . \Phi$ o $2l \operatorname{sen} \beta . \Phi$, secondochè è misurata sul circolo superiore o sul circolo inferiore. Se l'angolo Φ è commensurabile con π, la traiettoria del pendolo si chiude: in caso contrario i *festoni* di cui è composta si succedono indefinitamente senza mai esattamente sovrapporsi. Per analogia con la teoria del pendolo semplice potremo dire 2T *durata di un' oscillazione semplice* e 4T *durata di un' oscillazione completa.*

Il calcolo conferma pienamente queste induzioni sulla forma della traiettoria: se infatti, mediante le equazioni del moto si forma l'espressione di $\frac{d\theta}{dt}$ e si eguaglia a zero per avere i valori massimi e minimi di θ, si ottiene un'equazione cubica in $\cos\theta$ con tre radici reali: due sono appunto $\cos\alpha$ $\cos\beta$, mentre l'altra, essendo compresa fra $-\infty$ e -1 è estranea alla questione.

Siccome il piano verticale determinato dall'asse e dalla posizione del punto M descrive gli angoli Φ . 2Φ . 3Φ ... nei tempi T . 2T . 3T ..., la *velocità angolare media* di rotazione del moto assoluto è data da

$$\omega_m = \frac{\Phi}{T}.$$

Ad un osservatore che fa parte del sistema Σ ruotante intorno alla verticale con la velocità angolare costante ω (nel senso *diretto*) sembrerà che quel piano verticale abbia una rotazione di velocità angolare media $\omega - \omega_m$ in senso *retrogrado* se $\omega > \omega_m$, o una rotazione di velocità angolare media $\omega_m - \omega$ in senso *diretto* se $\omega < \omega_m$. I festoni, di cui si compone la traiettoria, sembreranno a quest' osservatore aver la base $2(\omega T - \Phi)$ nel primo caso e la base $2(\Phi - \omega T)$ nel secondo caso, invece della base 2Φ. Se $\omega = \omega_m$ il pendolo apparirà all'osservatore, o come immobile, o come oscillante simmetricamente rispetto ad un piano verticale fisso (v. § 9).

Per farci un'idea chiara di un altro elemento essenziale, al quale abbiamo dato il nome di *Precessione* (v. § 1), consideriamo soltanto i punti della traiettoria situati sul circolo superiore (*vertici superiori*), facendo per ora astrazione dal modo con cui il pendolo passa effettivamente dall'uno all'altro. Con questi vertici potremo formare due *serie*, quella dei punti 0.2.4.6.8... che rappresentano le posizioni del pendolo dopo 0.1.2.3.4... oscillazioni *semplici*, e quella dei punti 0.4.8... che rappresentano le posizioni del pendolo dopo 0.1.2... oscillazioni *complete*. Immaginando un punto ausiliario P, che muovendosi sul circolo superiore, descriva queste due serie, incontrando i vertici nell'ordine in cui sono scritti, e in modo che per andare da un vertice all'altro percorra sempre *il minore* fra i due archi supplementari compresi fra questi due vertici,

diremo *diretta* o *retrograda* la serie considerata, secondochè il punto P muovendosi nel modo ora descritto gira nel senso *diretto* o nel senso *retrogrado*.

Ora è noto, e ci sarà confermato in seguito dallo svolgimento dei nostri calcoli, che l'angolo Φ è sempre compreso fra $\frac{\pi}{2}$ e π: quindi, poichè l'arco 01 contato nel senso *diretto* corrisponde all'angolo 2Φ e l'arco 04 contato pure nel senso *diretto* corrisponde all'angolo 4Φ, si vede che la serie 0.2.4.6.8... sarà sempre *retrograda*, e che le serie 0.4.8... sarà *diretta* o *retrograda* secondochè $4\Phi \lesseqgtr 3\pi$, cioè $\Phi \lesseqgtr \frac{3\pi}{4}$. Se poi segniamo sul circolo superiore i punti 1'.2'.5'. intersezioni di questo circolo con i piani che passan per l'asse e per i vertici inferiori 1.2.3..., siccome l'arco 01' corrisponde all'angolo Φ e questo angolo Φ è sempre minore di π, la serie 0.1'.2.3'.4.5'... sarà sempre *diretta*.

Considerando due punti successivi della serie 0.4.8..., diremo *Precessione* del pendolo *il minore* dei due angoli supplementari compresi fra i piani verticali determinati dall'asse e dai punti 0.4 oppure dai punti 4.8 ecc... e *Velocità di precessione* il rapporto tra quest'angolo e il tempo 4T di un' oscillazione *completa*. Se $\Phi < \frac{3\pi}{4}$, la precessione è $4\Phi - 2\pi$ contata nel senso *diretto*; se $\Phi > \frac{3\pi}{4}$, la precessione è $4\pi - 4\Phi$ contate nel senso *retrogrado*. La velocità ω_p della precessione, nel primo caso è data da

$$\omega_p = \frac{\Phi - \frac{\pi}{2}}{T} \qquad \left(\Phi < \frac{3\pi}{4} \text{ — senso diretto}\right) \tag{15}$$

nel secondo caso da

$$\omega_p = \frac{\pi - \Phi}{T} \qquad \left(\Phi > \frac{3\pi}{4} \text{ — senso retrogrado}\right). \tag{15^{bis}}$$

Se il punto ausiliario P percorre, nel modo più sopra definito, la serie 0.4.8..., e se immaginiamo che questo punto P si muova di moto uniforme, la velocità angolare costante del punto P sarà precisamente ω_p.

Accanto al concetto di *Precessione assoluta* dobbiamo introdurre quello di *Precessione relativa*, che dà l'idea del come la serie 0.4.8... sembra disposta ad un osservatore, che fa parte del sistema ruotante Σ. Come abbiamo precedentemente notato, l'arco 04 sembrerà a quest'osservatore corrispondere all'angolo $4(\Phi - \omega T)$ ed esser contato in senso *diretto* se $\Phi > \omega T$, o corrispondere all'angolo $4(\omega T - \Phi)$ ed esser contato in senso *retrogrado* se $\Phi > \omega T$. Se quindi, analogamente a ciò che abbiamo fatto per la precessione assoluta, chiamiamo *Precessione relativa* il *minore* dei due angoli supplementari, che sembrano all'osservatore corrispondere all'arco compreso fra i punti 0.4 o tra i punti 4.8... ecc., e *Velocità della precessione relativa* il rapporto tra questo angolo e il tempo 4T di un'oscillazione completa, vedremo facilmente: 1° che quando $\Phi > \omega T$ la precessione relativa è *diretta*, se $\Phi - \omega T$ è compreso fra 0 e $\frac{\pi}{4}$ oppure tra $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{4}$, ed è *retrograda* se $\Phi - \omega T$ è compreso fra $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{2}$, oppure fra $\frac{3\pi}{4}$ e π; 2° che quando $\Phi < \omega T$

la precessione relativa è *diretta*, se $\omega T - \Phi$ è compreso fra $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{2}$, oppure fra $\frac{3\pi}{4}$ e π, ed è *retrograda* se $\omega T - \Phi$ è compreso fra 0 e $\frac{\pi}{4}$, oppure fra $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{4}$, ecc. Vedremo in seguito (§ 11) che se $\alpha < \frac{\pi}{2}$, $\Phi - \omega T$ è $< \frac{\pi}{2}$. Se l'angolo $\Phi - \omega T$ è commensurabile con π, la traiettoria relativa del pendolo si chiude: in caso contrario i festoni di cui è formata si succedono indefinitamente, senza mai sovrapporsi: quando l'angolo $\Phi - \omega T$ raggiunge uno dei valori limiti più sopra considerati, cioè è eguale a un multiplo di $\frac{\pi}{4}$, la traiettoria relativa del pendolo è chiusa e assume forme speciali, riducendosi il numero dei vertici superiori distinti a uno o due o quattro. Se $\Phi = \omega T$, la precessione relativa è nulla.

Nel moto del pendolo relativamente alla Terra, la velocità angolare ω è piccolissima, e quindi, come vedremo (§ 13), l'angolo Φ è sempre compreso fra $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{4}$ e l'angolo $\Phi - \omega T$ (se si escludono i valori di α eccessivamente vicini a π) è compreso fra $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{2}$. La precessione relativa è *retrograda* ed è data da $2\pi - 4\,(\Phi - \omega T)$ e la velocità della precessione relativa è $\frac{2\pi - 4(\Phi - \omega T)}{4T} = \omega - \frac{\Phi - \frac{\pi}{2}}{T}$. Siccome allora vale la formula (15), si vede che questa velocità della precessione relativa può scriversi anche sotto la forma $\omega - \omega_p$. In questo caso diremo *Periodo relativo* il tempo che è impiegato dal punto ausiliario P, considerato più sopra, per compiere un giro intiero: questo *Periodo relativo* è dato da $\frac{2\pi}{\omega - \omega_p}$: il *Periodo* assoluto è $\frac{2\pi}{\omega}$, e nel caso della Terra è di 24 ore o 86400 secondi siderali. Finalmente diremo *Ritardo* la differenza fra il Periodo, assoluto e il Periodo relativo: il *Ritardo* è espresso da $\frac{2\pi}{\omega} - \frac{2\pi}{\omega - \omega_p} = \frac{2\pi}{\omega}\left\{1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega_p}{\omega}}\right\}$, e nel caso della Terra esprime il tempo che bisogna aggiungere a 24 ore per avere il tempo di un intiero giro del punto P.

Son questi concetti di *Rotazione media* e di *Precessione* tanto *assoluta* che *relativa* che bisogna sostituire, nello studio del moto relativo del pendolo, al concetto di *permanenza* o di *rotazione del piano del pendolo*, che non ha significato fuorchè nel caso particolarissimo del § 5, mentre in tutti gli altri casi rappresenta solo un'approssimazione assai grossolana.

§ IX.

Proiettando la traiettoria del pendolo su un piano orizzontale, la forma della proiezione apparisce diversa secondochè $\alpha \leq \frac{\pi}{2}$ o $\alpha > \frac{\pi}{2}$. Nel primo caso la curva è compresa fra i due circoli di raggi $r_a = l \operatorname{sen} \alpha$ e $r_b = l \operatorname{sen} \beta$: per avere un'idea della sua forma, si calcoli l'angolo Φ $\left(\text{sempre} > \frac{\pi}{2}\right)$ con le formule del § 10; e da un punto O del circo-

lo r_a si porti su questo circolo più volte successivamente l'arco $r_a\Phi$, determinando così i punti 0 1 2 3 4 5 . . . ; si segnino sul circolo r_b quei punti 1'2'3'4'5' . . . che sono in linea retta col centro e con i punti 1 2 3 4 5 . . . e dalla stessa parte del centro : la curva segue l'àndamento 0 1'2 3'4 5' . . . ed è evidentemente tangente al circolo r_a nei punti 0 2 4 . . . e al circolo r_b nei punti 1'3'5' . . . Se invece $\alpha > \frac{\pi}{2}$, la curva è compresa fra i due circoli di raggi l e r_b : determinati come sopra i punti 0 1'2 3'4 5' . . . , la curva parte da 0, tocca il circolo l, traversa il circolo r_a, tocca il circolo r_b in 1', traversa il circolo r_a, tocca il circolo l, tocca il circolo r_a in 2, tocca il circolo l, traversa il circolo r_a, tocca il circolo r_b in 3', e così di seguito : la curva tocca sempre *internamente* il circolo l, e sempre *esternamente* i circoli r_a e r_b.

Considerando il settore della curva corrispondente all'angolo Φ, ed essendo r il raggio vettore, la legge delle aree dà

$$\int_0^{\Phi} r^2\, d\varphi = \mathrm{CT}$$

ove la costante C ha il valore

$$\mathrm{C} = \omega_a\, l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = \omega_b\, l^2 \operatorname{sen}^2 \beta .$$

Se $\alpha < \frac{\pi}{2}$

$$l \operatorname{sen} \beta < r < l \operatorname{sen} \alpha$$

da cui

$$l^2 \operatorname{sen}^2 \beta\, \Phi < \mathrm{CT} < l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha\, \Phi .$$

Sostituendo a C i suoi valori, si hanno le diseguaglianze fra loro equivalenti

$$\omega_b \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\operatorname{sen}^2 \alpha} < \frac{\Phi}{\mathrm{T}} < \omega_b \qquad \omega_a < \frac{\Phi}{\mathrm{T}} < \omega_a \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \beta}$$

$\frac{\Phi}{\mathrm{T}}$ è quello che abbiamo indicato con ω_m e detto *velocità media di rotazione*: dunque se $\alpha < \frac{\pi}{2}$

$$\omega_a < \omega_m < \omega_b .$$

Supponendo il pendolo allontanato dalla verticale di un angolo θ_0 e poi abbandonato a sè stesso, dovremo al solito distinguere i due casi di

$$\omega < \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta_0}} \quad \text{o} \quad \omega > \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta_0}} .$$

Nel primo caso $\omega_a = \omega \quad \alpha = \theta_0$ e

$$\omega < \omega_m < \omega \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \beta}$$

la *rotazione relativa* $\omega_m - \omega$ è dello stesso senso della *rotazione assoluta*, cioè è *diretta*.

Nel secondo caso $\omega_b = \omega$ $\beta = \theta_0$ e

$$\omega \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \beta} < \omega_m < \omega$$

la *rotazione relativa* è in senso contrario alla *rotazione assoluta*, cioè è *retrograda*.

Se $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta_0}}$ è $\alpha = \beta = \theta_0$ $\omega_a = \omega_b = \omega$ e quindi $\omega_m = \omega$. Ad un osservatore che fa parte del sistema di confronto Σ sembra che il pendolo rimanga immobile; infatti allora il punto M descrive un circolo orizzontale con velocità angolare ω in senso *diretto*, e quindi sembra immobile all'osservatore, che si muove con rotazione eguale e dello stesso senso. Si ha allora l'equilibrio relativo del pendolo; il che si conferma osservando che la risultante della attrazione terrestre e della forza centrifuga è diretta esattamente lungo il filo. Questa particolarità può accadere per qualunque valore di θ_0; ma dato il valore di ω, non sempre si potrà trovare il corrispondente valore di θ_0, dovendo esser soddisfatta la condizione $l\omega^2 > g$. P. es., nel caso della rotazione terrestre, essendo ω piccolissimo, l'osservatore situato al polo non potrebbe vedere verificarsi tale fenomeno.

Se l'angolo α è $> \frac{\pi}{2}$, si ha

$$l \operatorname{sen} \beta < r < l,$$

da cui

$$l^2 \operatorname{sen}^2 \beta \qquad \Phi < CT < l^2 \Phi$$

$$(\omega_a \operatorname{sen}^2 \alpha = \omega_b \operatorname{sen}^2 \beta) < \omega_m < \left(\omega_b = \omega_a \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \beta}\right).$$

Vedremo fra breve che se $\alpha > \frac{\pi}{2}$ l'angolo Φ varia da $\frac{\pi}{2}$ (per $\beta = 0$) a π (per $\beta = \pi - \alpha$), mentre $\omega_a T$ varia da 0 (per $\beta = 0$) a $\frac{\pi}{\operatorname{sen} \alpha}$ (per $\beta = \pi - \alpha$): per cui dapprima $\omega_m > \omega$, cioè la *rotazione relativa* è *diretta*, e poi $\omega_m < \omega$, cioè la *rotazione relativa* è retrograda. Vi sarà un valore di β per cui $\omega_m = \omega$: siccome la traiettoria relativa si ottiene dalla traiettoria assoluta facendo girare i suoi punti intorno al centro di un angolo ωt, risulta che tutti i vertici superiori vengono a coincidere in un unico punto A e tutti i vertici inferiori in un unico punto B: i punti A B sono in uno stesso piano verticale col centro di sospensione O, e situati da una stessa parte della verticale di O. Abbiamo così un caso assai notevole di moto relativo del pendolo, in cui il punto pesante M sembra descrivere una curva chiusa col punto più alto in A e col punto più basso in B, e simmetrica rispetto al piano verticale A O B.

Riassumendo, se il pendolo partendo dalla posizione, in cui è stato lasciato libero, *sale*, la *rotazione media relativa* è sempre *retrograda*; se il pendolo *discende* e $\alpha < \frac{\pi}{2}$, la *rotazione media relativa* è *diretta*; se il pendolo *discende* e $\alpha > \frac{\pi}{2}$, la *rotazione media relativa* è *diretta* finchè ω non raggiunge un certo limite, ed è *retrograda* al di là di questo limite.

§ X.

La riduzione effettiva degli integrali che esprimono t e φ in funzione di θ alla forma normale degli integrali ellittici di 1ª e 3ª specie, fornisce per T e Φ le formule seguenti *):

$$T=\sqrt{\frac{2l}{g(\cos\beta-\cos\alpha)}}\,k.F\left(\frac{\pi}{2},k\right) \tag{16}$$

$$\Phi=k'F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\operatorname{tg}\alpha\cos\sigma+\left\{E\left(\frac{\pi}{2},k\right)-F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\right\}F(\sigma,k')+F\left(\frac{\pi}{2},k\right)E(\sigma,k'), \tag{17}$$

ove i moduli $k\,k'$ son dati da

$$\begin{cases} k^2=\dfrac{\cos^2\beta-\cos^2\alpha}{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta} \\ k'^2=1-k^2=\dfrac{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\alpha}{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta} \end{cases} \tag{18}$$

e l'ampiezza σ è data dalle relazioni equivalenti

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\sigma=\dfrac{1+\cos\alpha\cos\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\alpha}} \\ \cos\sigma=\dfrac{\operatorname{sen}\beta\cos\alpha}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\alpha}} \\ \operatorname{tg}\sigma=\dfrac{1+\cos\alpha\cos\beta}{\operatorname{sen}\beta\cos\alpha}. \end{cases} \tag{19}$$

Se $\alpha>\frac{\pi}{2}$ anche σ è $>\frac{\pi}{2}$, e conviene allora di trasformare l'espressione di Φ, introducendo invece degli angoli $\alpha\,\sigma$ i loro supplementi $\alpha'=\pi-\alpha$ $\sigma'=\pi-\sigma$. Essendo evidentemente

$$F(\sigma,k')=2F\left(\frac{\pi}{2},k'\right)-F(\sigma',k')$$

$$E(\sigma,k')=2E\left(\frac{\pi}{2},k'\right)-E(\sigma',k')$$

e rammentando la nota formula di Legendre

$$F\left(\frac{\pi}{2},k\right).E\left(\frac{\pi}{2},k'\right)+E\left(\frac{\pi}{2},k\right).F\left(\frac{\pi}{2},k'\right)-F\left(\frac{\pi}{2},k\right).F\left(\frac{\pi}{2},k'\right)=\frac{\pi}{2}, \tag{20}$$

*) V. ad es. Durége, *Theorie der elliptischen Functionen.* Abschn. XIX. Fra le varie formule per Φ abbiamo prescelta la (17) che è la (38) di Durége, perchè si presta meglio ai calcoli numerici.

si trova

$$(21)\quad \Phi=\pi+k'\,F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\operatorname{tg}\alpha'\cos\sigma'-\left\{E\left(\frac{\pi}{2},k\right)-F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\right\}F(\sigma',k')-F\left(\frac{\pi}{2},k\right).E(\sigma',k'),$$

essendo ora i moduli kk' espressi da

$$(22)\qquad \begin{cases} k^2=\dfrac{\cos^2\beta-\cos^2\alpha'}{1-2\cos\alpha'\cos\beta+\cos^2\beta} \\[2ex] k'^2=\dfrac{1-2\cos\alpha'\cos\beta+\cos^2\alpha'}{1-2\cos\alpha'\cos\beta+\cos^2\beta}. \end{cases}$$

Sostituendo a k k' i loro valori, si può anche scrivere

$$(23)\qquad T=\sqrt{\frac{2g}{l}}\sqrt{\frac{\cos\alpha+\cos\beta}{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}\,F\left(\frac{\pi}{2},k\right),$$

$$(24)\quad \Phi=\frac{F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}\left\{E\left(\frac{\pi}{2},k\right)-F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\right\}F(\sigma,k')+F\left(\frac{\pi}{2},k\right)E(\sigma,k')$$

se $\alpha<\frac{\pi}{2}$,

$$(25)\quad \Phi=\frac{F\left(\frac{\pi}{2},k\right)\operatorname{sen}\alpha'\operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1-2\cos\alpha'\cos\beta+\cos^2\beta}}+\pi-\left\{E\left(\frac{\pi}{2},k\right)-F\left(\frac{\pi}{2},k\right)F(\sigma',k')-F\left(\frac{\pi}{2},k\right)E(\sigma',k')\right.$$

se $\alpha>\frac{\pi}{2}$.

Per $\beta=0$ è $k=\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha$, $\sigma=\frac{\pi}{2}$; per $\alpha=\frac{\pi}{2}$ è $k=\frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}$, $\sigma=\frac{\pi}{2}$, per $\beta=\alpha$ e $\beta=\pi-\alpha$ è $k=0$, $F\left(\frac{\pi}{2},k\right)=E\left(\frac{\pi}{2},k\right)=\frac{\pi}{2}$, $E(\sigma,k')=\operatorname{sen}\sigma$; di più per $\beta=\alpha$ è $\operatorname{sen}\sigma=\frac{1+\cos^2\alpha}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}$ e per $\beta=\pi-\alpha$ è $\operatorname{sen}\sigma'=\operatorname{sen}\alpha$, per cui tenendo presente la (20) abbiamo

per $\beta=0$	$\Phi=\frac{\pi}{2}$
per $\alpha=\frac{\pi}{2}$	$\Phi=\frac{\pi}{2}+\frac{\operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}F\left(\frac{\pi}{2},\frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}\right)$
per $\beta=\alpha$ $\left(\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$	$\Phi=\frac{\pi}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}$
per $\beta=\pi-\alpha$, $\left(\alpha>\frac{\pi}{2}\right)$	$\Phi=\pi$.

È da notarsi che per $\beta=0$, $\beta=\alpha$, $\beta=\pi-\alpha$ non si ha *Precessione* nel vero senso della parola, e che i valori trovati si devono considerare come valori limiti.

Per $\beta=\alpha$ e $\alpha<\frac{\pi}{2}$ essendo $\Phi=\frac{\pi}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}$ si avrà $\Phi\lesseqgtr\frac{3\pi}{4}$ secondochè $\cos\alpha\gtreqless\sqrt{\frac{7}{27}}$,

cioè $\alpha \lesseqgtr 59^\circ.24'$. Nel primo caso la precessione è *diretta*, nel secondo *retrograda*. In questo caso limite tutti i festoni di cui si compone la traiettoria sono compresi nel *circolo superiore*: ma si vede bene di qui che per $\alpha < 59^\circ.24'$ e β vicinissimo a α la precessione sarà *diretta*, e per $\alpha > 59^\circ.24'$ e β vicinissimo a α sarà *retrograda*. P. es. per un angolo $\alpha = 60^\circ$ e per una velocità angolare ω di pochissimo inferiore a $\sqrt{\frac{2g}{l}}$ l'angolo Φ è di poco superiore a $\frac{3\pi}{4}$ e la precessione è *retrograda*.

Partendo da un valore di α che sia $> \frac{\pi}{2}$ e facendo variare ω da 0 a ∞, β varia da 0 a $\pi - \alpha$, e siccome Φ' cresce con ω, si ha

$$\frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq \pi .$$

Nelle formole (24) (25) entra la funzione

$$\left\{ E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \right\} F(\sigma, k') + F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) E(\sigma, k'),$$

che si può dimostrare facilmente essere sempre compresa fra 0 e $\frac{\pi}{2}$. Indicando questa funzione con u, supponiamo dapprima che gli angoli α e β sien tali che k conservi un valore costante, mentre σ varia e cerchiamo la derivata di u rispetto a σ. Sarà

$$\frac{du}{d\sigma} = \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)}{\sqrt{1 - k'^2 \operatorname{sen}^2 \sigma}} + F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \sqrt{1 - k'^2 \operatorname{sen}^2 \sigma}$$

$$= \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) k'^2 \operatorname{sen}^2 \sigma}{\sqrt{1 - k'^2 \operatorname{sen}^2 \sigma}} .$$

Il numeratore può scriversi

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} \, . \, d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k'^2 \operatorname{sen}^2 \sigma \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\cos^2 \sigma + k^2 \operatorname{sen}^2 \sigma - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi) \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} .$$

Il minimo valore di $\cos^2 \sigma + k^2 \operatorname{sen}^2 \sigma$ essendo $k^2 \left(\text{per } \sigma = \frac{\pi}{2}\right)$, si ha

$$\frac{du}{d\sigma} > \frac{k^2}{\sqrt{1 - k'^2 \operatorname{sen}^2 \sigma}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 \varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} .$$

Gli elementi dell'integrale essendo tutti positivi, si vede che $\frac{du}{d\sigma}$ è positivo, e u cresce con σ: il massimo valor di σ essendo $\frac{\pi}{2}$, si ha per la (20) $0 \leq u \leq \frac{\pi}{2}$: e questo potendosi dire per qualunque valore di k, le (24) (25) dànno

$$(26) \qquad \text{per} \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2} + F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}$$

$$(27) \qquad \text{per} \quad \alpha > \frac{\pi}{2} \qquad \pi \geq \Phi \geq \frac{\pi}{2} + F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}.$$

Se $\Phi < \frac{3\pi}{4}$, per la precessione $4\Phi - 2\pi$ si hanno i limiti

$$(28) \qquad \text{per} \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad 0 \leq 4\Phi - 2\pi \leq 4F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}$$

$$(29) \qquad \text{per} \quad \alpha > \frac{\pi}{2} \qquad 4F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}} \leq 4\Phi - 2\pi \leq 2\pi,$$

e se $\Phi > \frac{3\pi}{4}$, per la precessione $4\pi - 4\Phi$ si hanno i limiti

$$(28)^{bis} \qquad \text{per} \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad 2\pi - 4F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}} \leq 4\pi - 4\Phi \leq 2\pi$$

$$(29)^{bis} \qquad \text{per} \quad \alpha > \frac{\pi}{2} \qquad 0 \leq 4\pi - 4\Phi \leq 2\pi - 4F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}.$$

§ XI.

Confrontando l'espressione (23) di T con le formule (2) (8), si ha

$$(30) \qquad \omega_a T = \frac{2F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}} \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$(31) \qquad \omega_b T = \frac{2F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}} \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta}.$$

Quando $\Phi < \frac{3\pi}{4}$, si ha per le (26) (27)

$$\text{se} \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \Phi \leq \frac{\pi}{2} + \omega_a T \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{2}$$

$$\text{se} \quad \alpha > \frac{\pi}{2} \qquad \Phi \geq \frac{\pi}{2} + \omega_a T \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{2}:$$

ponendo per la *velocità di precessione* $\frac{\Phi - \frac{\pi}{2}}{T}$ il suo simbolo ω_p

$$\text{se} \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \omega_p \leq \left(\omega_a \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{2} = \omega_b \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{2}\right)$$

$$\text{se} \quad \alpha > \frac{\pi}{2} \qquad \omega_p \geq \left(\omega_a \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{2} = \omega_b \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{2}\right),$$

cioè, in generale, essendo stato il pendolo rimosso dalla verticale di un angolo θ_0 e poi abbandonato a sè stesso, si ha

$$\text{(32)} \qquad \text{se} \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \omega_p \leq \omega \frac{\operatorname{sen}^2 \theta_0}{2}$$

$$\text{(33)} \qquad \text{se} \quad \alpha > \frac{\pi}{2} \qquad \omega_p \geq \omega \frac{\operatorname{sen}^2 \theta_0}{2}.$$

Per la (32), a maggior ragione

$$\text{se} \quad \alpha \leq \frac{\pi}{2} \qquad \omega_p \leq \frac{1}{2} \omega.$$

cioè la velocità della precessione assoluta finchè $\alpha < \frac{\pi}{2}$ è al più eguale alla metà della velocità angolare data ω.

Se $\Phi > \frac{3\pi}{4}$, la velocità di precessione è invece $\frac{\pi - \Phi}{T}$, e si possono facilmente stabilire le formule corrispondenti alle (32) (33). *In quanto segue supporremo sempre* $\Phi < \frac{3\pi}{4}$, a meno che sia avvertito espressamente il contrario.

Dando a β i valori speciali 0, $\alpha \left(\text{per } \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, $\pi - \alpha$ $\left(\text{per } \alpha > \frac{\pi}{2}\right)$ e ad α il valore $\frac{\pi}{2}$, si hanno per $\omega_a T$ i valori

$$\text{per} \quad \beta = 0 \qquad \omega_a T = 0$$

$$\text{per} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \omega_a T = \frac{2 \operatorname{sen} \beta}{\sqrt{1 + \cos^2 \beta}} F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 + \cos^2 \beta}}\right)$$

$$\text{per} \quad \beta = \alpha \quad \left(\alpha < \frac{\pi}{2}\right) \qquad \omega_a T = \frac{\pi}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}}$$

$$\text{per} \quad \beta = \pi - \alpha, \left(\alpha > \frac{\pi}{2}\right) \qquad \omega_a T = \frac{\pi}{\operatorname{sen} \alpha},$$

e confrontando con i valori di Φ dati al § 10

$$\text{per} \quad \beta = \alpha \quad \left(\alpha < \frac{\pi}{2}\right) \qquad \frac{\omega_p}{\omega_a} = 1 - \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}$$

$$\text{per} \quad \beta = \pi - \alpha, \left(\alpha > \frac{\pi}{2}\right) \qquad \frac{\omega_p}{\omega_a} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{2}$$

$$\text{per} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \frac{\omega_p}{\omega_a} = \frac{1}{2}.$$

Per $\beta = 0$ la funzione $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ si presenta sotto forma indeterminata, e bisogna ricercare il valore che assume il rapporto delle derivate $\frac{d\Phi}{d\beta}$ e $\frac{d(\omega_a T)}{d\beta}$ per $\beta = 0$.

Dalla (30)

$$\frac{d(\omega_a T)}{d\beta} = \frac{2F\left(\frac{\pi}{2}, k\right).\cos\beta}{\operatorname{sen}\alpha\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}} + \frac{2\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}\frac{d}{d\beta}\left\{\frac{F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}}\right\}$$

e potendosi verificar facilmente che la derivata che entra nel secondo termine, è finita, basterà, per trovare il valore per $\beta = 0$, considerare solo il primo termine.

Per la (18) per $\beta = 0$ si ha $k = \operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha$, e ponendo per brevità

$$K = F\left(\frac{\pi}{2}, \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha\right) \qquad E = E\left(\frac{\pi}{2}, \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha\right)$$

è

$$\left(\frac{d(\omega_a T)}{d\beta}\right)_{\beta=0} = \frac{K}{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\cos^2\frac{1}{2}\alpha}.$$

Per avere $\frac{d\Phi}{d\beta}$ si consideri nella (17) Φ come funzione di σ e k,

si ha
$$\frac{d\Phi}{d\beta} = \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}\frac{d\sigma}{d\beta} + \frac{\partial\Phi}{\partial k^2}\frac{dk^2}{d\beta},$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma} = -k'F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)\operatorname{tg}\alpha\operatorname{sen}\sigma + F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)\sqrt{1-k'^2\operatorname{sen}^2\sigma} + \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)}{\sqrt{1-k^2\operatorname{sen}^2\sigma}}$$

$$\frac{d(k^2)}{d\beta} = -2\operatorname{sen}\beta\frac{\cos^2\alpha(\cos\alpha+\cos\beta)+\cos\beta(1+\cos\alpha\cos\beta)}{(1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta)^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\beta} = -\frac{k^2}{k'^2}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta-\cos\alpha},$$

da cui

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}\right)_{\beta=0} = -\frac{1}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\cos\alpha}\left\{(K-E)\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha + E\operatorname{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha\right\}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\beta}\right)_{\beta=0} = -\frac{\cos\alpha}{2\cos^2\frac{1}{2}\alpha}$$

$$\left(\frac{d(k^2)}{d\beta}\right)_{\beta=0} = 0.$$

Sarebbe facile formare il termine $\frac{\partial\Phi}{\partial k^2}$, ricordando le formule di derivazione degli integrali ellittici di prima e seconda specie rispetto al modulo; ma è inutile trovare effettivamamente tale valore, perchè in queste formule di derivazione si hanno tutti

termini nei cui denominatori entrano k^2, k'^2, $\sqrt{1-k'^2 \operatorname{sen}^2\sigma}$; e siccome per $\beta=0$, questi denominatori assumono i valori $\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\alpha$ $\cos^2 \frac{1}{2}\alpha$ $\operatorname{sen} \frac{1}{2}\alpha$, $\frac{\partial\Phi}{\partial k^2}$ non diventa infinita per $\beta=0$, e quindi il termine $\frac{\partial\Phi}{\partial k^2}\frac{dk^2}{d\beta}$ sparisce. Rimane dunque

$$\left(\frac{d\Phi}{d\beta}\right)_{\beta=0} = \frac{1}{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\cos^2\frac{1}{2}\alpha}\left\{(K-E)\cos^2\frac{1}{2}\alpha + E\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\alpha\right\}.$$

Facendo il rapporto di

$$\left(\frac{d\Phi}{d\beta}\right)_{\beta=0} \quad \text{e} \quad \left(\frac{d(\omega_a T)}{d\beta}\right)_{\beta=0}$$

si ha

$$\left(\frac{\omega_p}{\omega_a}\right)_{\beta=0} = \frac{E}{K}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\alpha + \frac{K-E}{K}\cos^2\frac{1}{2}\alpha. \tag{32}$$

La formula (34) ha speciale importanza perchè, come vedremo, rappresenta anche il valore approssimato di $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ in funzione di α, quando ω è tanto piccolo da potersi trascurare i termini in ω^2.

§ XII.

Le formule precedenti si prestano assai bene al calcolo numerico. Dati θ_0 ω, si dovrà cercare anzi tutto se il pendolo, partendo dalla sua posizione iniziale, *sale* o *scende*; si troveranno così α β mediante la (7) o la (8): le (18) (19) dànno k σ; le (24) (25) secondochè α è $<\frac{\pi}{2}$ o $>\frac{\pi}{2}$ fanno conoscere Φ; la (23) dà il valore di T. Conosciuti Φ e T si ha subito la *rotazione media* e la *precessione* tanto assoluta che relativa.

Per dare un esempio di questi calcoli, supponiamo che α β sian tali da fare assumere a k k' valori eguali, cioè in modo che

$$k=k'=\frac{1}{\sqrt{2}}:$$

dalla (18) si ricava β espresso in funzione di α mediante la formula

$$\cos\alpha = -\frac{1}{2}\cos\beta\left(1 \pm \sqrt{1-2\operatorname{tg}^2\beta}\right)$$

che dà due valori di α per ogni valore di β, purchè sia $tg\beta < \frac{1}{\sqrt{2}}$: se supponiamo precisamente $tg\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ sarà $\cos\alpha = -\frac{1}{2}\cos\beta = -\frac{1}{\sqrt{6}}$. Essendo $\alpha > \frac{\pi}{2}$ anche σ è $>\frac{\pi}{2}$: introducendo gli angoli supplementari $\alpha'=\pi-\alpha$ $\sigma'=\pi-\sigma$, abbiamo

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{6}} \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\operatorname{sen}\alpha' = \sqrt{\frac{5}{6}} \qquad \cos\alpha' = \frac{1}{\sqrt{6}} \qquad \operatorname{tg}\alpha' = \sqrt{5}$$

e per le (19)

$$\operatorname{sen}\sigma' = \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \cos\sigma' = \frac{1}{3} \qquad \operatorname{tg}\sigma' = 2\sqrt{2}.$$

Si trova così

$$\sigma' = \operatorname{arc\,tg}(2\sqrt{2}) = 70^0.31' \qquad \sigma = \pi - \sigma' = 109^0.29'.$$

e dalle tavole di Legendre

$$F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1{,}8541 \qquad E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1{,}3506$$

$$F\left(\sigma', \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1{,}2362 \qquad E\left(\sigma', \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1{,}1055.$$

Sostituendo nella (25)

$$\Phi = 2{,}7646.$$

Inoltre

$$\omega_a T = 2\sqrt{\frac{2}{5}}\, F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2{,}3452$$

$$\omega_b T = 2\sqrt{\frac{5}{2}}\, F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5{,}8631$$

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}}\sqrt[4]{\frac{4}{3}}\, F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1{,}6753\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt[4]{\frac{96}{25}} = 1{,}3997\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\omega_b = \sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt[4]{150} = 3{,}4996\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

In gradi e minuti è

$$\alpha = 114^0.6' \qquad \beta = 35^0.16'$$

$$\Phi = 158^0.24' \qquad \omega_a T = 134^0.22' \qquad \omega_b T = 335^0.56'.$$

Essendo $\Phi > \frac{3\pi}{4}$ la *precessione assoluta* è *retrograda* ed è eguale a $86''.24'$: la *rotazione media* $\omega_m = \frac{\Phi}{T}$ è $1{,}6501\sqrt{\frac{g}{l}}$.

Il moto relativo del pendolo si può qui considerare sotto un doppio punto di vista; si può cioè supporre che il pendolo sia stato allontanato dalla verticale di un angolo $\alpha = 114^0.6'$ e che il sistema ruotante abbia la velocità angolare $\omega_a = 1{,}3997\sqrt{\frac{g}{l}}$ o che il pendolo sia stato allontanato dalla verticale di un angolo $\beta = 35^0 16'$ e il sistema

ruotante abbia la velocità angolare $\omega_b = 3{,}4996\sqrt{\frac{g}{l}}$. Nel primo caso la *velocità della rotazione media relativa* è *diretta* ed eguale a $0{,}2504\sqrt{\frac{g}{l}}$: essendo $\Phi - \omega_a T = 24^\circ.2' < \frac{\pi}{4}$, la *precessione relativa* è *diretta* ed eguale a $96^\circ.8'$. Nel secondo caso la *velocità della rotazione media relativa* è *retrograda* ed eguale a $1{,}8495\sqrt{\frac{g}{l}}$: essendo $\omega_b T - \Phi = 177^\circ.32' > \frac{3\pi}{4}$, la *precessione relativa* è *diretta* ed eguale a $9^\circ.52'$. La base di uno dei festoni di cui si compone la traiettoria corrisponde nel moto assoluto a un angolo $316^\circ.48'$, nel moto relativo rispetto alla rotazione ω_a a un angolo $48^\circ.4'$, nel moto relativo rispetto alla rotazione ω_b a un angolo $355^\circ.4'$. La *velocità della precessione assoluta* è $0{,}2249\sqrt{\frac{g}{l}}$, quella *della precessione relativa* rispetto alla rotazione ω_a è $\omega_p = 0{,}2503\sqrt{\frac{g}{l}}$ essendo $\frac{\omega_p}{\omega_a} = 0{,}1788$, e quella *della precessione relativa* rispetto alla rotazione ω_b è $\omega_p = 0{,}0256\sqrt{\frac{g}{l}}$ essendo $\frac{\omega_p}{\omega_b} = 0{,}0073$.

§ XIII.

Supponiamo ora che la velocità angolare ω sia tanto piccola da potersi trascurare senza errore sensibile i termini in $\frac{l}{g}\omega^2$, come è il caso della rotazione terrestre quando l non sia smisuratamente grande; potremo prendere (§ 6) $\cos\beta = 1$ e

$$\text{(11)}' \qquad \operatorname{sen}\beta = \omega\sqrt{\frac{l}{2g}}\operatorname{sen}\alpha\sqrt{1+\cos\alpha} = 2\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha.$$

La (18) dà

$$k = \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha \qquad k' = \cos\tfrac{1}{2}\alpha$$

e la (19)

$$\cos\sigma = \frac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}\operatorname{sen}\beta$$

cioè

$$\cos\sigma = \omega\sqrt{\frac{l}{2g}}\,\frac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{\sqrt{1+\cos\alpha}} = \frac{\omega}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\,\frac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{\cos\frac{1}{2}\alpha}.$$

Indicando come precedentemente con K, E, gli integrali completi $F\left(\frac{\pi}{2}, \operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\right)$ $E\left(\frac{\pi}{2}, \operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha\right)$ di modulo $\operatorname{sen}\frac{1}{2}\alpha$; e con K', E', gli integrali completi $F\left(\frac{\pi}{2}, \cos\frac{1}{2}\alpha\right)$ $E\left(\frac{\pi}{2}, \cos\frac{1}{2}\alpha\right)$ di modulo complementare $\cos\frac{1}{2}\alpha$, è

$$F(\sigma, k') = \int_0^\sigma \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k'^2\operatorname{sen}^2\varphi}} = K' - \int_\sigma^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k'^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

e ponendo

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \psi \qquad \sigma = \frac{\pi}{2} - \tau$$

$$F(\sigma, k') = K' - \int_0^\tau \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k'^2 \cos^2 \psi}}.$$

L'angolo σ è molto prossimo a $\frac{\pi}{2}$, e quindi l'angolo τ molto piccolo; sviluppando l'integrale in serie ordinata secondo le potenze di τ, e sopprimendo i termini in τ^2, che portano ω^2, si ha

$$\int_0^\tau \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k'^2 \cos^2 \psi}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - k'^2}} = \frac{\tau}{k} \quad .$$

ed è facile mostrare, anche indipendentemente dallo sviluppo in serie, che la differenza fra il vero valore dell'integrale e il valore approssimato $\frac{\tau}{k}$ è dell'ordine di τ^3. Siccome si può scrivere invece di τ $\operatorname{sen}\tau$, cioè $\cos\sigma$, si ha

$$F(\sigma, k') = K' - \omega \sqrt{\frac{l}{g}} \cos \alpha$$

e analogamente

$$E(\sigma, k') = E' - \frac{\omega}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \operatorname{sen} \frac{1}{2} \alpha}{\cos \frac{1}{2} \alpha} = E' - \omega \sqrt{\frac{l}{g}} \cos \alpha \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \alpha$$

Nello stesso ordine di approssimazione è

$$k' F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \operatorname{tg} \alpha \cos \sigma = \frac{\omega}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} K \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}} K. \quad .$$

Sostituendo nella (17) e ricordando che per la (20)

$$KE' + EK' - KK' = \frac{\pi}{2}$$

si ha

$$\Phi = \frac{\pi}{2} + \omega \sqrt{\frac{l}{g}} \left(K \cos^2 \tfrac{1}{2} \alpha - E \cos \alpha\right) \tag{35}'$$

ossia

$$\Phi = \frac{\pi}{2} + \omega \sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ E \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} \alpha + (K - E) \cos^2 \tfrac{1}{2} \alpha \right\}, \tag{36}'$$

da cui

$$\omega_p = \frac{\Phi - \frac{\pi}{2}}{T} = \omega\left(\frac{E}{K}\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha + \frac{K-E}{K}\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha\right). \tag{37)'}$$

La *velocità della precessione relativa* è data

$$\omega - \omega_p = \omega\left(\frac{K-E}{K}\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha + \frac{E}{K}\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha\right). \tag{38)'}$$

Così, p. es., $\alpha = 90^\circ$ si ritrova $\omega_p = \frac{\omega}{2}$, per $\alpha = 60^\circ$ $\omega_p = 0{,}315\,\omega$ ecc.

§ XIV.

Dalla formula (35)' si ha facilmente il valor massimo, che assume l'angolo Φ, ossia la *precessione* $4\Phi - 2\pi$, quando tenendo costante α si fa variare ω. Ricordando le note formule che dànno le derivate di K E rispetto al modulo

$$\frac{dK}{d(k^2)} = \frac{E}{2k^2k'^2} - \frac{K}{2k^2}, \quad \frac{dE}{d(k^2)} = \frac{E-K}{2k^2},$$

ed essendo ora $k = \mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\alpha$ $k' = \cos\frac{1}{2}\alpha$, si ha

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} = 3\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\left(E - \frac{K}{2}\right)\mathrm{sen}\,\tfrac{1}{2}\alpha\cos\tfrac{1}{2}\alpha.$$

Si ha dunque il massimo valore di Φ per quel valore di α, per cui

$$K = 2E$$

e questo valor massimo di Φ è

$$\Phi_{mass} = \frac{\pi}{2} + \frac{\omega}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\,.\,K.$$

Per questo valore di α, ω_p riprende il valore $\frac{\omega}{2}$ che aveva già preso per $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Dalle tavole di Legendre si rileva che il valore di α per cui $K = 2E$ è compreso fra $130^\circ{,}7$ e $130^\circ{,}8$ e che il corrispondente valore di K è prossimamente eguale a 2,32, per cui il massimo di Φ è

$$\frac{\pi}{2} + 1{,}16\,\omega\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Si vede di qui che in questo caso l'angolo Φ è sempre minore di $\frac{3\pi}{4}$ come aveva-

mo annunciato al § 8: e infatti perchè Φ potesse raggiungere il valore $\frac{3\pi}{4}$, bisognerebbe che fosse

$$\frac{\pi}{2} + 1{,}16\,\omega\sqrt{\frac{l}{g}} \geq \frac{3\pi}{4}$$

ossia

$$\omega\sqrt{\frac{l}{g}} \geq 0{,}677$$

e i termini in $\frac{l}{g}\omega^2$ non sarebbero più trascurabili, come avevamo supposto.

La precessione *assoluta* è dunque *diretta*.

Similmente si ha

$$\Phi - \omega T = \frac{\pi}{2} - \omega\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{(K - E)\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha + E\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha\right\}:$$

calcolando con l'aiuto della Tavola seguente i vari valori della funzione

$$(K - E)\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha + E\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha$$

si veda che essa si mantiene sempre inferiore a K (come è facile mostrare anche direttamente) e che almeno da $\alpha = 110^\circ$ in poi cresce con α. È vero che l'integrale completo K cresce rapidamente quando α si avvicina molto a 180° e diventa infinito per $\alpha = 180^\circ$, in modo che per valori di α vicinissimi a 180° potrà accadere che l'espressione $\Phi - \omega T$ assuma valori negativi. Ma se si considera che per $\alpha = 178^\circ$ il valor di quella funzione è soltanto 4,43 e che $\Phi - \omega T$ prende quindi il valore $\frac{\pi}{2} - 4{,}43\,\omega\sqrt{\frac{l}{g}}$, che è il più piccolo fra i valori che può avere quando α varia da 0 a 178°, valore che nell'ipotesi di $\omega\sqrt{\frac{l}{g}}$ piccolissimo è sempre compreso fra $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{4}$, potremo dire che praticamente, cioè escludendo i valori di α eccessivamente vicini a 180° la *precessione relativa* è *retrograda* (§ 8).

Cercando il massimo della funzione

$$\frac{\omega_p}{\omega_a} = \frac{E}{K}\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha + \frac{K - E}{K}\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha$$

si arriva all'equazione

$$(8\,KE - 4K^2)\cos^4\tfrac{1}{2}\alpha + (3K^2 - 2E^2 - 6\,KE)\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha + E^2 = 0$$

che è troppo complicata per poterne trarre qualche utile conseguenza. Per via di tentativi si giunge a stabilire che questo massimo ha luogo per un angolo α eguale o almeno vicinissimo a 110°, come mostra la seguente Tabella:

$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{\omega_p}{\omega_a} = \frac{E}{K} \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\alpha + \frac{K-E}{K} \cos^2 \frac{1}{2}\alpha$
54°	0,5401
54°,5	0,5404
54°,8	0,54054
54°,9	0,540558
55°	0,540564
55°,1	0,540562
55°,2	0,54054
55°,5	0,5405
56°	0,5402 .

Il massimo valore di $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ apparisce essere 0,54056.

Nella seguente Tabella sono stati calcolati i valori di $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ per valori dell'angolo α, progredienti di due in due gradi, mediante la formula (37). Si vede che il rapporto $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ cresce del valore 0 (per $\alpha = 0$) sino al valore 0,5 (per $\alpha = 90°$), cresce ancora fino al valore 0,54 (per $\alpha = 110°$), poi diminuisce, riprende il valore 0,5 (per $\alpha = 130°,5$) e decresce poi da 0,5 a 0 (per $\alpha = 180°$). Il *Periodo relativo* è di 48 ore per $\alpha = 90°$ e $\alpha = 130°,5$, è superiore a 48 ore nell'intervallo compreso fra questi valori, e raggiunge il suo massimo di $52^h.14^m.31^s$, cioè quasi ore cinquantadue e un quarto per $\alpha = 110°$.

TABELLA

α angolo che la posizione iniziale del filo del pendolo fa con la verticale,

n numero dei gradi contenuti nell'angolo α,

Φ angolo compreso fra un raggio vettore massimo e un raggio vettore minimo consecutivo della proiezione orizzontale della traiettoria,

T tempo in cui è stato descritto l'angolo Φ,

ω velocità angolare della rotazione della Terra intorno al suo asse,

$$\omega_p = \frac{\Phi - \frac{\pi}{2}}{T} \text{ (\textit{Velocità angolare della precessione assoluta})},$$

$$R = \frac{2\pi}{\omega} - \frac{2\pi}{\omega - \omega_p} \text{ (\textit{Ritardo})}.$$

n	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{E}{K}\text{sen}^2\frac{1}{2}\alpha + \frac{K-E}{K}\cos^2\frac{1}{2}\alpha$	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula approssimata $\frac{3}{8}\alpha^2$	Valori di R ore minuti secondi	Valori di R calcolati con la formula approssimata $n^2\pi^2$ ore minuti secondi	n	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{E}{K}\text{sen}^2\frac{1}{2}\alpha + \frac{K-E}{E}\cos^2\frac{1}{2}\alpha$	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula approssimata $\frac{3}{8}\alpha^2$	Valori di R ore minuti secondi	Valori di R calcolati con la formula approssimata $n^2\pi^2$ ore minuti secondi
0	0,000000	0,000000	— — —	— — —	32	0,1085	0,11697	2.55.15	
2	0,000456	0,0004569	39	39	34	0,1213	0,13205	3.18.47	
4	0,001826	0,0018277	2.38	2.38	36	0.1346	0,14838	3.43.58	
6	0,004102	0,0041123	5 .56	5 .55	38	0,1483	0,16495	4.10.43	
8	0,007277	0,0073108	10.33	10.32	40	0,1625	0,18277	4.39.24	
10	0,011340	0,011423	16.31	16.27	42	0,1779	0,20145	5.12. 1	
12	0,016277	0,016461	23.50	23.41	44	0,1918	0,22115	5.41.44	
14	0,022082	0,022387	32.31	32.14	46	0,2068	0,24171	6.15.26	
16	0,028700	0,029244	42.33	42. 6	48	0,2220	0,26318	6.50.54	
18	0,036145	0,037011	54.00	53.18	50	0,2374	0,28557	7.28.16	
20	0,044376	0,045692	1. 6. 52	1. 5. 48	52	0,2529	0,30888	8. 7. 27	
22	0,0534	0,055288	1.21.14	1.19.37	54	0,2684	0,33309	8.48.17	
24	0,0632	0,065797	1.37. 9	1.34.45	56	0,2840	0,35823	9.31.10	
26	0,0735	0,079019	1.54.14	1.51.12	58	0,2993	0,38427	10.15. 5	
28	0,0846	0,089557	2.13. 5	2. 8. 58	60	0,3150	0,41123	11. 2. 11	
30	0,0962	0,102808	2.33.16	2.28. 3	62	0,3299		11.48.56	

n	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula $\frac{\omega_p}{\omega}=\frac{E}{K}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\alpha+\frac{K-E}{K}\cos^2\frac{1}{2}\alpha$	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula approssimata $\frac{3}{8}\alpha^2$	Valori di R (ore minuti secondi)	Valori di R calcolati con la formula approssimata $n^2\pi^2$ (ore minuti secondi)	n	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula $\frac{\omega_p}{\omega}=\frac{E}{K}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\alpha+\frac{K-E}{K}\cos^2\frac{1}{2}\alpha$	Valori di $\frac{\omega_p}{\omega}$ calcolati con la formula approssimata $\frac{3}{8}\alpha^2$	Valori di R (ore minuti secondi)	Valori di R calcolati con la formula approssimata $n^2\pi^2$ (ore minuti secondi)
64	0,3449		12h.38.10		124	0,5216		26h.10. 2	
66	0,3596		13.28.35		126	0,5159		25.34.35	
68	0,3740		14.20.19		128	0,5096		24.56.22	
70	0,3880		15.12.56		130	0,5026		24.15. 3	
72	0,4017		16. 6. 49		132	0,4950		23.31.29	
74	0,4149		17. 1. 7		134	0,4869		22.46.28	
76	0,4337		18.22.49		136	0,4781		21.59. 9	
78	0,4398		18.50.30		138	0,4688		21.10.50	
80	0,4514		19.44.52		140	0,4591		20.22.13	
82	0,4625		20.39. 4		142	0,4488		19.32.29	
84	0,4728		21.31.24		144	0,4381		18.42.44	
86	0,4826		22.23. 8		146	0,4278		17.56.36	
88	0,4906		23. 6. 51		148	0,4156		17. 6. 4	
90	0,5000		24.00.00		150	0,4038		16.15.18	
92	0,5075		24.43.51		152	0,3916		15.26.52	
94	0,5142		25.24.11		154	0,3792		14.39.35	
96	0,5205		26. 3. 7		156	0,3664		13.52.43	
98	0,5258		26.36.41		158	0,3534		13. 7. 2	
100	0,5301		27. 4. 29		160	0,3400		12.21.49	
102	0,5339		27.29.28		162	0,3265		11.38. 5	
104	0,5368		27.48.48		164	0,3125		10.54.32	
106	0,5390		28. 3. 38		166	0,3081		10.41.13	
108	0,5401		28.11. 7		168	0,2834		9.29.29	
110	0,5406		28.14.31		170	0,2679		8.46.56	
112	0,5402		28.11.47		172	0,2514		8. 3. 35	
114	0,5390		28. 3. 38		174	0,2331		7.17.41	
116	0,5370		27.50. 9		176	0,2116		6.26.29	
118	0,5343		27.32. 7		178	0,1843		5.25.21	
120	0,5308		27. 9. 2		180	0,0000		— — —	
122	0,5265		26.41. 1						

§ XV.

Se supponiamo inoltre l'angolo α tanto piccolo da potersi trascurare i termini come α^3 è

$$k = \frac{\alpha}{2}$$

e ricordando gli sviluppi

$$K = \frac{\pi}{2}\left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 + \ldots\right\}$$

$$E = \frac{\pi}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{k^2}{1} - \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \frac{k^4}{3} \ldots\right\}$$

si ha

$$K = \frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right) \qquad E = \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{\alpha^2}{16}\right)$$

da cui

$$E \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2}\alpha + (K - E)\cos^2 \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3}{8}\alpha^2.$$

Le formule (36)' (37)' dànno in questa ipotesi

$$\Phi = \frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{3}{8}\omega\alpha^2\sqrt{\frac{l}{g}}\right) \tag{39}'''$$

$$\omega_p = \frac{3}{8}\omega\alpha^2. \tag{40}'''$$

È da notarsi che per la (11)'' si può porre la precessione $4\Phi - 2\pi$ sotto la forma $\frac{3}{4}\pi\alpha\beta$, da cui si vede che essa è proporzionale all' area di quella ellisse di semiassi $l\alpha$ $l\beta$ che in questa stessa approssimazione può ritenersi rappresentare in proiezione la traiettoria del pendolo.

Il *Periodo relativo*

$$P_r = \frac{2\pi}{\omega - \omega_p} = \frac{2\pi}{\omega}\,\frac{1}{1 - \frac{\omega_p}{\omega}}$$

diviene

$$P_r = \frac{2\pi}{\omega}\left(1 + \frac{3}{8}\alpha^2\right)$$

e il *Ritardo* sul tempo di un giro completo è

$$R = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{3}{8}\alpha^2.$$

Nel caso del moto del pendolo relativamente alla Terra, il *Ritardo* indica il numero dei secondi che deve aggiungersi al periodo di 24 ore per avere il *Periodo rela-*

tivo: questo *Ritardo* può esprimersi molto semplicemente per il numero n di gradi contenuti nell'angolo α: infatti

$$\frac{2\pi}{\omega} = 86400^s \qquad \alpha = \frac{\pi n}{180}$$

e

$$(41)'' \qquad R = n^2\pi^2.$$

Nella Tabella precedente sono stati calcolati i valori di $\frac{3}{8}\alpha^2$ e $n^2\pi^2$ per confrontarli con i valori esatti di $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ e $\frac{2\pi}{\omega}\left\{1 - \frac{1}{1-\frac{\omega_p}{\omega}}\right\}$: si vede che i valori di $\frac{\omega_p}{\omega_a}$ e $\frac{3}{8}\alpha^2$ coincidono fino alla terza cifra decimale per α compreso tra 0 e 16°, fino alla seconda cifra decimale per α compresa tra 17° e 24° e fino alla prima cifra decimale per α compreso fra 25° e 46°. Fra il valore esatto del *Ritardo* e quello approssimato, calcolato con la formula $n^2\pi^2$, fino a $\alpha = 18°$ la differenza non eccede un minuto primo.

§ XVI.

Potrebbe sembrar desiderabile, specialmente per l'insegnamento elementare della Meccanica, il potere esporre alcuni dei resultati precedenti senza ricorrere alla teoria degli integrali ellittici, limitandosi al più alla definizione dell'integrale completo K, come si fa nella formula del pendolo semplice. Le varie approssimazioni che si hanno nella teoria del moto assoluto del pendolo sferico portano subito ad approssimazioni corrispondenti in quella del moto del pendolo relativamente alla Terra. Così, p. es., quando si considerano oscillazioni piccolissime, si sa che in una prima approssimazione la proiezione orizzontale della traiettoria si può considerare come una ellisse *immobile* i cui semiassi sono r_0 e $r_0\omega\sqrt{\frac{l}{g}}$ ($r_0 = l \operatorname{sen}\theta_0$) (ellisse di Pouillet): questa ellisse che ruota intorno alla verticale con la velocità ω e in senso *retrogrado* rappresenterà quindi nella corrispondente approssimazione la proiezione orizzontale della traiettoria nel moto del pendolo relativamente alla Terra: si ha così la soluzione classica del Binet e si vede bene come essa si riattacchi immediatamente alla teoria del moto assoluto del pendolo. Se si spinge l'approssimazione più oltre, si trova come proiezione orizzontale della traiettoria ancora la stessa ellisse, ma che invece di essere *immobile* ruota intorno al suo centro nel senso *diretto* con una velocità angolare $\frac{3}{8}\alpha\beta\sqrt{\frac{g}{l}}$, e l'angolo Φ è dato da

$$\Phi = \frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{3}{8}\alpha\beta\right)^{*}).$$

Ponendo per β il suo valore (11)'' si ritrovano precisamente le espressioni di ω_p e Φ date nel paragrafo precedente.

In altro modo elementare si può rendersi conto del fatto che la velocità della precessione assoluta ω_p, quantunque piccolissima, quando ω è piccolissima, non può tra-

*) Questi calcoli approssimati si trovano in varî trattati di Meccanica. V. p. es. Résal, *Traité de Mécanique générale*, T. 1, p. 180.

scurarsi rispetto a ω: a tale scopo serve una formula data dal Puiseux, che può stabilirsi con considerazioni elementari di Calcolo integrale e fa conoscere due limiti, uno inferiore ed uno superiore dell'angolo Φ *).

Secondo questa formula è

$$(42)\quad \frac{\pi}{2}\,\frac{\sqrt{(l+z_a)(l+z_b)}+\sqrt{(l-z_a)(l-z_b)}}{\sqrt{l^2+2z_a z_b+z_b^2}} < \Phi < \frac{\pi}{2}\,\frac{\sqrt{(l+z_a)(l+z_b)}+\sqrt{(l-z_a)(l-z_b)}}{\sqrt{l^2+2z_a z_b+z_a^2}}$$

ove

$$z_a = l\cos\alpha \qquad z_b = l\cos\beta$$

cioè

$$(43)\quad \pi\,\frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta}} < \Phi < \pi\,\frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sqrt{1+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\alpha}}$$

Supponendo ω così piccolo da potersi trascurare i termini in ω^2 è $\cos\beta = 1$, e per la (11)'

$$\operatorname{sen}\beta = 2\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha$$

da cui

$$(43)'\quad \Phi > \frac{\pi}{2}\left(1+\omega\sqrt{\frac{l}{g}}\operatorname{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha\cos\tfrac{1}{2}\alpha\right).$$

Si può dedurre dalla natura stessa del movimento che, se l'angolo α rimane costante, il tempo T diminuisce a misura che ω cresce, come è d'altra parte facile mostrare direttamente partendo dalla formula (16): T è dunque sempre minore del tempo di una semioscillazione del pendolo semplice, cioè

$$T < K\sqrt{\frac{l}{g}}$$

da cui

$$(44)'\quad \omega_p = \frac{\Phi-\frac{\pi}{2}}{T} > \frac{\pi\omega}{2K}\operatorname{sen}^2\tfrac{1}{2}\alpha\cos\tfrac{1}{2}\alpha$$

ossia

$$(45)'\quad \omega_p > \frac{\omega\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\alpha}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\alpha+\left(\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\right)^2\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\alpha+\ldots}$$

P. es.:

per $\alpha = 90^0$ si trova $\omega_p > 0{,}299\,\omega$

» $\alpha = 60^0$ » $\omega_p > 0{,}202\,\omega$,

*) Puiseux, *Note sur le mouvement d'un point pesant sur une sphère. Journal de Mathématiques.* S. 1, T. 7, p. 517. La dimostrazione del Puiseux si trova riprodotta in diversi Trattati, p. es., in Despeyrous, *Cours de Mécanique.* Paris 1886, V. 2, p. 72.

mentre la Tabella del § 14 dà

$$\text{per} \quad \alpha = 90^0 \qquad \omega_p = 0{,}500\,\omega$$
$$\text{»} \quad \alpha = 60^0 \qquad \omega_p = 0{,}315\,\omega.$$

§ XVII.

Il problema diviene molto più difficile quando si considera un pendolo situato non più al polo, ma in un luogo di latitudine qualunque λ, perchè la sfera su cui è obbligato a muoversi il punto pesante M non è più *combaciante* con sè stessa e ancora perchè la direzione *assoluta* dell' attrazione che esercita la Terra sul punto M è variabile in direzione *). Indichiamo con G questa forza di attrazione, che supporremo costante in grandezza e parallela alla retta che unisce il centro O di sospensione al centro della Terra, e con μ l'angolo che la direzione di G fa col piano dell'equatore terrestre: riferiamoci a tre assi coordinati O (XYZ) con l'origine nel centro di sospensione, e di cui l'asse OZ sia parallelo all'asse terrestre, l'asse OY situato nel meridiano di O cioè secondo il raggio del parallelo, e in cui il senso positivo degli assi OX OY sia scelto in modo che la parte positiva di OZ si possa condurre sulla parte positiva di OY ruotando nel senso *diretto*: supponendo per fissare le idee che il punto O sia nell'emisfero boreale, prenderemo il senso positivo dell'asse OZ diretto verso il Sud, e il senso positivo dell'asse OY diretto verso l'infuori: se a è la distanza del centro di sospensione all'asse terrestre, le componenti della forza centrifuga sono

$$\omega^2 x \qquad \omega^2(a+y) \qquad 0$$

e quelle dell'attrazione terrestre

$$0 \qquad -G\cos\mu \qquad G\,\text{sen}\,\mu,$$

per cui le equazioni del moto relativo del pendolo prendon la forma

$$(46) \qquad \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\tau\frac{x}{l} + \omega^2 x + 2\omega\frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\tau\frac{y}{l} + \omega^2(a+y) - 2\omega\frac{dx}{dt} - G\cos\mu \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\tau\frac{z}{l} + G\,\text{sen}\,\mu\,. \end{aligned}$$

Nel caso della rotazione terrestre siccome ω è piccolissimo, e x y non posson mai superare l, i termini $\omega^2 x$ $\omega^2 y$ hanno un valore piccolissimo, specialmente se le oscillazioni del pendolo si mantengono entro limiti ristretti. Le forze $-G\cos\mu + \omega^2 a$ e $G\,\text{sen}\,\mu$

*) Si può però dimostrare che il problema del moto del punto M su quella sfera mobile, quando la forza è diretta costantemente verso il centro C, si riduce con una facile trasformazione al problema del moto su un'altra sfera di raggio diverso ma mobile nello stesso modo, e in cui la forza che sollecita il punto è costante in grandezza e sempre parallela all'asse Z.

sono le componenti dell'attrazione terrestre e della forza centrifuga relativamente al centro di sospensione, ossia sono le componenti della gravità g_λ al punto O quale sarebbe da noi osservata nel caso del riposo relativo di un punto pesante rispetto alla superficie terrestre; indicando con λ la latitudine del luogo, possiamo sostituire a quelle componenti le espressioni $-g_\lambda \cos\lambda \quad g_\lambda \operatorname{sen}\lambda$, e scrivere le equazioni del moto sotto la forma

$$
(47) \qquad
\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} &= -\tau\frac{x}{l} + 2\omega\frac{dy}{dt} \\
\frac{d^2y}{dt^2} &= -\tau\frac{y}{l} - 2\omega\frac{dx}{dl} - g_\lambda\cos\lambda \\
\frac{d^2z}{dt^2} &= -\tau\frac{z}{l} + g_\lambda \operatorname{sen}\lambda .
\end{aligned}
$$

Facciamo un cambiamento di assi, prendendo per nuovo asse OZ' la verticale di O diretta verso il basso, e per nuovo asse OY' la orizzontale contenuta nel piano del meridiano e diretta verso il Nord, mentre si lascia invariato l'asse OX: avremo

$$
x = x' \qquad y = y' \operatorname{sen}\lambda - z'\cos\lambda \qquad z = y'\cos\lambda + z' \operatorname{sen}\lambda .
$$

e le equazioni precedenti divengono

$$
(48) \qquad
\begin{aligned}
\frac{d^2x'}{dt^2} &= -\tau\frac{x'}{l} + 2\omega\frac{dy'}{dt}\operatorname{sen}\lambda - 2\omega\frac{dz'}{dt}\cos\lambda \\
\frac{d^2y'}{dt^2} &= -\tau\frac{y'}{l} - 2\omega\frac{dx'}{dt}\operatorname{sen}\lambda \\
\frac{d^2z'}{dt^2} &= -\tau\frac{z'}{l} + 2\omega\frac{dz'}{dt}\cos\lambda + g_\lambda .
\end{aligned}
$$

La legge dell'energia fornisce l'equazione

$$
(49) \qquad \frac{dx'}{dt}\frac{d^2x'}{dt^2} + \frac{dy'}{dt}\frac{d^2y'}{dt^2} + \frac{dz'}{dt}\frac{d^2z'}{dt^2} = g_\lambda\frac{dz'}{dt}
$$

che è immediatamente integrabile: formando poi l'espressione

$$
x'\frac{d^2y'}{dt^2} - y'\frac{d^2x'}{dt^2}
$$

si ha

$$
(50) \qquad x'\frac{d^2y'}{dt^2} - y'\frac{d^2x'}{dt^2} = -2\omega\operatorname{sen}\lambda\left(x'\frac{dx'}{dt} + y'\frac{dy'}{dt}\right) + 2\omega\cos\lambda . y'\frac{dz'}{dt}
$$

che non è integrabile a causa del termine $2\omega\cos\lambda . y'\frac{dz'}{dt}$. Questo termine è rigorosamente nullo soltanto al polo ($\lambda = 90°$): però se ci limitiamo a considerare oscillazioni piccolissime del pendolo, z' non si allontana che di pochissimo da l, e quindi $\frac{dz'}{dt}$ ha

un valore assai piccolo: a maggior ragione $\omega \cos\lambda \frac{dz'}{dt}$ sarà sempre molto piccolo, e per avere una prima idea del movimento si potrà trascurare questo termine. Allora le equazioni precedenti hanno esattamente la forma di quelle che si riferiscono al caso del pendolo oscillante al polo, con la sola differenza dei valori delle costanti, che al polo sono ω e g e nel nostro caso sono $\omega \operatorname{sen}\lambda$ e g_λ. Possiamo dunque dire, *senza bisogno di procedere ad altri calcoli approssimati:*

« Nei limiti in cui si possono trascurare i termini

$$\omega^2 x \qquad \omega^2 y \qquad 2\omega \cos\lambda . y \frac{dz}{dt}$$

si ottiene la traiettoria di un pendolo semplice relativamente alla Terra, prendendo la sua traiettoria assoluta, cioè quella che descriverebbe se la Terra non girasse, e imprimendo ai suoi punti una rotazione uniforme intorno alla verticale del centro di sospensione, con una velocità angolare $\omega \operatorname{sen}\lambda$ eguale e contraria a quella della Terra stimata secondo la verticale. Per avere la velocità iniziale v_0' del moto assoluto bisogna comporre la velocità iniziale v_0 del moto relativo con la velocità $l \operatorname{sen}\theta_0 . \omega \operatorname{sen}\lambda$, che avrebbe il punto M nella sua posizione iniziale, se ruotasse intorno alla verticale con una velocità angolare $\omega \operatorname{sen}\lambda$ eguale e dello stesso senso di quella della Terra stimata intorno alla verticale.

« Contentandosi di un'approssimazione meno soddisfacente, si può rappresentare in proiezione il moto del pendolo come il moto su un'ellisse di semiassi

$$l \operatorname{sen}\theta_0 \qquad l\sqrt{\frac{l}{g}} \operatorname{sen}\theta_0 . \omega \operatorname{sen}\lambda$$

o approssimativamente

$$l\theta_0 \qquad l\sqrt{\frac{l}{g}}\,\theta_0 . \omega \operatorname{sen}\lambda ,$$

mentre questa ellisse ruota intorno alla verticale con una velocità angolare $\omega \operatorname{sen}\lambda$ eguale e di senso contrario a quella della rotazione della Terra stimata intorno alla verticale (ellisse di Binet) ».

§ XVIII.

La presenza della forza $2\omega \cos\lambda . \frac{dz'}{dt}$ orizzontale e perpendicolare al meridiano turba la simmetria, che altrimenti si avrebbe intorno alla verticale. Si può dunque ritenere che la legge del movimento del pendolo dipenda anche dalla posizione del piano verticale, in cui il pendolo è stato inizialmente spostato: questa circostanza dovrà avere un' influenza tanto maggiore quanto più grande è lo spostamento iniziale e quanto più il luogo dell'osservazione è vicino all'equatore. Nelle prime esperienze fatte in diversi luoghi, subito dopo la pubblicazione della scoperta di Foucault, pare si trovasse veramente una differenza sensibile nei movimenti avvenuti partendo da piani verticali diversi: e più recentemente il Sig. Dejean de Fonroque *) ha annunziato di avere ri-

*) *Comptes rendus de l' Acad. de Sc.* T. 88, p. 771 (1879).

scontrato in un pendolo, le cui oscillazioni erano inizialmente di 45°, una legge di movimento assai complicata e affatto diversa da quella enunciata da Foucault: nè i calcoli istituiti dal Sig. Tisserand*) a questo proposito sono intieramente persuasivi, perchè non ci dicon nulla rispetto alla *precessione*, che è l'elemento, di cui si deve maggiormente tener conto.

L'esame di ciò che dovrebbe aver luogo all'equatore è particolarmente istruttivo: all'equatore ove $\lambda=0$, secondo il risultato *approssimato* precedentemente ottenuto, il moto relativo del pendolo dovrebbe seguire in un piano, qualunque sia la posizione iniziale del pendolo stesso. Ora all'equatore, essendo insieme $\lambda=0$ $\mu=0$, la ultima delle (46) dà $\frac{d^2z}{dt^2}=-\tau\frac{z}{l}$ e si vede che si ha una soluzione particolare prendendo $z=0$, il che esige però che il pendolo sia stato spostato nel piano XY, cioè nel piano stesso dell'equatore, e abbia una velocità iniziale nulla, oppure diretta in quel piano: a questo stesso risultato si può arrivar senza bisogno di alcun calcolo, osservando che in questo caso tutte le forze che agiscono sul pendolo, cioè attrazione terrestre, forza centrifuga, forza centrifuga composta, e tensione del filo sono inizialmente contenute tutte in un piano e che la velocità iniziale è per ipotesi o nulla, o diretta pure in quello stesso piano. Si può dunque enunciare senza restrizione alcuna che

« se il centro di sospensione del pendolo è situato nel piano dell' equatore, e il pendolo dopo essere stato spostato nel piano stesso dell'equatore, viene lasciato in libertà, oppure riceve una velocità iniziale diretta in questo piano, il pendolo si muove costantemente in questo stesso piano ».

Questo risultato che è *rigorosamente* vero quando il pendolo è stato spostato nel piano dell'equatore, vale a dire in un piano verticale perpendicolare al meridiano, è vero *approssimativamente*, cioè limitatamente al caso delle piccole oscillazioni, quando il pendolo è stato spostato in un altro piano verticale. Sarebbe dunque interessante di confrontare fra loro in luoghi vicini all'equatore i movimenti di pendoli ad ampie oscillazioni, spostati dalla verticale in piani diversi: si potrebbe trarre da queste osservazioni qualche utile conclusione sull'influenza del termine $2\omega\cos\lambda\frac{dz'}{dt}$.

È anche da avvertirsi che volendo trattare il problema colla teoria delle perturbazioni, gioverà considerare come forza perturbatrice non tutta la forza centrifuga composta, ma soltanto la sua parte $2\omega\cos\lambda\frac{dz'}{dt}$ orizzontale e perpendicolare al meridiano, perchè delle altre parti si può calcolare l'effetto in modo esatto.

Trascurando nella (50) il termine $-2\omega\cos\lambda\,.\,y'\frac{dz'}{dt}=2\omega\cos\lambda\,l^2\operatorname{sen}^2\theta\operatorname{sen}\varphi\frac{d\theta}{dt}$, le equazioni (48) si riconducono a qnelle del pendolo semplice: essendo θ ψ le coordinate *assolute* del pendolo, si hanno t ψ espresse per θ per mezzo di funzioni ellittiche (che si riducono a funzioni circolari, quando si suppongono le oscilazioni molto piccole): anche $\varphi=\psi-\omega\operatorname{sen}\lambda\,.\,t$ si può esprimere in funzione di θ, e il termine precedente si riduce ad una funzione nota di θ. Sostituendo questo valore nella (50) e combinando insieme le (49) (50), si vede facilmente che il problema si riduce allora alle quadrature.

*) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, T. 89, p. 113 (1879).

Per farsi un'idea approssimata della grandezza della forza perturbatrice $2\omega\cos\lambda\frac{dz}{dt}$, si può partire dalla considerazione che questa forza non può influire sensibilmente sul valore dell'angolo θ, e che quindi in quella espressione si può introdurre invece del vero valore di θ quel valore di θ, che risulterebbe trascurando la forza perturbatrice, cioè quello dato dalle equazioni del pendolo semplice. In quelle equazioni si ha

$$l\frac{dz}{dt}=\sqrt{(2gz+\mathrm{H})(l^2-z^2)-\mathrm{C}^2}$$

ove

$$\mathrm{H}=v_0^2-2gz_0=\omega^2 l^2\,\mathrm{sen}^2\alpha-2gl\cos\alpha\quad,\quad \mathrm{C}=\omega l^2\,\mathrm{sen}^2\alpha\,.$$

I valori di z per cui $\frac{dz}{dt}$ raggiunge il suo massimo valore son dati, come si può facilmente vedere, dalla equazione

$$3z^2-2kz-l^2=0\qquad\left(k=-\frac{\mathrm{H}}{2g}\right)$$

e questo valore massimo è

$$l\left(\frac{dz}{dt}\right)_{mass}=\sqrt{\left\{\frac{2}{3\sqrt{3}}\sqrt{g}\left(\sqrt{k^2+3l^2}-2k\right)\right\}^2\left(\sqrt{k^2+3l^2}+k\right)-\mathrm{C}^2}\,.$$

Se supponiamo ω tanto piccolo da potersi trascurare i termini in ω^2, dovremo porre

$$\mathrm{C}^2=0\qquad \mathrm{H}=-2gl\cos\alpha\qquad \text{cioè}\qquad k=l\cos\alpha$$

e la formula precedente diviene

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_{mass}=\frac{2}{3\sqrt{3}}\sqrt{gl}\left(\sqrt{3+\cos^2\alpha}-2\cos\alpha\right)\sqrt{\sqrt{3+\cos^2\alpha}+\cos\alpha}\,.$$

P. es. se si suppone $\cos\alpha=0{,}90$ il che corrisponde all'incirca ad un angolo $\alpha=25^\circ 50'$, il valor massimo di $\frac{dz}{dt}$ è $0{,}0988\sqrt{gl}$: in un luogo di latitudine $\lambda=45^\circ$ il valor massimo del termine $2\omega\cos\lambda\frac{dz}{dt}$ è $0{,}4396\,\omega\sqrt{l}$, che non è affatto comparabile ai termini in ω^2.

Se anche α è tanto piccolo da potersi sopprimere i termini in α^3, resta

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_{mass}=\frac{1}{2}\alpha^2\sqrt{gl}$$

e in questo caso si può ritenere che il trascurare i termini in $\omega^2 x$, $\omega^2 y$, $\omega\cos\lambda\frac{dz}{dt}$ equivalga a trascurare i termini in $\omega^2\alpha$ e $\omega\alpha^2$.

§ XIX.

Dalle considerazioni precedenti risulta, che sarebbe opportuno di modificare sostanzialmente la teoria del moto relativo del pendolo, come si suole esporre nei trattati di Fisica e di Meccanica elementare.

Sospendendo un pendolo ad una cornice verticale, che sia capace di ricevere un movimento di rotazione intorno alla verticale del centro di sospensione, e sia munita di un paio di circoli orizzontali graduati, si ha un apparecchio assai semplice, che è sufficiente a far rilevare le più interessanti proprietà del movimento. I punti su cui si dovrebbe richiamare l'attenzione, sono, a nostro avviso, principalmente i seguenti:

1) Quando il pendolo riceve una spinta orizzontale (o più generalmente una spinta iniziale diretta fuori del piano determinato dalla verticale del centro di sospensione, e dalla posizione iniziale del pendolo) non può più descrivere un arco di circolo, e descrive una curva sferica a larghi *festoni* compresa fra due circoli orizzontali, uno superiore e l'altro inferiore, in modo che la proiezione orizzontale della traiettoria rimane racchiusa fra due circonferenze concentriche, a cui è alternativamente tangente.

2) Se $p_0\, p_1\, p_2 \ldots$ (in generale p) sono le posizioni occupate dal pendolo sul circolo superiore e corrispondenti a 0.1.2... oscillazioni *complete* (in generale ad un numero intiero di oscillazioni *complete*), i punti $p_0\, p_1\, p_2 \ldots$ si succedono (cioè il punto p sembra muoversi) o nello stesso senso della spinta orizzontale o in senso contrario: si ha sempre il primo caso quando la spinta orizzontale non supera un certo limite.

3) Se la spinta orizzontale è molto piccola, il punto p si sposta assai lentamente sul circolo superiore; nel tempo stesso il raggio del circolo inferiore è piccolissimo; e in una prima approssimazione si potrà considerare il pendolo come muoventesi in un piano, mentre questo piano ruota uniformemente intorno alla verticale con una velocità angolare eguale a quella con cui il punto p sembra percorrere il circolo superiore.

4) Se il pendolo è allontanato dalla sua posizione di equilibrio, poi è attaccato ad un sistema Σ (nel nostro caso la cornice verticale) ruotante intorno ad un asse verticale, e finalmente è lasciato in libertà, ad un osservatore che fa parte del sistema ruotante Σ sembrerà che il punto p si sposti sul circolo superiore con una velocità angolare eguale alla differenza fra la velocità ω del sistema Σ e la velocità ω' propria del punto p, essendo questa velocità ω' calcolata nell'ipotesi che la velocità iniziale del pendolo sia precisamente eguale e dello stesso senso di quella che il pendolo riceverebbe nella sua posizione iniziale in virtù della rotazione del sistema Σ.

5) Se la velocità angolare di rotazione ω del sistema Σ è molto piccola, e quindi anche la spinta iniziale è molto piccola, si potrà in una prima approssimazione considerare il pendolo come muoventesi in un piano, mentre questo piano ruota intorno alla verticale del centro di sospensione con la velocità angolare $\omega - \omega'$, e in senso contrario a quello della rotazione del sistema Σ.

6) Se anche lo spostamento iniziale del pendolo dalla verticale è molto piccolo, la velocità ω' è in una prima approssimazione trascurabile di fronte alla velocità ω, co-

sicchè il piano sembra ruotare intorno alla verticale del centro di sospensione con una velocità eguale e contraria a quella del sistema Σ.

Si dovrebbe poi fare osservare che il moto del pendolo relativamente alla Terra, quando il centro di sospensione è situato ad uno dei poli, rientra precisamente nel moto considerato ai n.i 4.5.6, e aggiungere che quando il centro di sospensione è in un luogo di latitudine λ, il problema diviene molto più difficile, e non può risolversi senza ricorrere alle equazioni del moto relativo, quali sono fornite della Meccanica razionale, e che da queste equazioni si ricava che quando le oscillazioni del pendolo sono piccolissime, il movimento relativo del pendolo è presso a poco quello descritto precedentemente, con la sola differenza che alla velocità angolare ω va sostituita quella $\omega \operatorname{sen} \lambda$.

Così, abbandonando affatto i principî dell'inerzia e della composizione delle rotazioni, si assegnerebbe una giusta parte all'osservazione e al ragionamento, e ci si riferirebbe *esplicitamente* alle teorie della Dinamica per quelle asserzioni che riescirebbe impossibile dimostrare per mezzo di sole considerazioni elementari. Noi riteniamo che questo metodo, quantunque possa sembrare più lungo e complesso, sia da preferirsi a quello che si tiene abitualmente, e che fornisce dimostrazioni *apparentemente* semplici, ma in realtà prive di serio fondamento.

NOTA

Notizie storiche sulla teoria del moto del pendolo relativamente alla Terra *).

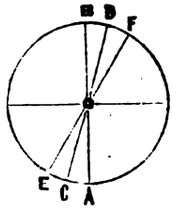
La pubblicazione delle celebri esperienze di Leone Foucault nel Febbrajo 1851 dette naturalmente origine ad una serie di ricerche dirette a rintracciare se in scritti più antichi si trovasse qualche accenno al fenomeno della deviazione dei pendoli; nè queste ricerche riuscirono infruttuose per l'onore della scienza italiana; essendosi potuto mettere fuori di dubbio che prima gli Accademici del Cimento e poi il celebre matematico padovano marchese Giovanni Poleni (n. 1683, m. 1761) ebbero cognizione del fenomeno stesso.

Già nel 1851 il sig. Vincenzo Antinori, Direttore del Museo di Fisica e Storia Naturale di Firenze, comunicava al sig. F. Arago il risultato delle ricerche fatte da lui e dal sig. Tito Puliti nei manoscritti galileiani della Biblioteca Palatina **). In un manoscritto di Vincenzo Viviani (n. 1622, m. 1703), [Biblioteca Nazionale di Firenze, Sezione Palatina. Manoscritti galileiani. Cimento. Fisica sperimentale. Volume 10. Carta numerata 47, *recto*] si ritrovò il seguente passo:

*) Le notizie storiche raccolte in questa Nota sono per la massima parte desunte da due articoli inseriti nel *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche* e *fisiche* pubblicato da B. Buoncompagni, uno del Padre Timoteo Bertelli intitolato *Appunti e ricerche sui piccoli e spontanei moti dei pendoli fatte dal secolo 17° in poi* (T. 6, p. 1, 1873), e l'altro del Prof. Angelo Genocchi intitolato *Rassegna di scritti intorno alle deviazioni dei pendoli e alla sperienza del* Foucault » (T. 15, p. 631, 1882).

**) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences.* T. 32, p. 635, 1851.

Osservammo che tutti i pendoli da un sol filo deviano dal piano verticale sempre per il medesimo verso, cioè secondo le linee AB CD EF ecc. da destra verso sinistra nelle parti anteriori.



Allo stesso argomento si riferiscono i due passi seguenti, uno tratto dai « *Saggi di naturali esperienze fatte dall'Accademia del Cimento* », e l'altro dell'opera di Giovanni Targioni-Tozzetti intitolata « *Atti e memorie inedite dell'Accademia del Cimento e notizie aneddote dei progressi delle scienze in Toscana* », citati pure dall'Antinori. I *Saggi di naturali esperienze* portano la osservazione:

> *Pendolo a un sol filo vaga sregolarmente.* Ma perchè l'ordinario pendolo a un sol filo in quella sua libertà di vagare (qualunque ne sia la ragione) insensibilmente va traviando dalla prima sua gita, e verso 'l fine, secondo ch' ei si avvicina alla quiete, il suo movimento non è più per un arco verticale, ma par fatto per una spirale ovata, in cui più non possono distinguersi nè noverarsi le vibrazioni, quindi è che solamente a fine di fargli tenere sino all'ultimo lo stesso cammino, si pensò di sospendere la palla a un filo doppio... *).

Il Targioni Tozzetti cita la seguente osservazione desunta da un manoscritto della Palatina (Stanza I. Codici Galileiani. Cimento. Fisica sperimentale. Vol. 2. Carta numerata 172 *recto*).

> A dì 28 Novembre 1661. Ricevuta la punta di un dondolo a un filo solo, quando comincia a inlaguidirsi il suo moto, che lasciato di vibrare va in spire, sopra polvere di marmo, vi disegna il suo viaggio, che è una spirale ovata, che sempre va restringendosi verso il suo centro **).

Dalle parole ora citate « quella sua libertà di vagare (qualunque ne sia la ragione) » difficilmente si può intendere se gli Accademici del Cimento stimassero estranea allo scopo delle loro esperienze l'investigazione di questa incognita ragione, o se pur essendo lor balenata l'idea di ricercarla nel moto della Terra, preferissero di astenersi dal cacciarsi di nuovo nella ardente questione, che aveva attirato tante persecuzioni e dolori sul venerando capo di un Galileo Galilei. Ma se si pensa alla acutezza delle investigazioni di quelli scienziati, e allo zelo con il quale essi avevano istituito lunghe e diligenti osservazioni sui pendoli (talchè ci resta una serie di osservazioni pubblicate dal Targioni Tozzetti, dei numeri di oscillazioni di diversi pendoli fatte ogni giorno e in varie ore, a Firenze e a Pisa per sette mesi consecutivi), la seconda ipotesi ci sembra più ragionevole e probabile.

*) Op. citata, 3ª ediz. Firenze 1841, p. 20.
**) Targioni Tozzetti, op. citata. Firenze 1780. Tomo 2°, parte 2ª p. 669.

Giov. Giacomo Dortous di Mairan (n. 1678, m. 1771] parla di queste esperienze degli Accademici del Cimento, nella sua Memoria « Expériences sur la longueur du pendule à secondes à Paris avec quelques remarques sur cette matière et sur quelques autres qui s'y rapportent » letta il 19 Novembre 1735 all'Accademia delle Scienze di Parigi, attribuendo però il fenomeno all'avere quelli Accademici fiorentini sospeso il pendolo a un filo *torto* di canape o di seta *).

Il Poleni in una Memoria in data 20 Gennaio 1743 pubblicata nelle « Philosophical Transactions » di Londra **) ha la seguente importante frase

> Tum animadverteram (considerata hypothesi terræ motæ) in una penduli oscillatione non describi ab ejus centro perfecte eundemque arcum in plano eodem.

Nella stessa Memoria il Poleni si domanda poi se due pendoli di egual lunghezza oscillerebbero nello stesso modo in due piani verticali differenti, e conclude che il contrario è probabile, senza entrare d'altronde in alcuna spiegazione. Tale questione è quella che abbiamo accennata nel § 18 della presente Nota: e si vede che il Poleni aveva ragione, se si riferiva alla deviazione dal piano verticale iniziale, ma che non poteva essere in grado di dimostrare questa sua asserzione. Il sig. G. Bertrand ***) ha fatto rilevare che il Poleni aveva idee molto inesatte sulla forza centrifuga, tanto da credere che questa forza a Parigi fosse tangente al parallelo di Parigi; cosa assai strana per un matematico, che conosceva e commentava i lavori di Huyghens: ma questa sua confusione di idee non ci sembra possa togliergli il merito di avere enunciato per il primo con precisione che il moto relativo del pendolo non può essere un moto piano per effetto della rotazione terrestre.

Si può citare ancora sull'argomento della persistenza del piano di oscillazione un passo del sig. Poinsinet de Sivry, traduttore della Storia Naturale di Plinio: in una Nota a questa Storia, stampata nell'anno 1782 (T. 12. p. 486) egli dice:

> Il y a un moyen d'obtenir une boussole sans aimant; c'est par un pendule mis en vibration selon une direction connue et relative à deux des points cardinaux en opposition: car le vaisseau en tournant sur lui même ne dérangerait pas pour cela cette direction une fois donnée du pendule, qu'il ne s'agirait plus que d'entretenir en mouvement par une puissance uniforme et indifférente aux quatre points cardinaux, c'est à dire par une puissance ou force motrice constamment dirigée de haut en bas. Si donc ce pendule, vers le haut de sa broche ou de sa corde, en un mot, vers le point de suspension, était muni d'une petite voile tendue, sur laquelle agirait de haut en bas la puissance anémique d'un soufflet, qui ne serait mis en jeu que d'une manière intermittente, et lorsque le pendule, en s'élévant de ce côté aurait rapproché sa voile de ce souffle moteur; en conçoit qu'un tel pendule conserverait son mouvement, et qu'en outre il conserverait toujours sa direction première; la quelle étant connue donnerait une boussole sans aimant » ****).

*) *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année 1735. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique pour la même année.* Amsterdam 1739, p. 244.

**) *Philosophical Transactions*, Vol. 42, p. 299.

***) Bertrand, *Extrait d'une lettre à* M. Terquem, *Nouvelles Annales de Mathématique*, S. 1, T. 11, p. 193 (1852).

****) Citato dal sig. Dehaut, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Vol. 51, p. 575 (1860).

Il conte Luigi Giuseppe Du Buat (n. 1767, m. 1839), figlio del celebre idraulico, pubblicò nel 1821 un volume intitolato « Mémoires de Mécanique » (Paris Firmin Didot, 1821), in cui tratta il problema del moto di un punto unito mediante un'asta rigida a un centro C, e sottoposto a una forza acceleratrice costante diretta verso un centro C', mentre C ruota uniformemente intorno a C', C' ruota alla sua volta uniformemente intorno a un centro C'', e così di seguito, essendo tutti questi movimenti circolari nello stesso piano e nello stesso senso: un pendolo che oscillasse nel piano dell'equatore si troverebbe in questo caso, quando ci si limita alla considerazione dei due soli punti C C' *). Non risulta però che il sig. Du Buat abbia avuto l'idea della *precessione* del pendolo.

Finalmente secondo alcune testimonianze personali riportate nell'Articolo del Padre Bertelli (citato in principio di questa Nota) l'esperienza di Foucault sarebbe stata già eseguita nel 1833, cioè quasi 18 anni prima, a Rimini nella chiesa dei Francescani dal Padre Agostino Bartolini minore osservante, il quale ne ebbe l'idea osservando dal coro i movimenti di un cappello vescovile appeso con una lunga fune al soffitto della chiesa: ma di questa esperienza non fu dato cenno alcuno per le stampe.

Nello stesso articolo del Padre Bertelli si trovano alcune altre notizie interessanti sulla storia della teoria della deviazione dei gravi e di quella dei piccolissimi moti spontanei dei pendoli.

Azione dell'acido iodidrico e fosforo rosso sopra l'idrato di picrotosside; NOTA PRELIMINARE *del Socio* **A. Oglialoro** *e del D.r* **O. Forte.**

(Adunanza del dì 2 maggio 1891)

L'idrato di picrotosside impiegato nello studio di questa reazione fu preparato per azione della potassa sulla picrotossina e purificato per cristallizzazione dall'acqua bollente; esso fondeva a 246-247°, ed all'analisi fornì dei risultati perfettamente concordanti con la formola $C_{15}H_{18}O_7$.

Grammi 25 del detto idrato di picrotosside furono mescolati con grammi 25 di fosforo rosso e grammi 150 di acido iodidrico (punto di ebollizione 126°) in un pallone di grande capacità munito di refrigerante a riflusso, e si scaldò a bagno di sabbia. Poco dopo incominciato lo scaldamento si manifestò una viva effervescenza che, smorzata la fiamma, continuò ancora per qualche minuto producendo abbondantissima schiuma. Cessata questa prima fase della reazione fu continuato a scaldare all'ebollizione ancora per 10 ore. Dopo raffreddamento nel liquido, di color bruno, si osservava una massa amorfa resinosa dello stesso colore; fu aggiunto acqua, sottoposto alla distillazione in corrente di vapore, la quale non fornì che qualche goccia di una sostanza oleosa incolora, e filtrato a caldo.

Si ebbero così un residuo bruno resinoso, costituito da fosforo rosso mescolato ad una sostanza molle giallo-bruna, che venne separata mediante l'alcool, ed un liquido che per raffreddamento lasciò cristallizzare poca quantità di una sostanza quasi bianca fusibile a 134°.

Il liquido separato da questa sostanza fu liberato per distillazione dall'eccesso di acido iodidrico ed il residuo, trattato con acqua, lasciò precipitare una sostanza resi-

*) Citato da Terquem, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, V. 32, p. 244 (1851).—V. anche una Nota bibliografica nei « *Nouvelles Annales de Mathématique* ». S. 1, T. 10, p. 156 (1851).

nosa gialla, separata la quale, si constatò nel liquido la presenza di una gran quantità di acido fosforico.

L'operazione fu ripetuta partendo da 50 gr. d'idrato di picrotosside e le quantità volute di fosforo ed acido iodidrico e si ottennero gli stessi risultati; ma è più conveniente di non impiegare più di gr. 25 d'idrato di picrotosside in ciascuna preparazione, perchè relativamente si ottiene una maggiore quantità della sostanza fusibile a 134°.

La sostanza fusibile a 134° sopra cennata fu raccolta e purificata per cristallizzazione dall'alcool acquoso. Si ottenne così in aghetti bianchissimi splendenti, che conservavano lo stesso punto di fusione; solubilissimi nell'alcool tanto a freddo che a caldo, quasi insolubili nell'acqua fredda, alquanto solubili nell'acqua calda. Manifesta al tornasole una reazione debolmente acida e si scioglie nelle soluzioni alcaline, da cui può essere riprecipitata mediante gli acidi.

Sottoposta all' analisi fornì i risultati seguenti:

I. Grammi 0,2211 di sostanza, bruciati con ossido di rame, diedero gr. 0,5587 di anidride carbonica e gr. 0,1420 di acqua;

II. Grammi 0,2340 di sostanza fornirono gr. 0,5914 di anidride carbonica e gr. 0,1514 di acqua.

E calcolando per cento si ha:

	I.	II.
Carbonio	68,94	68,68
Idrogeno	7,13	7,16.

Per un composto della formola $C_{15}H_{18}O_4$ si calcola per cento:

Carbonio	68,70
Idrogeno	6,87.

Il suo *sale di argento*, ottenuto precipitando la soluzione neutra del sale ammonico con nitrato d'argento, è una polvere cristallina bianca poco alterabile alla luce, che analizzata diede:

I. Gr. 0,2962 di sostanza calcinati lasciarono gr. 0,0853 di argento;

II. Gr. 0,3035 di sale, bruciati con ossido di rame, fornirono gr. 0,5460 di CO_2 e gr. 0,1299 di H_2O.

Cosicchè per cento si ha:

Argento	28,80	—
Carbonio	—	49,06
Idrogeno	—	4,75

mentre per la formola $C_{15}H_{17}O_4$ Ag. si richiede per cento:

Argento	29,26
Carbonio	48,78
Idrogeno	4,60.

Non potrà sfuggire l'importanza di questo prodotto di riduzione, che potremmo chiamare *Acido picrotossinico*, perchè viene a confermare per l'idrato di picrotosside la formola $C_{15}H_{18}O_7$; ma non vogliamo per ora fare altre considerazioni, dovendo ritornare su tale argomento quando ci occuperemo di altri derivati.

Istituto chimico della R. Università di Napoli, maggio 1891.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

MARZO 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	54.8	53.1	53.7	53.87	7.6	10.7	6.5	4.8	11.0	7.48	4.0	3.9	3.6	3.83	51	40	50	47.0	0	0	0	NNE	E	NNE	1	2	0	—	2.8
2	52.2	50.7	51.6	51.50	7.4	11.9	8.0	**3.7**	12.5	7.90	**2.9**	4.0	4.7	3.87	37	38	59	44.7	0	1	0	NE	E	NW	0	1	0	—	2.0
3	48.5	47.2	47.2	47.63	8.8	10.8	8.7	5.7	10.8	8.50	4.0	5.4	5.4	4.93	48	56	64	56.0	10	10	0	N	E	E	0	0	0	—	2.2
4	48.5	50.0	53.5	50.67	9.2	11.1	8.5	7.0	12.6	9.33	5.1	5.9	4.3	5.10	58	60	52	56.7	10	10	10	ENE	SW	NE	0	0	3	—	1.4
5	56.8	56.5	57.7	57.00	8.5	10.9	8.2	5.1	11.7	8.38	4.8	4.9	5.4	5.03	51	51	66	56.0	0	1	0	E	SE	NW	0	0	7	—	1.5
6	**58.9**	57.4	58.6	58.30	9.5	12.4	8.5	5.3	12.6	8.98	5.7	5.8	6.6	6.03	64	54	79	65.7	0	0	0	E	WSW	W	0	1	0	—	1.8
7	57.6	55.9	56.0	56.50	10.0	12.5	9.0	6.9	12.7	9.65	7.1	6.2	6.6	6.63	78	58	77	71.0	9	5	6	WNW	W	W	0	1	0	—	0.5
8	54.9	53.2	53.6	53.90	10.0	12.5	8.7	8.7	12.7	10.03	7.0	6.5	6.7	6.73	76	60	80	72.0	9	0	0	NNW	SW	NW	0	5	3	—	1.0
9	53.5	51.8	52.0	52.43	10.0	13.0	8.8	7.4	13.1	9.83	7.1	6.7	6.6	6.80	78	61	78	72.3	9	0	0	W	W	NE	0	3	0	—	0.7
10	50.4	47.5	47.0	48.30	9.5	12.4	8.6	6.8	12.6	9.38	6.6	7.4	7.3	7.10	75	69	88	77.3	10	0	0	NW	NE	NW	0	0	3	—	0.5
11	44.3	42.1	42.2	42.87	12.0	14.8	14.0	7.2	15.7	12.23	5.4	5.2	5.6	5.40	52	42	47	47.0	4	10	0	NNW	SW	NW	2	2	7	—	1.0
12	44.9	45.4	45.9	45.40	11.0	10.0	8.8	8.8	14.1	10.68	8.9	8.3	7.0	8.07	21	91	83	88.3	10	10	0	W	ENE	N	0	0	0	5.1	2.4
13	44.4	42.0	39.7	42.03	10.7	15.0	13.8	7.5	15.2	11.80	8.0	8.5	8.3	8.27	84	67	71	74.0	10	10	10	N	SE	NNW	0	0	11	0.4	—
14	41.8	43.3	45.4	43.50	12.7	13.3	10.2	10.1	14.1	11.78	8.1	8.1	8.6	8.27	75	72	**93**	80.0	2	4	6	SW	SE	WSW	13	5	3	0.7	1.2
15	46.9	46.7	47.4	47.00	12.5	11.5	10.8	10.6	13.7	11.90	8.5	9.2	8.3	8.67	79	92	87	86.0	4	8	6	SSW	WSW	SW.	4	9	0	2.8	1.4
16	48.7	48.6	50.6	49.30	10.7	13.4	10.5	7.9	13.5	10.65	8.0	7.7	8.4	8.03	84	67	90	80.3	2	4	0	SSW	W	NW	0	0	0	2.8	1.8
17	49.3	48.8	48.9	49.00	11.2	14.0	10.0	8.0	14.0	10.80	8.1	7.2	7.6	7.63	81	61	83	75.0	1	4	0	E	SW	SW	0	0	0	—	—
18	49.5	48.2	48.3	48.67	11.5	16.4	14.3	8.9	16.9	12.65	5.9	4.1	4.3	4.77	58	**30**	36	41.3	4	0	0	NE	S	SW	0	1	0	—	1.2
19	47.4	46.0	45.2	46.20	16.7	16.5	13.3	13.1	17.1	15.05	6.8	7.7	8.0	7.50	49	56	71	55.3	9	2	4	S	N	SW	2	1	4	—	4.2
20	43.9	42.0	41.6	42.50	15.3	17.8	14.0	12.1	**18.5**	14.98	7.2	6.3	6.9	6.80	56	42	58	52.0	5	9	5	W	SE	SW	0	0	2	—	3.0
21	40.2	**39.5**	39.7	39.80	14.0	13.8	12.8	12.0	15.6	13.60	10.0	**10.4**	**10.4**	10.27	85	90	95	90.0	8	10	10	WSW	S	SW	9	10	8	—	2.0
22	39.7	39.9	40.7	40.10	13.7	13.4	11.6	11.6	14.6	12.88	8.8	8.3	8.0	8.37	75	73	79	75.7	8	10	9	WSW	SE	WSW	7	3	7	0.2	1.0
23	43.8	44.5	45.2	44.50	10.6	11.3	7.8	7.8	12.2	9.60	6.1	4.8	5.2	5.37	64	48	65	59.0	9	9	5	W	W	WSW	4	6	0	3.6	2.5
24	42.9	42.4	44.0	43.10	8.8	9.0	7.5	7.3	12.3	8.98	7.8	6.6	5.7	6.70	92	77	73	80.7	10	10	5	E	WSW	W	1	8	1	10.8	1.5
25	49.5	50.9	53.1	51.17	8.8	11.6	8.3	6.1	11.6	8.70	5.5	4.7	5.3	5.17	65	46	65	58.7	1	0	0	N	WSW	NW	0	1	5	—	—
26	55.4	55.1	55.6	55.37	9.6	12.2	8.2	4.9	12.1	8.70	6.4	4.8	5.4	5.53	71	45	66	60.7	0	0	0	E	SW	SW	0	3	0	—	2.0
27	53.6	51.8	51.6	52.33	10.4	11.4	10.7	6.7	12.3	10.03	7.1	7.4	7.1	7.20	75	73	73	73.7	9	10	10	WSW	W	W	0	11	7	—	0.8
28	48.6	46.4	44.1	46.37	10.5	12.3	10.9	9.6	12.7	10.93	7.9	7.7	8.6	8.07	84	72	89	81.7	10	9	10	SSW	W	WSW	5	19	16	5.3	1.2
29	41.2	41.4	43.6	42.07	11.0	11.9	8.9	8.9	12.3	10.28	8.2	6.6	6.7	7.17	89	64	78	77.0	10	10	0	WSW	W	W	18	4	0	0.7	2.0
30	45.2	44.0	43.8	44.33	10.8	11.5	10.0	6.0	12.5	9.83	7.5	6.5	6.2	6.73	77	64	68	69.7	6	9	1	SSW	SSW	SW	0	10	10	0.5	2.0
31	44.1	43.6	44.1	43.93	11.3	11.9	10.5	8.7	13.2	10.93	6.3	6.5	7.4	6.73	62	63	79	68.0	10	10	10	WSW	S	SW	4	11	9	1.0	1.8
Medi mens.	48.43	47.61	48.12	48.05	10.78	12.62	10.01	7.91	13.45	10.54	6.80	6.56	6.65	6.67	69.8	60.7	72.3	67.6	6.0	5.6	3.0							somma 33.9	somma 47.4

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

APRILE 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 6^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	46.0	45.3	46.1	45.80	9.8	12.4	7.0	6.9	12.5	9.05	5.8	4.5	3.3	4.53	64	42	44	50.0	2	0	0	NW	NE	NE	0	0	4	3.7	3.0
2	44.2	42.5	43.5	43.40	8.8	12.7	7.9	4.9	12.9	8.62	4.1	5.0	3.5	4.20	49	45	44	46.0	10	10	2	N	ENE	NW	2	4	4	—	2.5
3	43.1	42.8	45.0	43.63	10.0	13.1	9.9	5.4	13.9	9.80	3.5	5.4	6.6	5.17	39	48	73	53.3	4	0	0	ENE	SW	SW	4	15	0	—	3.0
4	45.9	45.1	45.9	45.63	11.5	12.5	10.5	8.8	13.0	10.95	8.9	8.5	9.1	8.83	88	79	96	87.7	10	10	10	W	S	SE	0	2	1	4.9	1.8
5	47.7	46.9	47.6	47.40	12.7	14.8	11.4	8.6	14.9	11.90	9.3	8.6	8.9	8.93	86	69	89	81.3	10	2	10	SSE	S	NNW	0	8	0	0.5	0.5
6	49.1	49.1	50.1	49.43	13.0	15.5	11.3	10.0	15.8	12.53	9.8	8.9	8.3	9.00	89	67	83	79.7	9	4	0	SSE	SSW	W	0	11	2	0.3	0.5
7	49.3	46.8	45.0	47.03	13.9	14.9	13.3	10.1	15.7	13.25	9.6	7.1	6.8	7.83	81	56	60	65.7	4	8	0	SSE	WSW	SW	1	?	1	—	0.8
8	43.9	43.2	43.8	43.63	14.3	15.0	11.8	11.8	15.5	13.35	9.3	8.5	7.7	8.50	77	67	75	73.0	8	1	1	W	WSW	SW	6	11	0	—	2.0
9	43.4	42.6	40.5	42.17	13.4	17.3	13.5	9.4	17.5	13.45	6.9	7.2	6.7	6.93	60	50	58	56.0	3	1	10	ENE	NE	E	0	0	0	—	2.0
10	35.3	34.2	33.9	34.47	11.2	12.7	9.5	9.5	13.9	11.02	8.8	9.3	8.4	8.83	89	86	95	90.0	10	10	10	N	SW	SSW	0	1	3	17.9	1.6
11	38.0	40.0	43.9	40.63	10.0	12.7	10.5	8.0	12.7	10.30	7.5	7.2	7.3	7.33	82	66	76	74.7	10	5	7	W	W	WSW	5	22	21	6.0	1.5
12	46.4	46.9	48.3	47.20	11.3	13.7	10.5	10.0	13.7	11.38	8.0	7.2	7.9	7.70	80	61	84	75.0	7	4	4	W	NW	WSW	7	13	5	0.6	2.0
13	48.1	47.6	47.6	47.77	12.0	11.6	8.0	6.5	12.2	9.67	8.4	7.0	6.8	7.40	82	69	85	78.7	10	10	10	NW	SSW	NW	0	5	7	5.7	1.7
14	44.4	43.4	44.5	44.10	10.9	12.9	9.4	6.8	12.9	10.00	7.7	7.0	7.2	7.30	79	64	82	75.0	7	4	3	SSW	SW	W	0	6	3	3.7	0.9
15	45.5	45.5	46.8	45.93	11.6	13.9	10.0	7.9	13.9	10.85	7.8	6.9	7.7	7.47	77	58	84	73.0	6	2	6	E	W	SW	0	9	0	—	0.8
16	47.8	47.2	49.7	48.23	11.5	12.9	8.9	8.4	13.8	10.65	7.1	7.3	7.1	7.17	70	66	84	73.3	10	5	4	NNW	W	NE	0	0	1	4.8	1.2
17	50.8	49.9	50.7	50.47	12.3	14.7	9.8	7.8	14.7	11.15	6.4	6.9	7.5	6.93	60	55	83	66.0	1	1	0	N	SW	E	0	9	0	—	1.2
18	50.4	49.4	50.3	50.03	11.8	14.7	10.5	9.4	14.7	11.60	8.3	7.7	7.7	7.90	81	61	81	74.3	8	3	0	SSW	SW	W	2	7	3	0.7	1.5
19	50.9	50.2	50.6	50.57	13.0	15.7	11.5	9.5	15.7	12.43	8.5	7.8	6.9	7.73	76	59	69	68.0	8	0	10	NNW	E	N	1	0	0	—	1.4
20	49.0	47.1	49.0	48.37	12.5	16.4	14.0	10.5	17.2	13.55	6.8	7.9	7.0	7.23	63	57	59	59.7	10	8	9	WNW	E	W	2	0	0	1.2	2.0
21	45.8	45.7	47.3	46.27	15.0	16.1	12.1	12.0	17.0	14.02	8.1	7.6	6.4	7.37	61	56	61	59.3	8	1	9	NE	N	E	2	4	?	—	1.8
22	48.5	48.0	49.4	48.63	13.8	17.2	12.0	8.4	17.2	12.85	5.3	6.7	7.0	6.33	46	46	67	53.0	0	0	0	ENE	SW	SW	1	?	?	—	2.0
23	49.2	48.1	48.3	48.53	14.9	15.9	11.5	10.0	15.9	13.08	8.1	8.8	8.6	8.50	64	64	86	71.3	1	0	0	E	N	W	?	1	0	—	2.0
24	45.1	43.0	41.9	43.33	14.2	13.7	12.0	9.5	16.5	13.05	8.5	7.0	9.3	8.27	71	60	90	73.7	4	10	10	E	SSW	SE	0	2	3	3.4	1.5
25	37.9	37.0	39.7	38.20	14.0	13.3	12.2	10.5	16.6	13.33	10.2	9.9	10.0	10.03	86	88	95	89.7	10	10	10	N	W	NW	0	11	1	31.8	1.8
26	42.4	43.8	46.4	44.20	12.9	15.7	13.0	11.5	15.7	13.27	9.4	9.5	9.6	9.50	86	72	87	81.7	10	1	5	WSW	SW	NE	7	3	?	10.6	0.5
27	47.2	44.9	42.1	44.73	15.0	18.7	16.7	11.0	19.8	15.62	9.6	9.5	9.2	9.43	75	59	65	66.3	2	0	10	E	SW	N	0	0	0	0.8	1.5
28	49.7	39.0	40.1	42.93	19.3	17.3	15.7	14.7	19.3	17.25	10.4	10.9	11.4	10.90	62	74	86	74.0	10	10	8	W	SW	SW	4	?	2	1.5	1.5
29	43.3	44.9	47.8	45.33	15.5	14.9	13.6	13.6	16.1	14.70	11.4	10.5	10.7	10.87	87	84	93	88.0	10	10	3	W	SW	SW	0	2	1	—	1.4
30	50.3	50.4	52.2	50.97	17.2	22.5	17.9	12.4	22.5	17.50	10.9	11.7	11.2	11.27	75	58	74	69.0	0	0	0	N	E	NE	2	0	0	—	1.0
Medi mens.	45.95	45.02	45.93	45.63	12.91	14.85	11.53	9.46	15.46	12.34	8.15	7.93	7.86	7.98	72.8	62.9	76.9	70.9	6.7	4.3	5.0							somma 98.1	somma 46.9

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di aprile 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, febbraio 1891.
R. Comitato Geologico d'Italia . . . . . ROMA
Bollettino, Vol, XXI (1° della 3ª Serie) N. 1-12, Anno 1890.
Reale Accademia dei Lincei . . . . . ROMA
Atti, Anno 1891, Ser. IV. Rendiconti, Vol. VII, fasc. 5° e 6°.
— Notizie degli scavi, Dicembre 1890.
— Memorie, Vol. V, 1888.
Società degli Spettroscopisti italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XX, Disp. 2ª, Febbraio 1891.
Rivista Scientifico-Industriale. . . . . FIRENZE
Anno XXIII, 1891, N. 3-5, febbraio-marzo.
Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Indice alfabetico per l'anno 1890 (Gro-Pia); Anno 1891, N. 125-126, Marzo.
R. Accademia dei Fisio-critici. . . . . SIENA
Atti, Ser. IV, Vol. II, fasc. 9-10; Vol. III, fasc. 1-2, 1891.
Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 4-5, 1891.
R. Accademia delle Scienze di . . . . . TORINO
Atti, Vol. XXVI, Disp. 4-5, 1890-91.
— Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1890 all'Osservatorio della Regia Università di Torino, dal Prof. *G. B. Brizio.*
Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. XI, N. 2, febbraio 1890.
Società Ligustica di Scienze naturali e geografiche. . . . . GENOVA
Atti, Vol. II, N. 1, Marzo 1891.
Reale Istituto Veneto. . . . . VENEZIA
Atti, To. XXXVIII, Ser. VII, To. 2°, Disp. 3-4, 1890-91.
Reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. . . . . PADOVA
Atti e Memorie. Anno 1889-90, Nuova Serie, Vol. VI.
Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di Agricoltura, Vol. 41, N. 3, Marzo 1891.
Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XX, fasc. 2°, febbraio 1891.
Atti della Società degl'Ingegneri e degli Architetti in . . . . TORINO
Anno XXIV, 1890.
Circolo Matematico di . . . . . PALERMO
Rendiconti, Anno 1891, Tomo V, fasc. 1-2 Gennaio-Aprile.

Società di Scienze naturali ed economiche . . . . . PALERMO
Giornale, Vol. XX, 1890.
— Bullettino, N. 1-2, Gennaio 1891.

Accademia Gioenia di Scienze Naturali . . . . . CATANIA
Atti, Anno 1889-90, Ser. IV, Vol. 2°.
— Bullettino mensile, Nuova Serie, fasc. 16-17; 1890-91.

BASSANI *Prof.* FRANCESCO. — Contributo alla Paleontologia della Sardegna. Ittioliti Miocenici. Memoria, Napoli 1891.

D'OVIDIO ENRICO. — Le proprietà focali delle coniche nella metrica proiettiva. Nota. Torino 1891.
— Sulle coniche confocali nella metrica proiettiva. Nota. Torino 1891.

DE ZIGNO *Bar.* ACHILLE. — Ofidiani trovati allo stato fossile e descrizione di due colubri scoperti nei terreni terziarii del Veneto. Padova 1890.
— Chelonii terziarii del Veneto. Memoria Seconda. Venezia 1890.

DE BLASIO *Dott.* ABELE. — Intorno ad un altro craniö archeolitico rinvenuto nel Comune di Arpino. Siena 1891.
— Un sepolcro dell'età del Bronzo in Provincia di Benevento. Siena 1891.

École normale supérieure. . . . . . PARIS
Annales scientifiques. III Série, To. VIII, Année 1891. N.° 2-3 février-mars.

Société d'encouragement pour l'Industrie nationale . . . . PARIS
Bulletin, 4° Série, To. VI, N. 63, Mars 1891.
— Compte-rendu bi-mensuel des séances, Nos. 4 5, 1891.
— Annuaire pour l'année 1891.

Journal de mathématiques pures et appliquées . . . . . PARIS
IV Série, To. VI, Année 1890, N. 4.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes-rendus hebdomadaires, des Séances, To. CXII, Nos. 10-13, Mars 1891.

Société mathématique de France . . . . . PARIS
Bulletin, To. XIX, No, 1-2.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal universel d'électricité, To. XXXIX, 1891, Nos. 11-13, To. XL, N. 14.

L'Électricien. . . . . . PARIS
Revue intern. de l'Electricité et de ses applications. 2e Série, To. 1er, Nos. 11-14, 1891.

Nouvelles Annales de mathématiques . . . . . PARIS
III Série, To. X, Janvier-Février 1891.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées . . . . . PARIS
2° Année 1891, Nos. 5-6.

Royal Astronomical Society . . . . . LONDON
Monthly notices, Vol. 41, No. 4, february 1891.
— Memoirs, Vol. XLIX, Part II, 1887-89.
Chemical Society. . . . . LONDON
Journal, Vols. LIX & LX, No. 340, March 1891.
— Proceedings, Session 1890-91, Nos. 93-94.
Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Nos. 395-398, 1891.
Nature. . . . . LONDON
A wekly illustrated journal of Science, 1891, Vol. 43, Nos 1115-1118.
Manchester Literary & Philosophical Society. . . . . MANCHESTER
Memoirs and Proceedings, 4th Series, 3d Volume.
JAMES CLERK MAXWELL's scientific papers. Edited by *W. D. Niven*, Vol. 1-2, Cambridge 1890.
K. Akademie der Wissenschaften. . . . . WIEN
(Mathematisch-naturwissenschaftliche classe).
— — Denkschriften, LVI Band. 1889.
— — Sitzungsberichte, XCIX Band, 1889;
Abtheilung I 1-10 Heft.
» II *a* 1-10 Heft.
» II *b* 1-10 Heft.
» III 1-3; 5-10 Heft,
(Philosophisch-historische classe).
— — Denkschriften XXXVII Band, 1889.
— — Sitzungsberichte CXIX bis CXXI Band, 1889-90.
— — Arehiv für österreichische Geschichte, LXXV Bd. I u. II Heft.
— — Fontes rerum Austriacarum. Oesterreichische Geschichts-Quellen, II Abth., XLV Bd., I Hälfte.
K. K. Geologische Reichsanstalt. . . . . WIEN
Verhandlungen, 1891, N. 2-4.
Ornitologische Vereines in . . . . . WIEN
Mittheilungen, XV Jahrg. 1891, N. 5-6.
Académie des Sciences de. . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes rendus bi-mensuel des séances de l'Année 1891, Février.
Naturhistorische Vereines . . . . . BONN
Verhandlungen, XXXXVII Jahrg, 1890, V Folge, Bd. VII; 2 Hälfte.
Archiv der Mathematik und Physik. . . . . LEIPZIG
II Reihe, X Teil, 1 Heft.
Academy of Natural Sciences . . . . . PHILADELPHIA
Proceedings, Part III, October-December 1890.
U. S. Coast and Geodetic Survey . . . . . WASHINGTON
Report of the superintendent shorving the progress of the

work during the Year endreg, June 1888. Part I, Text, Part II, Sketches.

— Bulletin, Nos 19-21.

Observatorio Meteorológico-Magnético Central de. . . . . . MEXICO

Boletin Mensual. Resumen del Año de 1889.

— *Zendejas José.* Tablas psycrométricas calculadas para la Altura de México, 1889.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di maggio 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, Marzo 1891.

— Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno VIII, 1891, Fasc. 1°, Marzo-Aprile.

Reale Accademia dei Lincei . . . . . ROMA

Atti, Ser. IV, Rendiconti, Vol. VII, fasc. 7-8, 1891.

— (Classe di Scienze morali, storiche e filologiche). Atti, Ser. IV, Vol. IV, Parte 1ª, Memorie; Parte 2ª, Notizie degli Scavi, Roma 1888.

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei . . . . . ROMA

Atti, Anno XLIV, 1890-91; Sess. 1ª e 2ª.

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele . . . . . ROMA

Bollettino delle opere moderne straniere. Vol. VI. N. 3. Marzo 1891.

Società degl' Ingegneri e degli Architetti Italiani . . . . . ROMA

Annali, Anno VI, 1891, fasc. 1°, Febbraio 1891.

Periodico di Matematica per l' insegnamento secondario . . ROMA

Anno VI, fasc. 2°, Marzo-Aprile 1891.

Reale Istituto d' Incoraggiamento di . . . . . NAPOLI

Rendiconto, Anno IV, 1891, Fasc. 1° e 2°.

Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . . FIRENZE

Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, N.° 127-128, 1891.

— Indice alfabetico delle opere *(Pin-Sco).*

Rivista scientifico-industriale . . . . . FIRENZE

Anno XXIII, 1891, N.° 6-7.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO

Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 6-7, 1891.

R. Osservatorio Astronomico di Brera . . . . . MILANO

Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1890, da *E. Pini.*

Reale Accademia delle Scienze di. . . . . . TORINO
Atti, Vol. XXVI, 1890-91, Disp. 6ª-8ª.
— Elenco degli Accademici.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. XI, N.° 3, Marzo 1891.

R. Accademia d'Agricoltura. . . . . . TORINO
Annali, Vol. XXXIII, 1890.

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . VENEZIA
Memorie, Vol. XXIII, 1887.

Società Veneto-Trentina di Scienze Naturali . . . . . PADOVA
Atti, Anno 1890, Vol. XII, fasc. 1°.

Le Stazioni sperimentali Agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XX, fasc. 3°, Marzo 1891.

R. Società Economica . . . . . SALERNO
Il Picentino, Anno XXXIV, fasc. 3, Marzo 1891.

R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . PALERMO
Bullettino, Anno VII, N. 1-6, 1890.

Collegio degli Ingegneri e degli Architetti. . . . . . PALERMO
Atti, Annata XIII, 1890, Settembre-dicembre.

Circolo Matematico . . . . . PALERMO
Rendiconti, To. V, Anno 1891, fasc. 3°, Maggio-Giugno.
— *E. de Kerbedz.* Sophie de kowalevski. (Estratto).

LUVINI Prof. Ing. GIOVANNI. — Nuova forma di dïnamo, alla quale l'Autore ha dato il nome di *Metergo*, Torino 1891.

École normale supérieure. . . . . . PARIS
Annales, To. VIII, 1881, N.° 4, Avril,

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes-rendus hebdomadaires des Séances, To. CXII, Nos. 14-17.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale . . . . PARIS
Bulletin, 90ᵉ Année, 1891, To. VI, 4ᵉ Série, No. 64, Avril.
— Compte rendu bi-mensuel des séances, 1891, N. 3, 6 et 7.

Société mathématique de France . . . . . PARIS
Bulletin, To. XIX, No. 3, 1891.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal universél d'électricité, XIII Année, 1891, To. XL, Nos. 15-18.

L'Électricien. . . . . . PARIS
(Revue Int. de l'élec. et de ses applic.) 2ᵉ Série, To. 1ᵉʳ, Nos. 15-18, 1891.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées. . . . . . PARIS
2ᵉ Année, 1891, Nos. 7-8.

L'Astronomie . . . . . PARIS
Revue mensuelle d'Astronomie populaire, 16ᵉ Année, 1891, No. 5, Mai.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
2e Série, To. XIV, 1890, (Tables des matières).
» XV, 1891, Février-Mars.

Nouvelles annales de Mathématiques . . . . . PARIS
III Série, To. X, Mars 1891.

Royal Society . . . . . LONDON
Proceedings, Vol. XLIX, No. 298.

Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Nos. 399-403.

Royal Astronomical Society. . . . . LONDON
Monthly notices, Vol. LI, No. 5, March 1891.

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal, Vols. LIX & LX, No. 341, April 1891.
— Proceedings, Nos. 95-96.

Mineralogical Society . . . . . LONDON
The Mineralogical Magazine and Journal, Vol. IX, No. 43, March 1891.

Nature. . . . . LONDON
A weekly illustrated Journal, Vol. 43, Nos. 1108; 1119-1122.

Literary and Philosophical Society. . . . . MANCHESTER
Memoirs and Proceedings, IV Series, Vol. IV, No. 3, 1890-91.

Geological Society. . . . . MANCHESTER
Transactions, Part VI, Vol. XXI, Session 1890-91.

Kgl. Preussische Meteorologische Institut . . . . . BERLIN
Ergebnisse der Meteorologischen Beobachtungen in Jahre 1890, Heft. II.

Gesammtgebiete der Naturwissenschaften. . . . . BERLIN
Abhandlungen und Monatliche Mittheilungen, VIII Bd. 1891.

Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft . . . . . FRANKFURT A. M.
Katalog der Vogelsammlung in Museum, 1891.

Ornithologische Vereines in. . . . . WIEN
Mittheilungen, XV Jahrg, 1891, No. 7.

Magyar nemzeti Museum. . . . . BUDAPEST
Természetrajzi Füzetek, XIII Kötel. 2-4 Füzet, 1890-91.

Académie des Sciences de . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes-rendus des séances de l'année 1891, Mars.

Société Hollandaise des Sciences . . . . . HARLEM
Oeuvres complètes de *Christiaan Huygens*. To. III, correspondance 1660-1661. La Haye 1890.
— Archives Néerlandaise des Sciences exactes et naturelles. To. XXIV, 4me et 5me livraisons, 1891.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
17me Année 1890-91, N.os 10-11.

KOKSCHAROW (v.) NIKOLAI. — Materialien zur Mineralogie Russlands. X Bd., fol. 15-25.

Johns Hopkins University . . . . . BALTIMORE
Circulars, Vol. X, 1891, No. 86.

University of . . . . . CINCINNATI
The Journal of Comparative Neurology, Vol. I, Jan.-March. 1891.

Observatorio Astronómico nacional de. . . . . TACUBAYA
Boletin, To. I, No. 3.

Observatorio Meteorologico del Colegio Pio de Villa Colon . . MONTEVIDEO
Boletin mensual, Año III, N.° 1, Diciembre de 1890.

Deutschen Gesellschaft für Natur-und Völkerkunde Ostasiens in . . . , ... , TOKIO
Mittheilungen, 45 Heft, Band V, Seite 191-234.

Fascicolo 6° ANNO XXX. Giugno 1891

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 *maggio* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Si delibera che il Presidente assieme al socio Palmieri portino i saluti dell'Accademia al socio Scacchi, che non può uscire di casa.

A proposta del Segretario si delibera di mettere l'indice in fine della memoria di Kantor, facendo ristampare quello delle prime tre parti, ed aggiungendovi l'intestazione dei paragrafi della quarta.

Il Segretario legge la seguente lettera spedita al Presidente in data dell'8 maggio dal Prof. Eugenio Semmola:

« La prego volersi compiacere comunicare a codesta dotta Accademia la seguente « notizia: Nel passato gennaio vi furono due giorni, il 7 ed il 17, il primo di tempera- « tura assai mite, quasi caldo, avuto riguardo alla stagione; l'altro invece eccezional- « mente freddo per queste contrade. Il 7 si ebbe a Napoli una temperatura di 13°,8 (la « massima di tutto il mese) ed all'Osservatorio vesuviano 8°,2; il 17 in vece nevigò « per molte ore: a Napoli si ebbe una temperatura minima di — 1°,7; al Vesuvio — 5°,2. « Date queste condizioni di temperatura, era naturale intravedere che la nostra atmo- « sfera dovesse essere il 19 assai più condensata del giorno 7, e che perciò la diffe- « renza di pressione dell'aria fra due punti a diversa altitudine, dovesse nel giorno 19 « essere maggiore che nel giorno 7. Di fatti, comparate le altezze barometriche medie, « osservate in quei due giorni alla Specola dell'Università di Napoli, a 37^{m} sul mare,

« ed all'Osservatorio vesuviano a 637^{m}, ho trovato pel giorno 7 una differenza di « mm. 49,64; e pel giorno 19 una differenza di mm. 51,20, superiore alla prima per « mm. 1,56. Si noti che in questo giorno le altezze barometriche assolute furono infe« riori a quelle osservate nel giorno 7. Dalla nota che ebbi l'onore presentare alla « stessa Accademia l'anno passato risultava che la differenza delle pressioni dell'aria a « Napoli ed all'Osservatorio vesuviano era minima nella state allorchè l'atmosfera si « gonfia; era massima nell'inverno allorchè essa si raccoglie sopra se stessa. L'osser« vazione riportata mi è sembrata non affatto inutile per dimostrare che anche alla di« stanza di pochi giorni questa differenza può variare considerevolmente per forti squi« librii di temperatura, come nel gennaio passato ».

« Gradisca sig. Presidente, le mie grazie, ed i sensi di mia profonda devozione ».

Il socio Fergola presenta le tavole delle osservazioni meteoriche fatte a Capodimonte nei mesi di marzo ed aprile.

Il socio Bassani, a nome dell'autore, Ing.^{re} Romolo Meli, fa omaggio all'Accademia di un opuscolo intitolato: « *Notizie bibliografiche sulle rocce magnetiche della Provincia Romana, seguite da alcune considerazioni sui valori della declinazione magnetica determinati per Roma* ».

Dopo l'Accademia resta riunita in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 *giugno* 1891.
Presidenza del Vice-Presidente Signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Presenta pure, già stampato, il fascicolo del Rendiconto per i mesi di aprile e maggio.

Lo stesso Segretario presenta un esemplare in argento della medaglia fatta coniare in onore del Prof. J. Stas per il suo cinquantesimo anniversario come membro titolare della R. Accademia delle Scienze del Belgio. La detta medaglia è stata spedita alla nostra Accademia, assieme ad una cortesissima lettera, dal Comitato per la festa.

Il socio Palmieri, a nome dell'autore, fa omaggio all'Accademia di alcuni opuscoli del Prof. Sac. Denza.

Si delibera di spedire, in cambio delle loro pubblicazioni, il nostro Rendiconto, a cominciare da quest'anno: 1° alla *Rochester Academy of Science*; 2° al *Manchester Museum*; 3° al signor H. Nicholson, *Direttore della Stazione esperimentale di agricoltura dell'Università di Lincoln* (Nebraska).

Il socio Battaglini presenta una nota del Dr Pirondini, sopra « *Alcune questioni intorno all'evolute successive di una linea piana* ».

Il Presidente nomina i socii Battaglini, Capelli e Padelletti a componenti la Commissione che dovrà esaminarla.

Il socio Nicolucci presenta una nota, intitolata: *Avanzi di animali fossili rinvenuti presso Gioia del Colle, in Provincia di Bari*, e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto.

A mezzodì il Presidente scioglie l'adunanza pubblica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 13 giugno 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale della tornata precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Legge, inoltre, una lettera del Presidente dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti, con la quale si annunzia la morte del Senatore Gaspare Gorresio, Socio corrispondente della stessa Accademia.

Il socio Palmieri legge una nota, intitolata: « *Ripetizione nel dì 7 giugno di quest'anno dei fenomeni notati nello scorso anno il 17 dello stesso mese all'Osservatorio Vesuviano in occasione delle due ecclissi solari avvenute in detti giorni* » e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto.

Il socio Battaglini legge il rapporto sulla nota del D. Pirondini, presentata nella passata adunanza, proponendone la pubblicazione nel Rendiconto. Fattasi la votazione, le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Villari presenta una nota del Prof. Guido Grassi avente per titolo: « *Galvanometri compensati a sensibilità costante* ». Il Presidente incarica i socii Palmieri, Pinto e Villari di riferirne all'Accademia.

Il socio Padelletti propone che si mandi il nostro Rendiconto in dono all'*Associazione Universitaria Napoletana*. L'Accademia delibera che si mandino gli Atti ed il Rendiconto a cominciare dalla 2ª Serie.

Dopo l'Accademia passa ad occuparsi di affari di amministrazione.

Rapporto *sulla Nota del D.r* G. Pirondini.

(Adunanza del dì 13 giugno 1891)

L'Autore di questa Nota ha trattato alcuni problemi relativi al sistema delle evolute successive di una curva piana. Rappresentando una curva piana con un'equazione *intrinseca*, vale a dire esprimendo il raggio di curvatura in un suo punto qualunque come funzione dell'angolo che la tangente in quel punto fa con una direzione arbitraria (e che per brevità diremo funzione *caratteristica* della curva), per le evolute successive della curva proposta, nei punti corrispondenti le funzioni caratteristiche saranno espresse dalle derivate successive della funzione caratteristica della curva primitiva. Ciò presunto, l'Autore si propone in primo luogo di trovare quelle curve piane, nelle quali ogni punto è sopra la retta che passa per i centri corrispondenti di seconda e di quarta corvatura. Espresse semplicemente le condizioni del problema, queste conducano a dover integrare una facile equazione differenziale tra la funzione caratteristica della curva cercata e le sue derivate 1ª, 2ª e 3ª. Dall'esame dei diversi casi che si possano presentare, l'Autore perviene alle conclusioni seguenti: « Se i punti di una linea

« piana, ed i punti corrispondenti delle sue evolute seconda e quarta sono in linea ret-
« ta, 1° questa retta continue pure i punti corrispondenti di tutte le altre evolute d'or-
« dine pari; 2° anche i punti corrispondenti di tutte le evolute d'ordine dispari sono in
« linea retta; 3° le evolute d'ordine pari sono tutte simili tra loro e simili alla linea da-
« ta, quelle d'ordine dispari sono pure simili fra loro, ma le prime linee non sono si-
« mili alle seconde; 4° le linee che hanno queste proprietà sono le spirali, e le curve
« epicicloidali, rappresentate rispettivameute dalle loro equazioni intrinseche (che so-
« no indicate); 5° le due rette sulle quali sono distribuiti i successivi centri di curvatura
« della linea data formano un angolo costante solo quando la curva è una spirale loga-
« ritmica, o una cicloide, nelle quali esse sono rispettivamente perpendicolari e pa-
« rallele ».

Dopo ciò l'Autore ricerca in secondo luogo le curve piane coincidenti con la loro quarta evoluta (problema che rientra come caso speciale in quello già trattato), e trova che « esiste una sola famiglia di linee piane coincidenti con la loro quarta evoluta, « ed è quella definita dall'equazione intrinseca (che è indicata). Considerando una del- « le curve ora determinate e le sue tre evolute successive, la curva data è eguale al- « l'evoluta seconda, e l'evoluta prima è eguale alla terza ».

In terzo luogo l'Autore fa la ricerca delle curve piane coincidenti con la loro ottava evoluta. Espresse le condizioni del problema si perviene a due sistemi, ciascuno di quattro equazioni differenziali, il primo tra la funzione caratteristica della curva cercata e le sue derivate 2ª, 4ª e 6ª, e l'altra tra la prima derivata della funzione caratteristica stessa, e le altre sue derivate 3ª, 5ª e 7ª, e questi due sistemi di equazioni differenziali dovrebbero poter coesistere. Ciò conduce a dover discutere 64 casi, che possono darsi, combinando tra loro le equazioni dei due sistemi.

Questa discussione, con un'analisi minuta e paziente, è stata fatta dall'Autore, escludendo quelle combinazioni che non conducono alla risoluzione del problema proposto. Sarebbe andare per le lunghe sviluppare qui questa discussione. Basta indicare che in conclusione l'Autore giunge a stabilire che « esiste una sola famiglia di curve « piane che coincidono con la loro ottava evoluta, e sono quelle rappresentate dall'e- « quazione intrinseca (che è indicata) ».

Termina il lavoro con l'osservazione che nel problema 2° sopra trattato, la curva e le sue tre evolute successive 1ª, 2ª e 3ª, e nel problema 3° la curva e le sue sette evolute successive 1ª, 2ª. . . 7ª, formano un ciclo chiuso, sicchè partendo da una qualunque di quelle curve, e costruendo le sue successive evolute, si passa per tutte le altre curve del ciclo, e si ritorna alla curva di partenza, dopo di aver costruito di quella curva le prime quattro, o le prime otto evolute.

Si può osservare inoltre che se si fa rotolare, senza strisciare, il piano contenente il gruppo delle quattro, o delle otto curve precedenti, sopra una sviluppabile qualunque, si ottengono nel 1° caso quattro e nel 2° otto superficie modanate (superficie *moulures* di Monge), ciascuna delle quali è quella falda dell'evoluta della precedente, che corrisponde alle linee di curvature geodetiche; queste superficie formano un ciclo chiuso, nel senso spiegato precedentemente. Lo stesso avviene, come caso particolare, per le quattro, o per le otto superficie generate dalle curve precedenti, nella rotazione del loro piano intorno ad una retta qualunque contenuta in esso.

Crediamo che questo accurato lavoro di Geometria differenziale del D.r Pirondini, per i teoremi nuovi che contiene, possa essere inserito, per intero, nel Rendiconto dell'Accademia.

A. Capelli
D. Padelletti
G. Battaglini, *relatore*.

Alcune questioni sulle evolute successive di una linea piana; nota *di* **Geminiano Pirondini.**

(Adunanza del dì 6 giugno 1891)

§ 1.°

Alle questioni che seguono premettiamo il seguente teorema, la cui dimostrazione non presenta alcuna difficoltà: « *Se* A_n, B_n; A_{n+1}, B_{n+1}; A_{n+2}, B_{n+2} *sono tre coppie di punti corrispondenti di tre sviluppate consecutive* L_n, L_{n+1}, L_{n+2} *di una stessa linea piana* L, *scelti in modo che nell'intervallo da* A_n *a* B_n *il raggio di curvatura di* L_n *sia sempre crescente o sempre decrescente, i raggi di curvatura corrispondenti delle linee* L_n, L_{n+2} *negli intervalli* $A_n B_n, A_{n+2} B_{n+2}$ *sono paralleli e diretti sempre nello stesso senso o sempre in senso contrario, secondo che i raggi di curvatura corrispondenti delle linee* L_n, L_{n+1} *negli intervalli da* A_n *a* B_n *e da* A_{n+1} *a* B_{n+1} *subiscono aumenti di segno contrario o dello stesso segno; e reciprocamente* ».

Proponiamoci ora di trovare quelle curve piane nelle quali ogni punto è sopra la retta che passa per i centri corrispondenti di seconda e di quarta curvatura.

Chiamando L_n l'evoluta d'ordine n di L, A_n e A, ρ_n e ρ coppie di punti e di raggi di curvatura corrispondenti di queste linee, A, A_2, A_4 debbono essere in linea retta; ed allora i triangoli simili AA_1A_2, $A_2A_3A_4$ dànno:

$$\frac{A_1A_2}{AA_1} = \frac{A_3A_4}{A_2A_3}, \quad \text{cioè:} \quad \frac{\rho_1}{\rho} = \frac{\rho_3}{\rho_2}.$$

Si rammenti ora che una linea piana L è completamente nota di forma quando si conosca l'espressione del suo raggio di curvatura ρ in funzione dell'angolo θ che le sue tangenti formano con una retta fissa, e che per di più, se si suppone $\rho = \varphi(\theta)$, si ha

$$\rho_n = \pm \frac{d^n \varphi(\theta)}{d\theta^n},$$

nella quale equazione è da scegliere quel segno che rende il secondo membro essenzialmente positivo. L'equazione precedente diviene quindi

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \pm \frac{\varphi'''}{\varphi''}.$$

1° caso. — Se nella precedente si considera al secondo membro il segno $+$, si ha

$$\varphi'' = a\varphi,$$

con a costante arbitraria.

Se quindi a è una quantità positiva m^2, si ha

$$\varphi(\theta) = ae^{m\theta} + be^{-m\theta}, \tag{1}$$

e se a è una quantità negativa $-m^2$:

$$\varphi(\theta) = a\cos(m\theta + b), \tag{2}$$

nelle quali espressioni a e b sono costanti arbitrarie.

2° caso. — Nell'equazione precedente, considerando il segno $-$, si ha

$$\varphi\varphi'' = \frac{1}{2}a \qquad (a = \text{cost.})$$

da cui

$$\varphi'' = \sqrt{a\log\varphi + b} \quad ; \quad (b = \text{cost.}),$$

perciò la funzione φ si esprime per θ mediante l'equazione

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{a\log\varphi + b}} = \theta + \text{cost.} \tag{3}$$

Le curve domandate non possono quindi trovarsi che fra quelle il cui raggio di curvatura si esprime in funzione dell'angolo θ per mezzo di una delle relazioni (1), (2), (3).

Caso dell'equazione (1). — Chiamando s l'arco di L, si ha

$$ds = \rho d\theta = (ae^{m\theta} + be^{-m\theta})d\theta,$$

da cui

$$ms + k = ae^{m\theta} - be^{-m\theta},$$

con k costante arbitraria; eliminando θ fra quest'equazione e (1), si ottiene

$$\rho = \sqrt{(ms + k)^2 + 4ab}.$$

Notando quindi che $\rho_1 = s$, si ha che ρ e ρ_1 nel loro variare assumono degli aumenti costantemente del medesimo segno, quindi ρ e ρ_2 sono diretti in senso contrario. Con analogo procedimento si ricava:

$$\rho_1 = \sqrt{(ms_1 + h)^2 - 4m^2ab} \quad , \quad \rho_2 = s_1,$$

le quali dimostrano che ρ_1 e ρ_2 nel loro variare assumono degli aumenti costantemente

del medesimo segno; quindi ρ_1 e ρ_3 sono diretti essi pure in senso opposto; queste condizioni unite alla (1) ci dicono che effettivamente nella curva determinata i punti A, A_2, A_4 sono in linea retta.

Avendosi poi $\rho_2 = m^2(ae^{m\theta} + be^{-m\theta})$, si deduce che la curva L è simile alla sua evoluta seconda L_2 e quindi L_1 simile ad L_3, ecc.; i punti A_2, A_4, A_6 e gli altri A_1, A_3, A_5 sono quindi allineati. Ragionando in modo analogo per le evolute successive, si arriva a concludere che i punti: $A, A_2, A_4, \ldots, A_{2n}$ sono sopra una stessa retta, e gli altri $A_1, A_3, A_5, \ldots, A_{2n+1}$ sono sopra un'altra retta.

Chiamando ε l'angolo di queste due rette, si trova

$$\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{\rho_1(\rho + \rho_2)}{\rho\rho_2 - \rho_1^2} = \frac{1+m^2}{4abm}(a^2 e^{2m\theta} - b^2 e^{-2m\theta});$$

se quindi le due rette formano un angolo costante, tale angolo è retto e ciò avviene quando una delle costanti a e b è zero, nel qual caso la curva (1) si riduce a una spirale logaritmica.

Caso dell'equazione (2). — Operando in modo analogo al precedente, si giunge all'equazione

$$\rho = \sqrt{a^2 - (ms + k)^2},$$

che rappresenta un'epicicloide, una cicloide o un'ipocicloide secondo che m è minore, eguale o maggiore dell'unità. L'equazione precedente e l'altra $\rho_1 = s$ dimostrano che ρ e ρ_1 nel loro variare assumono degli accrescimenti costantemente di segni contrari e quindi ρ e ρ_3 sono diretti nello stesso senso; le altre relazioni

$$\rho_1 = \sqrt{a^2 m^2 - (ms_1 + h)^2} \quad , \quad \rho_2 = s_1$$

dimostrano che anche ρ_1 e ρ_3 sono paralleli e diretti nello stesso senso. Di maniera che anche le curve epicicloidali (2) soddisfano al problema dato.

La proprietà precedente, relativa alla similitudine di L e L_2 e quindi di L_1 e L_3, è pure soddisfatta in questo caso; e si trova per di più che se l'angolo formato dalle rette contenenti i punti $A, A_2, A_4 \ldots A_{2n}$ e $A_1, A_3, A_5 \ldots A_{2n+1}$ è costante, tale angolo è nullo, e ciò avviene quando $m = 1$.

Caso dell'equazione (3). — Dalla relazione $\varphi'^2 = a \log \varphi + b$, si ricava

$$\varphi = e^{\frac{\varphi'^2 - b}{a}}, \quad \text{cioè} \quad \rho = e^{\frac{\rho_1^2 - b}{a}};$$

questa dimostra che ρ e ρ_1 nel loro variare assumono degli accrescimenti sempre dello stesso segno, e quindi ρ e ρ_2 sono paralleli e diretti in senso opposto.

Dalla relazione $\varphi'' = \frac{a}{2\varphi}$, si ricava

$$\varphi'' = \frac{a}{2} e^{\frac{b - \varphi'^2}{2a}}, \quad \text{cioè} \quad \rho_2 = \frac{a}{2} e^{\frac{b - \rho_1^2}{2a}},$$

la quale dimostra che ρ_1 e ρ_2 nel loro variare assumono degli accrescimenti sempre di

segno contrario; quindi ρ_1 e ρ_3 sono paralleli e diretti nello stesso senso. È dunque impossibile che in questo caso i punti A, A_2, A_4 siano in linea retta.

Possiamo quindi enunciare il teorema: « *Se i punti di una linea piana e i punti corrispondenti delle sue evolute seconda e quarta sono in linea retta*: 1° *questa retta contiene pure i punti corrispondenti di tutte le altre evolute d'ordine pari*; 2° *anche i punti corrispondenti di tutte le evolute d'ordine dispari sono in linea retta*; 3° *le evolute d'ordine pari sono tutte simili fra loro e simili alla linea data, quelle d'ordine dispari sono pure simili fra loro, ma le prime linee non sono simili alle seconde*; 4° *le linee che hanno queste proprietà sono le spirali rappresentate dall'equazione*

$$\rho = ae^{m\theta} + be^{-m\theta} = \sqrt{(ms+k)^2 + 4ab}$$

e le curve cicloidali

$$\rho = a.\cos(m\theta + b) = \sqrt{a^2 - (ms+k)^2};$$

5° *le due rette sulle quali sono distribuiti i successivi centri di curvatura della linea data formano un angolo costante solo quando la curva è una spirale logaritmica o una cicloide delle quali esse sono rispettivamente perpendicolari e parallele* ».

§ 2.°

Curve piane coincidenti colla loro quarta evoluta. — La determinazione delle curve piane L coincidenti colla loro evoluta quarta L_4, colla condizione che ciascun punto di L coincida col corrispondente punto di L_4, è evidentemente un caso particolare di quella fatta al § 1.

Nel caso però delle curve epicicloidali in cui, come si è dimostrato, ρ e ρ_1 sono rispettivamente paralleli a ρ_2 e ρ_3 e diretti nello stesso senso, è impossibile che avvenga la predetta coincidenza, la quale perciò non può effettuarsi che per curve della famiglia (1). Osservando che la condizione necessaria e sufficiente perchè abbia luogo la particolarità accennata è espressa dall'equazione $\rho = \rho_2$, la quale, stante la (1), porta alla condizione $m = 1$, si può dire: « *Esiste una sola famiglia di linee piane coincidenti colla loro quarta evoluta ed è quella definita dall'equazione*

$$\rho = ae^{\theta} + be^{-\theta}$$

fra il raggio di curvatura ρ *e l'angolo* θ *che la tangente fa con una retta fissa, ovvero dall'equazione*

$$\rho = \sqrt{(s+k)^2 + 4ab}$$

fra il raggio di curvatura e l'arco ».

Considerando una delle curve ora determinate e le sue tre evolute successive, la curva data è eguale all'evoluta seconda e l'evoluta prima è eguale alla terza.

§ 3.°

Curve piane coincidenti colla loro ottava evoluta. — Se la curva piana L coincide colla sua evoluta ottava L_8, colla condizione che ciascun punto A di L coincida col corrispondente punto A_8 di L_8, dall'ottagono chiuso $A A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A$ si deduce

$$\rho \pm \rho_2 \pm \rho_4 \pm \rho_6 = 0 \quad ; \quad \rho_1 \pm \rho_3 \pm \rho_5 \pm \rho_7 = 0 .$$

Essendo le quantità $\rho, \rho_1, \rho_2, \ldots$, essenzialmente positive, è da escludere il caso corrispondente alle equazioni che si ottengono dalle precedenti prendendo il segno + avanti ad ogni termine; ciascuna delle equazioni precedenti dà quindi luogo ad un gruppo di sette equazioni. Notando che se per il raggio di curvatura di L si suppone $\rho = \varphi(\theta)$, dove θ è l'angolo che la tangente alla L fa con una retta fissa, si ha

$$\rho_1 = \pm \varphi'(\theta) \quad , \quad \rho_2 = \pm \varphi''(\theta), \ldots\ldots$$

si trova subito che, considerando le sette equazioni di ciascuno dei due sistemi predetti, e tenendo conto delle espressioni di $\rho, \rho_1, \rho_2, \ldots$, si ottengono le equazioni seguenti:

$$(A) \begin{cases} \varphi + \varphi'' + \varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0 & \varphi - \varphi'' - \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0 \\ \varphi + \varphi'' + \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0 & \varphi + \varphi'' - \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0 \\ \varphi + \varphi'' - \varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0 & \varphi - \varphi'' + \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0 \\ \varphi - \varphi'' + \varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0 & \varphi - \varphi'' - \varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0 \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} \varphi' + \varphi''' + \varphi^{V} + \varphi^{VII} = 0 & \varphi' - \varphi''' - \varphi^{V} - \varphi^{VII} = 0 \\ \varphi' + \varphi''' + \varphi^{V} - \varphi^{VII} = 0 & \varphi' + \varphi''' - \varphi^{V} - \varphi^{VII} = 0 \\ \varphi' + \varphi''' - \varphi^{V} + \varphi^{VII} = 0 & \varphi' - \varphi''' + \varphi^{V} - \varphi^{VII} = 0 \\ \varphi' - \varphi''' + \varphi^{V} + \varphi^{VII} = 0 & \varphi' - \varphi''' - \varphi^{V} + \varphi^{VII} = 0 . \end{cases}$$

L'osservazione che ciascuna equazione del sistema (B) è equivalente, in generale soltanto a quell'equazione del sistema (A) che occupa il medesimo posto e l'altra che per una stessa funzione φ non possono, in generale, essere soddisfatte due equazioni differenziali, non sono sufficienti ad escludere la massima parte dei 64 casi a cui dànno luogo le equazioni (A) e (B) colla loro combinazione. Infatti, se quanto precede è vero in generale, è tuttavia legittimo il ritenere che, per forme particolari della funzione φ, possano essere soddisfatte contemporaneamente due equazioni non corrispondenti dei due sistemi (A) e (B).

L'esclusione dei casi ai quali non corrisponde alcuna soluzione del problema proposto deve quindi essere fatta con altro procedimento. Se, in generale, chiamiamo caso (m, n) quello che corrisponde al sistema formato dalla m^{esima} equazione del gruppo (A) e dalla n^{esima} equazione del gruppo (B), nel caso (1, 5) abbiamo

$$\varphi + \varphi'' + \varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0 \quad ; \quad \varphi' - \varphi''' - \varphi^{V} - \varphi^{VII} = 0 ;$$

derivando la prima rapporto a θ e addizionando l'equazione che si ottiene membro a membro colla seconda, si ottiene $\varphi'=0$. E questa condizione esige che la linea L sia una circonferenza, il che manifestamente è impossibile.

Alla medesima condizione $\varphi'=0$ conducono pure gli altri casi (5,1),(2,8),(8,2), (3,7),(7,3),(4,6),(6,4); i casi (1,4),(4,1),(2,7),(7,2),(3,8),(8,3),(5,6), (6,5) conducono alla condizione $\varphi'''=0$; gli altri (1,3),(3,1),(2,6),(6,2),(4,8), (8,4),(5,7),(7,5) alla condizione $\varphi^{v}=0$; e finalmente i casi (1,2),(2,1),(3,6), (6,3),(4,7),(7,4),(5,8),(8,5) conducono alla condizione $\varphi^{vii}=0$. E siccome le condizioni trovate $\varphi'''=0$, $\varphi^{v}=0$, $\varphi^{vii}=0$ non possono essere soddisfatte, non potendo nessuna delle linee L_2, L_4, L_6 essere una circonferenza, si conclude che tutti i casi enunciati dianzi sono da escludere.

Nel caso (2,3) si hanno le equazioni

$$\varphi+\varphi''+\varphi^{iv}-\varphi^{vi}=0 \quad ; \quad \varphi'+\varphi'''-\varphi^{v}+\varphi^{vii}=0;$$

derivando la prima rapporto a θ e combinando l'equazione ottenuta colla seconda sia per addizione sia per sottrazione, si ottiene

$$\varphi'+\varphi'''=0 \quad , \quad \varphi^{v}-\varphi^{vii}=0.$$

Derivando la 1ª quattro volte rapporto a θ, si deduce

$$\varphi^{v}+\varphi^{vii}=0,$$

e quest'equazione in causa della 2ª delle precedenti, dà

$$\varphi^{v}=\varphi^{vii}=0,$$

il che non può essere.

Alla stessa conclusione conducono i casi (3,2),(4,5),(5,4); mentre che gli altri (2,4),(4,2),(3,5),(5,3) conducono alle eguaglianze

$$\varphi'''+\varphi^{vii}=\varphi'''-\varphi^{vii}=0$$

che sono equivalenti alle condizioni

$$\varphi'''=\varphi^{vii}=0.$$

I casi enumerati precedentemente sono quindi anch'essi tutti da escludere.

Nel caso (2,5) si hanno le equazioni

$$\varphi+\varphi''+\varphi^{iv}-\varphi^{vi}=0 \quad , \quad \varphi'-\varphi'''-\varphi^{v}-\varphi^{vii}=0,$$

la prima delle quali, derivata rapporto a θ e combinata poi colla seconda, sia per addizione sia per sottrazione, dà

$$\varphi'-\varphi^{vii}=0 \quad , \quad \varphi'''+\varphi^{v}=0. \tag{4}$$

Derivando la 2ª rapporto a θ due volte, si ha

$$\varphi^{v}+\varphi^{vii}=0,$$

la quale addizionata membro a membro colla prima delle (4), dà

$$\varphi'+\varphi^{v}=0;$$

sottraendo da questa membro a membro la 2ª delle (4), si ottiene

$$\varphi'-\varphi'''=0,$$

la quale, derivata due volte rapporto a θ, dà

$$\varphi'''-\varphi^{v}=0.$$

Questa equazione, insieme alla 2ª delle (4), conduce alle condizioni

$$\varphi'''=\varphi^{v}=0.$$

Si arriva alla stessa conclusione considerando gli altri casi: (5, 2), (3, 4), (4, 3); i casi ora enumerati sono quindi tutti da escludere.

Occupiamoci ora dei 20 casi che restano; nel caso (1, 6) abbiamo le equazioni

$$\varphi+\varphi''+\varphi^{iv}+\varphi^{vi}=0 \quad ; \quad \varphi'+\varphi'''-\varphi^{v}-\varphi^{vii}=0;$$

derivando la 1ª rapporto a θ e combinando l'equazione ottenuta colla 2ª, sia per addizione sia per sottrazione, si ottengono le condizioni

$$\varphi'+\varphi'''+0 \quad , \quad \varphi^{v}+\varphi^{vii}=0.$$

Osservando che anche il caso (6, 1) conduce alle medesime equazioni e che la 2ª di esse è una necessaria conseguenza della 1ª, si può dire che: « *i casi* (1, 6), (6, 1) *sono possibili quando*

(5) $$\varphi'+\varphi'''=0 \text{ ».}$$

Con procedimento analogo si dimostra che « *i casi* (1, 7), (7, 1) *sono possibili quando*

(6) $$\varphi'+\varphi^{v}=0;$$

i casi (7, 8), (8, 7) *quando*

(7) $$\varphi'-\varphi'''=0;$$

e i casi (6, 8), (8, 6) *quando*

(8) $$\varphi'-\varphi^{v}=0 \text{ ».}$$

Nel caso $(1,8)_1$ operando sulle equazioni corrispondenti in una maniera analoga alla precedente, si giunge alle condizioni

$$\varphi' + \varphi^{VII} = 0 \quad , \quad \varphi''' + \varphi^{V} = 0, \tag{9}$$

l'ultima delle quali, derivata due volte rapporto a θ, dà

$$\varphi^{V} + \varphi^{VII} = 0. \tag{10}$$

Le equazioni (9), (10) ci dànno le altre

$$\varphi' = -\varphi''' = \varphi^{V} = -\varphi^{VII},$$

le quali non sono altro che la (5), e quelle che si ottengono da quest'equazione colla derivazione rapporto a θ; siccome il caso (8, 1) conduce a risultati conformi, si può dire *i casi* (1, 8), (8, 1) *sono possibili quando è soddisfatta l'equazione* (5) ».

Operando in modo analogo nei casi (6, 7), (7, 6), si giunge a concludere: « *i casi* (6, 7), (7, 6) *sono possibili quando è soddisfatta l'equazione* (7) ».

I casi corrispondenti alle equazioni (5), (6), (7), (8) e gli 8 casi che si ottengono combinando ciascuna delle equazioni (A) con quella del gruppo (B) che occupa lo stesso posto, sono i soli di cui ci dobbiamo occupare. Si osservi che, dovendo la curva L coincidere colla sua ottava evoluta L_8, deve essere $\rho = \rho_8$; e siccome

$$\rho = \varphi(\theta) \quad , \quad \rho_8 = \pm \varphi^{VIII}(\theta),$$

si dovranno considerare separatamente le due relazioni

$$\varphi = \varphi^{VIII} \quad , \quad \varphi = -\varphi^{VIII}.$$

1° caso. — *Sia* $\varphi = \varphi^{VIII}$. Nel caso (2, 2), derivando l'equazione del gruppo (A) due volte rapporto a θ, si ottiene

$$\varphi'' + \varphi^{IV} + \varphi^{VI} - \varphi^{VIII} = 0;$$

e siccome ora $\varphi = \varphi^{VIII}$, si ha il sistema d'equazioni

$$\varphi + \varphi'' + \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0 \quad , \quad \varphi - \varphi'' - \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0,$$

le quali, addizionate e sottratte successivamente membro a membro, dànno

$$\varphi - \varphi^{VI} = 0 \quad , \quad \varphi'' + \varphi^{IV} = 0.$$

Derivando la 1ª di queste quattro volte rapporto a θ ed osservando che dalla $\varphi = \varphi^{VIII}$ discende l'altra $\varphi' = \varphi^{X}$, si ricava

$$\varphi'' - \varphi^{IV} = 0,$$

la quale, unita all'altra

$$\varphi'' + \varphi^{IV} = 0,$$

porta alle condizioni

$$\varphi'' = \varphi^{IV} = 0,$$

che sono evidentemente impossibili nel nostro problema.

Si giunge alla stessa conclusione nel caso (4,4); invece i casi (3,3), (5,5) conducono alle due relazioni

$$\varphi^{IV} + \varphi^{VI} = \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0,$$

che corrispondono alle condizioni, parimente impossibili,

$$\varphi^{IV} = \varphi^{VI} = 0.$$

Perciò, quando $\varphi = \varphi^{VIII}$, i casi (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) sono da escludere.

Nei due casi (6,6), (8,8), operando come dianzi, si giunge alle condizioni

$$\varphi - \varphi^{IV} = 0 \quad , \quad \varphi'' - \varphi^{VI} = 0,$$

delle quali la seconda è una conseguenza della prima; osservando che l'equazione (8) con un'integrazione dà $\varphi - \varphi^{IV} =$ costante, si vede subito che l'equazione $\varphi - \varphi^{IV} = 0$ è contenuta, come caso particolare, nell'equazione (8). I casi (6,6), (8,8) si possono quindi tralasciare.

I soli casi possibili sono perciò quelli corrispondenti alle equazioni (5), (6), (7), (8) e i casi (1,1), (7,7), rispetto ai quali dovremo osservare che, per essere ciascuna equazione del gruppo (B) una conseguenza dell'equazione del gruppo (A) che occupa lo stesso posto, essi sono rispettivamente caratterizzati dalle equazioni

$$\varphi + \varphi'' + \varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0; \tag{11}$$

$$\varphi - \varphi'' + \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0. \tag{12}$$

2° *caso.* — *Sia* $\varphi = -\varphi^{VIII}$. L'equazione (5), derivata cinque volte rapporto a θ, diviene

$$\varphi^{VI} + \varphi^{VIII} = 0,$$

ossia, in causa della precedente

$$\varphi - \varphi^{VI} = 0;$$

ora la (5), derivata tre volte rapporto a θ, dà

$$\varphi^{IV} + \varphi^{VI} = 0.$$

E questa, combinata colla precedente, ci offre

$$\varphi + \varphi^{IV} = 0.$$

La (5), derivata una volta rapporto a θ, diviene

$$\varphi'' + \varphi^{IV} = 0,$$

e perciò

$$\varphi - \varphi'' = 0,$$

ossia anche

$$\varphi' - \varphi''' = 0;$$

quest'equazione e la (5) conducono alle condizioni

$$\varphi' = \varphi''' = 0,$$

che nel nostro problema sono assurde. Conduce alla medesima conclusione il caso corrispondente alla (7).

Derivando la (6) tre volte rapporto a θ, si ottiene

$$\varphi^{IV} + \varphi^{VIII} = 0,$$

vale a dire

$$\varphi - \varphi^{IV} = 0;$$

quest'equazione, derivata una volta rapporto a θ, diviene

$$\varphi' - \varphi^{V} = 0,$$

da cui, tenendo conto della (6), si deduce

$$\varphi' = \varphi^{V} = 0,$$

il che non può essere.

Conduce alla medesima conclusione il caso corrispondente alla (8).

Derivando la 1ª equazione del gruppo (A) (corrispondente al caso (1, 1)) due volte rapporto a θ, si ha

$$\varphi'' + \varphi^{IV} + \varphi^{VI} + \varphi^{VIII} = 0,$$

vale a dire

$$\varphi - \varphi'' - \varphi^{IV} - \varphi^{VI} = 0;$$

tenendo conto di quest'equazione e della 1ª (B), si deduce la condizione assurda $\varphi = 0$.

Conduce alla medesima conclusione il caso (7,7); i casi (3,3), (5,5) portano alla condizione $\varphi'' = 0$; i casi (6,6), (8,8) all'altra $\varphi^{IV} = 0$; e finalmente i casi (2,2), (4,4) all'altra $\varphi^{VI} = 0$; e tutte queste condizioni sono impossibili nel caso nostro.

Si conclude che, quando $\varphi = -\varphi^{VIII}$, non si ha alcuna soluzione.

Siccome insieme alle equazioni (5), (6), (7), (8), (11), (12) deve essere soddisfatta la condizione (13) $\varphi = \varphi^{VIII}$, si conclude che l'espressione richiesta di φ nei singoli casi precedenti deve essere contenuta nell'integrale generale dell'equazione differenziale lineare (13), il quale integrale è il seguente:

$$\varphi = Ae^{\theta} + Be^{-\theta} + Ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}\theta} \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta + D\right) + Ee^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\theta} \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta + E\right) + G \cdot \cos(\theta + H),$$

essendo A, B, C, D, E, F, G, H otto costanti arbitrarie.

Ammessa questa forma di φ, si trova coll'immediata sostituzione che, onde abbiano luogo le equazioni (5), (6), (7), (8), (11), (12), è necessario e sufficiente che siano soddisfatte rispettivamente le seguenti condizioni:

$$A=B=C=E=0 \;;\; A=B=G=0 \;;\; C=E=G=0;$$
$$C=E=0 \;;\; A=B=0 \;;\; G=0.$$

Di maniera che la funzione φ può avere solamente una delle seguenti 6 forme

$$(\alpha)\quad \varphi=G\cos(\theta+H) \;;\; (\beta)\quad \varphi=Ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}\theta}\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta+D\right)+Ee^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\theta}\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta+F\right);$$

$$(\gamma)\quad \varphi=Ae^{\theta}+Be^{-\theta} \;;\; (\delta)\quad \varphi=Ae^{\theta}+Be^{-\theta}+G.\cos(\theta+H);$$

$$(\varepsilon)\quad \varphi=Ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}\theta}.\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta+D\right)+Ee^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\theta}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta+F\right)+G.\cos(\theta+H);$$

$$(\zeta)\quad \varphi=Ae^{\theta}+Be^{-\theta}+Ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}\theta}.\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta+D\right)+Ee^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\theta}.\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\theta+F\right).$$

Fra queste equazioni trovate si possono escludere immediatamente le seguenti: la (α), poichè, per quanto si è visto al § 1°, rappresenta una cicloide, curva che non coincide colla sua ottava evoluta; la (β), poichè entra, come caso particolare, nella (ζ); la (γ), poichè esprime che la curva corrispondente coincide colla sua quarta evoluta, e quindi coll'ottava; e questo caso è privo d'importanza dopo quanto è stato fatto al § 2.

Sono poi da escludere anche le equazioni (δ), (ε); infatti in esse anzitutto si deve supporre $G=0$, altrimenti se fosse G diverso da zero, facendo nella (δ) $A=B=0$ e nella (ε) $C=E=0$, si otterrebbe $\varphi=G.\cos(\theta+H)$, equazione di una cicloide; e questa curva, come si è già notato, non può risolvere il nostro problema. Ma se $G=0$, le (δ), (ε) si riducono ad equazioni contenute, come casi particolari, nella (ζ).

Si conclude quindi: « *esiste una sola famiglia di curve piane che coincidono colla loro ottava evoluta e sono quelle rappresentate dall'equazione* (ζ) *fra il raggio di curvatura* ρ *e l'angolo* θ *che la tangente fa con una retta fissa* ».

§ 4.°

Osservazione.— Le 4 linee L, L_1, L_2, L_3 di cui la 1ª è una delle curve determinate al § 2°, e le 8 linee $L, L_1, \ldots, L_7$ di cui la 1ª è una delle curve determinate al § 3°, formano un ciclo chiuso, poichè partendo da una qualunque di esse e costruendo le sue successive evolute, si passa per tutte le altre curve del ciclo e si ritorna alla linea di partenza dopo avere costrutto di essa le prime quattro o le prime otto evolute.

Se si fa rotolare, senza strisciare, il piano contenente il gruppo delle quattro o delle otto curve precedenti sopra una sviluppabile qualunque, si ottengono nel 1 caso quattro e nel 2° otto superficie modanate (superficie *moulures* di Monge) ciascuna delle quali è quella falda dell'evoluta della precedente, che corrisponde alle linee di curva-

tura geodetiche; queste superficie formano un ciclo chiuso nel senso spiegato precedentemente.

Lo stesso avviene, come caso particolare, per le quattro o per le otto superficie generate dalle curve precedenti, nella rotazione del loro piano intorno a una retta qualunque contenuta in esso.

Parma, maggio 1891.

Rapporto *sulla nota del Prof.* Guido Grassi.

(Adunanza del dì 20 giugno 1891)

Chiarissimi Colleghi,

Vi è noto che nei galvanometri le deviazioni dell'ago magnetico non sono proporzionali alle intensità delle correnti che circolano pel telaio; ma perchè l'ago, a misura che si allontana dalla sua naturale posizione, da un lato vi è richiamato con maggiore vigore dall'azione magnetica terrestre e dall'altro è con minor forza sospinto dalla corrente, le deviazioni crescono assai più lentamente delle correnti stesse. Nella bussola delle tangenti, che è l'istrumento più usato per la misura delle correnti in unità assolute, la differenza tra le variazioni delle due grandezze è tale che, oltre un certo grado, un notevole accrescimento nella intensità della corrente non fa aumentare la deviazione che di quantità appena percettibile: talchè la sensibilità dell'istrumento decresce sempre da 0° a 90°, ove è assolutamente nulla.

Ad eliminare o rendere minimo un tale inconveniente, i fisici usano diversi sistemi: o collegano col 1° ago un altro in opposta direzione, o dispongono a qualche distanza una calamita che in gran parte compensi il magnetismo terrestre, o dispongono le cose in modo da rendere le deviazioni sempre piccolissime; ed in tal caso, per distinguerle e misurarle, incollano sull'ago magnetico uno specchio e vi dirigono contro un fascio di luce, il quale, riflettendosi, a guisa di un lungo indice imponderabile segna quelle deviazioni sopra una scala lontana.

Allo stesso oggetto di compensare la forza magnetica terrestre ed aumentare la sensibilità dei galvanometri e principalmente quella delle bussole delle tangenti, il Prof. Grassi ha escogitato un altro metodo ingegnosissimo, la cui esposizione e teoria forma oggetto della Nota che ha presentato all'Accademia.

Egli compensa il magnetismo terrestre non con un altro ago o altra calamita, bensì con la stessa corrente che vuole misurare, obligandola a circolare sopra un altro telaio disposto perpendicolarmente a quello consueto. Naturalmente cotesto 2° circuito, perpendicolare al meridiano magnetico, equivalendo ad uno speciale foglio o lamina magnetica, col variarne la grandezza e la distanza può regolarsi in modo da compensare più o meno esattamente il magnetismo terrestre. Inoltre per la forma geometrica e semplice dei due circuiti o sistemi di circuiti (il primario ed il compensante), si può calcolare con facilità la loro azione sull'ago e può anche ottenersi in serie rapidamente convergente l'espressione della intensità della corrente in unità assolute. Tale calcolo, giovandosi di formole note, esegue il Prof. Grassi, tanto nel caso che l'ago sia picco-

lissimo, quanto nel caso che abbia dimensioni non trascurabili rispetto a quelle dei due telai.

Per l'aggiunta del circuito compensante, come era facile prevedere, la sensibilità di tale bussola è molto maggiore di quella ordinaria. Il Grassi calcola pure cotesta sensibilità e trova alcuni risultati importanti e sono i seguenti: La sensibilità non è mai nulla; ma oscilla lentamente entro limiti che si possono sempre più avvicinare con lo scegliere convenientemente il circuito compensante ed all'uopo basta includerne o escluderne un qualche giro di filo. Inoltre la sensibilità si può rendere massima in corrispondenza di quella deviazione che si desidera; donde il vantaggio della lettura diretta e non della lettura ingrandita e per proiezione, a cui sopra abbiamo accennato.

Quello già detto basta, onorevoli colleghi, a mostrarvi la importanza della nota del Prof. Grassi e la ragione per cui la vostra Commissione vi propone che essa sia inserita nel Rendiconto della nostra Accademia.

L. Palmieri
E. Villari
L. Pinto, *relatore*.

Galvanometri compensati a sensibilità costante; nota *del Prof.* **Guido Grassi.**

(Adunanza del dì 20 giugno 1891)

Nella misura dell'intensità di una corrente elettrica i galvanometri ordinarî, all'infuori di quello a torsione di Siemens, offrono l'inconveniente di avere una sensibilità assoluta molto variabile; e propriamente nei primi gradi di deviazione la sensibilità è maggiore, poi va diminuendo continuamente man mano che la deviazione cresce.

Ciò si osserva particolarmente nella bussola delle tangenti, dove la sensibilità *assoluta* è proporzionale al quadrato del coseno dell'angolo di deviazione, e per conseguenza essa è massima a 0^0 poi va sempre diminuendo mentre l'ago devia; a 30^0 si riduce a $^3/_4$, a 45^0 è $^1/_2$, a 60^0 è $^1/_4$, a 75^0 scende a $^1/_{16}$ circa, poi decresce ancora più rapidamente.

Per ovviare a questo inconveniente bisogna limitare le osservazioni alle piccole deviazioni, che non oltrepassano 30^0, se si vuole che una data variazione nella intensità della corrente sia sempre misurata coll'egual grado di esattezza.

Io ho pensato di togliere invece questo difetto della bussola delle tangenti, e in generale di un galvanometro qualunque, colla seguente disposizione.

Al circuito ordinario del galvanometro o della bussola, collocato nel meridiano magnetico, ne aggiungo un altro detto *compensatore*, disposto normalmente al meridiano stesso e col suo asse passante pel centro dell'ago magnetico. La corrente stessa deve percorrere i due circuiti; ma quello compensatore deve esser percorso in direzione tale da produrre un campo magnetico contrario a quello terrestre.

Il calcolo della intensità, quando il galvanometro abbia la forma di una bussola di tangenti, si eseguisce facilmente.

Suppongasi di dare agli anelli circolari che portano i due circuiti dimensioni tali, rispetto a quelle dell'ago, da poter trascurare nella espressione dell'azione elettromagnetica della corrente i termini che contengono la 4^a potenza del rapporto fra la lunghezza dell'ago e il diametro del cerchio.

Sia r il raggio dell'anello parallelo al meridiano magnetico; d la distanza del suo piano dal centro dell'ago; a la distanza dal centro dell'ago al lembo del cerchio; n il numero delle spire; l la semilunghezza dell'ago.

Quando passa la corrente d'intensità i (in misura assoluta elettromagnetica), l'ago devia di un angolo α; la forza esercitata dalla corrente, in direzione normale all'ago, sull'unità di magnetismo è

$$f = 2\pi n i \frac{r^2}{a^3} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{r^2 - 4d^2}{a^2} (1 - 5 \operatorname{sen}^2 \alpha) \frac{l^2}{a^2} \right\} \cos \alpha .$$

Sia r_1 il raggio del cerchio compensatore, d_1, a_1, n_1 le quantità analoghe, come pel circuito precedente. La forza esercitata normalmente all'ago, sull'unità di magnetismo, ha un'espressione simile alla precedente, salvo che in luogo di α si deve porre il suo complemento; risulta la detta forza

$$f_1 = 2\pi n_1 i \frac{r_1^2}{a_1^3} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{r_1^2 - 4d_1^2}{a_1^2} (1 - 5 \cos^2 \alpha) \frac{l^2}{a_1^2} \right\} \operatorname{sen} \alpha .$$

Il magnetismo terrestre H esercita una forza, che, riferita pure all'unità di magnetismo e valutata in direzione normale all'ago, sarà

$$F = H \operatorname{sen} \alpha .$$

Affinchè vi sia equilibrio si deve avere

$$F = f + f_1 .$$

Fatte le sostituzioni, e ponendo per brevità,

$$A = \frac{n_1 r_1^2}{n r^2} \frac{a^3}{a_1^3}$$

$$B = \frac{3}{4} \frac{r^2 - 4d^2}{a^2} \frac{l^2}{a^2}$$

$$B_1 = \frac{3}{4} \frac{r_1^2 - 4d_1^2}{a_1^2} \frac{l^2}{a_1^2}$$

si ottiene

$$(1) \qquad i = \frac{H a^3}{2\pi n r^2} \frac{\tan \alpha}{1 + A \tan \alpha + B(1 - 5 \operatorname{sen}^2 \alpha) + A B_1 (1 - 5 \cos^2 \alpha) \tan \alpha}$$

Questa formola permette di calcolare l'intensità in misura assoluta quando siano conosciute le dimensioni dei due circuiti.

Se si costruisce la bussola in modo che il rapporto $\frac{l^2}{a^2}$ sia molto piccolo, come si fa d'ordinario, le costanti B e B_1 si possono trascurare e si ha

$$(2) \qquad i = \frac{H a^3}{2\pi n r^2} \frac{\tan \alpha}{1 + A \tan \alpha} .$$

Allo stesso risultato si giunge se, come nella bussola di Gaugain, si pongono i due circuiti a distanze

$$d = \frac{1}{2} r \qquad d_1 = \frac{1}{2} r_1$$

poichè allora B e B_1 si annullano.

Finalmente se i due cerchi, l'uno normale all'altro e di grandi dimensioni rispetto all'ago, si dispongono in modo che i loro centri coincidano con quello dell'ago, si ha

$$a = r \qquad a_1 = r_1 \qquad d = d_1 = 0$$

e quindi

$$i = \frac{Hr}{2\pi} \frac{\tan \alpha}{1 + A \tan \alpha} \tag{3}$$

dove

$$A = \frac{n_1 r}{n r_1}.$$

La legge secondo cui varia la sensibilità è sempre molto simile a quella espressa dalla formola (3), poichè la formola completa (1) differisce da quest'ultima soltanto per alcuni termini correttivi che modificano ben poco i risultati definitivi.

La differenza fra la (3) e la formola ordinaria della bussola delle tangenti consiste nell'aggiunta del termine $A \tan \alpha$ al denominatore; ed è appunto quest'aggiunta che permette di rendere la sensibilità quasi costante.

La sensibilità assoluta essendo il rapporto fra la variazione dell'angolo di deviazione α e la variazione dell'intensità, è facile dedurre dalla (3) che la detta sensibilità sarà espressa da

$$\frac{2\pi}{Hr} (\cos \alpha + A \operatorname{sen} \alpha)^2$$

mentre nella bussola delle tangenti è $\frac{2\pi}{Hr} \cos^2 \alpha$.

Anche la formola (2) ci dà la stessa legge di variabilità, salvo la costante. Scegliendo opportunamente il valore di A, ossia le dimensioni e la posizione del circuito compensatore si può ottenere una sensibilità che varia pochissimo da 0° fino a 90°.

Il termine $A \operatorname{sen} \alpha$ cresce fino ad $\alpha = 90°$, mentre $\cos \alpha$ diminuisce. È facile riconoscere che con $A = 1$ la sensibilità si mantiene fra limiti abbastanza ristretti fino a 90°.

Nella tabella seguente raccolgo i valori di

$$\frac{\tan \alpha}{1 + A \tan \alpha}$$

per $A = 0$ e per $A = 1$, cioè i valori relativi dell'intensità misurati colla bussola ordi-

naria delle tangenti e colla bussola compensata, essendo in questa i due circuiti eguali ed egualmente distanti dall'ago.

	Bussola tangenti		Bussola compensata	
α	$\tan\alpha$	Diff.	$\frac{\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$	Diff.
0	0		0	
		0,1763		0,1499
10	0,1763		0,1499	
		0,1877		0,1169
20	0,3640		0,2668	
		0,2133		0,0992
30	0,5773		0,3660	
		0,2618		0,0902
40	0,8391		0,4562	
		0,3526		0,0876
50	1,1917		0,5438	
		0,5403		0,0902
60	1,7320		0,6340	
		1,0155		0,0991
70	2,7475		0,7331	
		2,9238		0,1169
80	5,6713		0,8501	
		∞		0,1499
90	∞		1	

La stessa corrente che nella bussola delle tangenti dà 40° di deviazione, nella bussola compensata ne darebbe quasi 80°.

Le differenze successive segnate a fianco dei valori delle intensità servono a mostrare come varia la sensibilità. Così fra 50° e 60° nella bussola delle tangenti occorre un aumento di corrente $=0,5403$ per produrre una deviazione di 10°, mentre nella bussola compensata la stessa deviazione si ottiene con un aumento d'intensità $=0,0902$ cioè circa $^1/_6$ del precedente.

Lo stesso principio si può applicare a qualunque galvanometro. Quando non si voglia uno strumento per misure assolute, il rocchetto compensatore può ricevere una forma qualunque; se questo rocchetto si colloca a distanza opportuna si può ridurre od accrescere la sensibilità a quel grado che si desidera per qualunque deviazione. Quando si volesse ottenere una grande sensibilità bisognerebbe dare al rocchetto compensatore una azione prevalente rispetto all'altro.

La bussola compensata nel modo descritto sopra è utilissima in molte applicazioni, poichè essendo la sensibilità quasi costante fino oltre 80°, si può adottare il metodo di *lettura diretta*, cioè coll'indice e il quadrante graduato, invece di ricorrere alle bussole a riflessione come si deve fare per limitare le letture a piccole deviazioni. La compensazione poi non richiede che un secondo avvolgimento normale a quello ordinario. Se l'avvolgimento compensatore ha un diametro diverso dall'altro converrà regolare il numero delle spire in modo che sia

$$n_1 r = n r_1$$

ossia il uumero delle spire proporzionale al diametro. Se questa eguaglianza non si può effettuare esattamente, basterà tener conto del rapporto

$$\frac{n_1 r}{n r_1} = A$$

e introdurre questo nella formola (3).

Il rocchetto compensatore si può anche rendere mobile, cosicchè variando la sua distanza dall'ago si fa variare a piacimento la sensibilità dell'apparecchio.

Anche negli altri galvanometri la compensazione può presentare molti vantaggi, essendo utilissimo in molte misure e in molte applicazioni industriali avere dei galvanometri le cui indicazioni siano all'incirca proporzionali alle intensità delle correnti. Questi galvanometri dovendo sempre essere tarati e graduati empiricamente, non v'è alcun inconveniente se la proporzionalità non è perfetta; ciò che più si cerca è la sensibilità poco variabile.

Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche, fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1889; NOTA *del D.r* **F. Contarino.**

(Adunanza del dì 20 giugno 1891)

I risultati numerici esposti in questi Riassunti si deducono dalle osservazioni meteoriche giornaliere fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte *) alle 9^h a. m., alle 3^h ed alle 9^h p. m. di tempo vero, ore stabilite dalla Direzione della Meteorologia Italiana per gli studii della climatologia. Le osservazioni giornaliere sono state pubblicate mensilmente nei rendiconti della *R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche* di Napoli; questi riassunti comprendono i medii delle decadi, dei mesi e dell'anno, della pressione atmosferica ridotta a 0°, della temperatura ed umidità dell'aria e della quantità delle nubi, tenendo conto del numero dei giorni in ciascun periodo; i totali, relativi ai medesimi periodi, della pioggia e della evaporazione; il novero dei giorni in cui hanno soffiato i venti delle otto direzioni principali e quello dei giorni in cui lo stato del cielo ha subíto le diverse fasi più notevoli ed in cui si è osservata la gelata nel suolo.

1. *Pressione atmosferica.* — Le osservazioni della pressione atmosferica sono state fatte sopra un barometro del tipo Fortin, avente il pozzetto di $0^m.045$ di diametro ed il tubo di $0^m.011$ di diametro interno, costruito da Deleuil a Parigi, segnato col numero 2336.

Per questo barometro si è ritenuta la correzione $+0^{mm}.22$, comprendente errore d'indice e capillarità, che è risultata dal confronto eseguito in quest'Osservatorio, nel Febbrajo 1887, col barometro normale della *Direzione della Meteorologia italiana.*

Le riduzioni a 0° sono state eseguite col sussidio delle tavole meteoriche di Denza. I valori medii si sono dedotti dalle osservazioni delle 9^h a. m. delle 3^h e 9^h p. m.

2. *Temperatura dell'aria.*—Fin dal 1877 i termometri sono esposti all'aria, a nord della stanza di osservazione nel vano di una finestra di m. 1,38 di larghezza, 2,10 di altezza e 0,72 di profondità, sporgente sul muro esternamente per m. 0,33. Sono riparati dalle radiazioni della stanza da una invetriata a traverso la quale si osservano, e dalle radiazioni esterne mediante persiane; il cielo è completamente chiuso, ed il piano

*) Nel corso dell'anno 1889 le osservazioni furono eseguite dai signori Brioschi, Contarino, Angelitti e Canino — Le calcolazioni dei Riassunti sono state fatte dal signor Contarino sul Registro originale delle osservazioni.

su cui sono poggiati i termometri è di marmo, traforato con sei buchi di m. 0.06 di diametro.

I valori medii della temperatura dell'aria sono stati dedotti dalle osservazioni dirette delle 9^h a. m. e 9^h p. m. e da quelle dei termografi a minimo ed a massimo.

Per le osservazioni dirette è stato adoperato un termometro costruito da *Negretti* e *Zambra* di Londra, n.° 44030, a bulbo sferico di $0^m.009$ di diametro; per la temperatura massima il termometro *Casella*, Londra, n.° 26602, a bulbo sferico del diametro di m. 0.012 e per la temperatura minima un termometro ad alcole, dello stesso costruttore, n.° 19572, a bulbo sferico del diametro di $0^m.015$, con indice di smalto.

In tutti questi termometri, campionati nell'*Osservatorio di Fisica terrestre di Kew* in Inghilterra, le correzioni per la ineguaglianza del calibro dei tubi, non oltrepassando $0^o.1$, sono state sempre trascurate: quanto alle correzioni derivanti dallo spostamento dello zero, si sono adottati i seguenti valori, che risultarono da esperimenti eseguiti col ghiaccio fondente il 1° Gennajo 1889.

Termometro *Negretti* e *Zambra*, n.° 44030	correz.	$-0^o.5$
Termografo a massimo di *Casella*, n.° 26602 . . .	»	-0.3
Termografo a minimo di *Casella*, n.° 19572. . . .	»	0.0

3. *Umidità assoluta e relativa.* — L'umidità dell'aria si è ottenuta dalla osservazione del *psicrometro di August* munito del ventilatore Cantoni con le *Psychrometer-Tafeln* del Dott. Jelinek, pubblicate a Vienna nel 1876; e, nei casi d'impossibilità, con le *Tavole ad uso della Meteorologia italiana*, sempre trascurando la correzione dipendente dalla pressione atmosferica.

Dei termometri che costituiscono lo strumento uno è quello stesso usato per le osservazioni dirette della temperatura dell'aria, l'altro è uno eguale, portante il n.° 44029, dello stesso costruttore, col bulbo coperto da una pezzuola di mussola mantenuta sempre umida. La correzione del calibro nelle osservazioni fatte con questo termometro è stata parimenti trascurata e per quella dovuta allo spostamento dello zero si è adottato — 0°,3, risultata da determinazione fatta nello stesso giorno 1° Gennajo 1889.

4. *Quantità delle Nubi.* — La quantità delle nubi è stata stimata ad occhio in decimi di cielo coperto.

Relativamente allo annuvolamento i giorni sono stati classificati in *sereni o quasi*, *nuvoli* e *coperti o quasi*, annoverando nella prima classe quelli in cui la somma delle quantità delle nubi osservate nelle tre ore del giorno, espresse in decimi di cielo coperto era da 0 a 9; nella seconda quelli nei quali tale somma era da 10 a 20; e nella terza quelli in cui la stessa somma era da 21 a 30.

5. *Quantità della pioggia.* — La pioggia si raccoglie da una vasca di piombo a base quadrata di $0^m,60$ di lato, situata sul terrazzo della stanza di osservazione d'onde si versa in un recipiente sottoposto, col quale comunica un tubo di vetro, munito di una scala divisa in parti corrispondenti all'altezza di mezzo millimetro di pioggia, coll'ingrandimento di sette volte.

Non si registrano altezze di pioggia inferiori a $0^{mm},1$.

6. *Evaporazione.* — L'atmidometro è quello fornito dalla Direzione della Meteorologia e consta principalmente di un recipiente cilindrico di diametro $0^m,117$ ed al-

tezza $0^m,080$, e di una vite micrometrica, con la quale si misura in decimi di millimetro, l'altezza dello strato dell'acqua evaporatosi dal recipiente. — È esposto all'aria come i termometri, nella descritta finestra, e si osserva una volta al giorno, alle ore 9 del mattino.

7. *Venti.* — Lo strumento usato per l'osservazione dei venti è l'*anemografo della Direzione della Meteorologia italiana,* costruito dai Fratelli Brassart in Roma, ed impiantato nel 1888.

Nel Riassunto sono riportati i numeri delle volte in cui è stata osservata ciascuna delle otto direzioni principali della rosa dei venti, attribuendo le intermedie per metà a ciascuna delle due principali tra cui è compresa.

Pressione atmosferica a Capodimonte *)

nell'anno 1889

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	49.90	55.6	5-6	40.9	2	44.86	55.4	19	36.3	13	50.21	61.7	28	38.4	22	48.39
Febbrajo . .	42.44	50.1	6	34.7	9	45.38	58.1	19	33.2	15	38.96	44.8	25	28.5	21	42.50
Marzo . . .	47.86	53.2	7	38.8	1	44.38	53.2	18	32.7	14	43.23	51.1	24	31.9	26	45.10
Aprile . . .	40.22	49.6	1	32.7	9	44.65	57.1	20	36.7	16	48.16	57.1	21	41.9	26	44.35
Maggio. . .	45.95	51.7	6	42.8	1	45.60	49.4	12-13	43.3	18	45.22	48.9	22	39.2	25-26	45.58
Giugno. . .	46.81	48.8	7	43.9	5	48.21	50.3	14-19	46.1	13	48.76	50.7	29	47.2	26	47.92
Luglio . . .	49.16	52.1	10	46.4	6	48.71	52.7	11	44.9	20	47.55	52.6	31	40.9	27	48.44
Agosto . . .	49.59	53.1	1	46.2	10	49.07	52.7	18	45.1	11	49.93	54.1	29	46.5	21	49.54
Settembre .	50.71	52.7	2	48.7	6	48.08	52.1	18	42.0	15	45.53	53.5	27	38.7	29	48.11
Ottobre. . .	47.95	53.1	4	41.4	1	46.95	52.7	16	43.0	19	50.51	55.6	30	42.9	22	48.54
Novembre .	51.45	56.4	8	48.1	1	59.80	63.4	17-20	50.4	11	51.73	62.9	22	40.1	28	54.33
Dicembre. .	50.12	56.7	4	42.2	1	50.07	58.7	18	43.2	12	53.26	59.1	29	48.8	21	51.22
ANNO	47.87															

*) L'altezza della Stazione è di 149^{m} dal livello del mare. L'altezza barometrica è ridotta alla temperatura di 0° e diminuita di 700^{mm}.

Temperatura dell'aria a Capodimonte *)

nell'anno 1889

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	7.10	6.6	3	0.3	5	8.86	13.6	17	3.9	12	5.78	11.8	21	1.2	24	7.20
Febbrajo . .	8.10	12.6	2	2.1	10	7.85	13.4	19	1.7	14	6.82	12.6	28	1.8	25	7.65
Marzo . . .	8.05	15.8	10	3.2	7	9.51	16.8	11-12	0.3	16	10.05	14.7	24	5.0	30	9.29
Aprile . . .	10.92	14.0	5	5.2	4	12.30	19.1	20	7.3	19	14.43	22.9	24	8.3	27	12.55
Maggio. . .	18.01	24.7	9	13.0	1	18.38	26.9	14	13.5	12	19.61	27.8	31	15.0	26	18.70
Giugno. . .	21.15	27.7	1	16.3	5	21.08	28.9	20	16.5	16	22.85	30.1	27	18.1	29	21.69
Luglio . . .	22.20	28.7	10	17.4	1	25.40	21.3	19	20.2	17	22.94	29.6	22	15.7	29	23.49
Agosto . . .	24.81	30.5	6	19.6	1	23.78	29.7	19	18.2	16	21.63	28.7	21	16.0	30	23.35
Settembre .	22.06	27.8	5	18.0	4	17.80	25.1	12	9.7	18	19.59	23.6	23-24	14.4	27	19.82
Ottobre. . .	17.98	22.6	6	13.4	4	15.94	21.7	11	10.2	15	19.80	26.4	27	14.1	24	17.97
Novembre .	15.44	19.3	1	12.3	4	10.20	15.3	11	5.4	14	10.26	15.3	28	5.3	30	11.96
Dicembre. .	5.76	9.6	9	1.8	3	7.99	11.5	11	3.6	18	8.83	13.3	31	4.5	21	7.57
ANNO	15.15															

*) La scala dei termometri è la centesimale.

Umidità dell'aria a Capodimonte

nell'anno 1889

I. — Tensione del vapore

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	5.20	8.7	1	**2.3**	5	6.98	8.4	16	5.6	18	4.92	7.7	31	2.9	28	5.67
Febbrajo . .	6.82	10.0	2	3.0	10	6.15	9.5	12	3.7	17	6.13	9.9	27	3.9	22	6.38
Marzo . . .	6.42	9.1	10	4.4	7	6.99	10.6	12	3.7	17-18	6.95	10.1	21	3.4	29	6.79
Aprile . . .	7.83	9.9	8	4.9	3	8.19	10.6	16	5.3	19	8.77	13.3	24	5.8	26	8.26
Maggio . . .	11.08	12.6	3	8.7	2	11.53	14.0	20	9.1	12	12.99	14.8	27	10.6	22	11.90
Giugno . . .	13.11	17.1	1	8.3	7	13.30	15.8	18	11.5	12	14.83	17.2	27	11.4	25	13.75
Luglio . . .	14.44	17.9	10	10.5	2	16.40	**22.9**	12	9.7	18	14.81	20.0	24	9.5	29	15.21
Agosto . . .	16.96	20.3	10	12.2	1-9	15.76	20.0	19	12.3	15	14.12	19.1	21	6.6	29	15.11
Settembre .	14.75	18.1	6	10.7	4	11.05	15.5	14	6.2	18	13.37	16.8	26	7.2	27	13.06
Ottobre . . .	12.40	14.7	6-10	9.6	2-3	11.54	15.2	12	7.8	16	12.44	15.2	21	9.1	24	12.14
Novembre .	10.09	13.5	1	8.3	8	5.80	10.4	11	3.9	12	7.27	10.9	27	5.6	21-30	7.72
Dicembre . .	5.26	6.8	10	3.1	3	5.57	7.1	11-13	3.0	18	6.78	8.9	29	4.6	24	5.90
ANNO	10.18															

II. — Umidità relativa

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	65.8	91	2	42	7	79.9	95	13	63	18	67.3	98	30	41	28	70.9
Febbrajo . .	81.2	**100**	8	45	10	74.1	99	11-15	51	17-19	78.5	96	26-27	52	22	77.9
Marzo . . .	76.2	99	1	52	7	73.1	98	16	47	18	72.0	98	21	44	29	73.7
Aprile . . .	78.0	93	2	47	3	74.6	93	15-18	44	19	68.4	96	25	38	24	73.7
Maggio . . .	70.7	97	7	48	10	70.9	86	20	49	13-14	73.2	91	27	48	31	71.7
Giugno . . .	68.4	90	5	44	6	68.1	88	16	43	20	68.9	87	24-29	42	26	68.5
Luglio . . .	70.2	88	5	54	2	65.0	88	16	**31**	18	67.5	85	24	42	30	67.6
Agosto . . .	69.1	92	8	43	1	68.9	83	11	48	18	62.8	91	23	38	29	66.8
Settembre .	72.5	91	10	50	5	67.9	89	15	49	18	75.6	97	25	45	27	72.0
Ottobre . . .	78.0	95	8	58	3	82.6	97	13	53	16	71.4	96	31	43	27	77.2
Novembre .	74.8	92	1	61	3	58.4	79	17	41	15	75.8	**100**	26	54	21	69.7
Dicembre . .	74.6	96	7	50	3	67.5	83	13	37	18	76.9	98	27	52	23	73.1
ANNO	71.9															

Nubi, Precipitazioni ed Evaporazione a Capodimonte

nell'anno 1889

MESE	Quantità media delle nubi in decimi di cielo coperto				Numero dei giorni			Altezza totale della pioggia in millimetri				Numero dei giorni					Altezza totale dell'acqua evaporata in millimetri			
	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	sereni o quasi	nuvoli	coperti o quasi	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	con pioggia	con neve	con grandine	con temporale	con gelata	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese
Gennajo . .	4.0	6.2	4.1	4.8	13	8	10	19.5	38.8	7.3	65.6	12	1	2	1	5	14.6	9.8	17.4	41.8
Febbrajo . .	7.6	5.8	7.2	6.8	5	5	18	30.8	14.0	25.0	69.8	21	1	4	2	1	7.4	9.9	6.4	23.7
Marzo . . .	5.1	7.3	5.6	6.1	10	6	15	44.4	22.6	73.0	140.0	16	1	4	4	1	12.4	12.8	15.0	40.2
Aprile . . .	6.9	5.9	4.0	5.6	8	9	13	53.0	35.7	6.2	94.9	19	—	3	2	—	13.5	12.2	16.4	42.1
Maggio. . .	7.4	5.8	4.8	6.0	6	12	13	9.5	—	63.5	73.0	6	—	—	4	—	14 3	16.3	15.5	46.1
Giugno. . .	3.8	3.0	3.3	3.4	17	7	6	21.7	5.5	12.6	39.8	7	—	—	3	—	23.1	22.8	24.7	70.6
Luglio . . .	2.9	1.0	1.4	1.7	25	6	—	25.8	—	0.2	26.0	3	—	—	2	—	23.0	28.7	28.9	80.6
Agosto . . .	—	1.6	2.2	1.3	25	6	—	—	4.1	—	4.1	1	—	—	—	—	26.0	29.3	33.7	89.0
Settembre .	2.4	4.6	5.1	4.0	12	12	6	38.7	28.1	79.9	146.7	9	—	—	1	—	19.0	21.8	18.1	58.9
Ottobre. . .	5.6	5.5	3.9	4.9	12	9	10	34.9	153.2	20.2	208.3	18	—	1	3	—	16.7	10.8	23.8	51.3
Novembre .	4.3	0.6	4.8	3.2	18	5	7	12.2	—	69.0	81.2	7	—	1	—	—	14.8	19.5	12.3	46.6
Dicembre. .	5.7	4.5	5.9	5.4	11	7	13	41.2	0.4	127.2	168.8	11	—	1	2	—	12.5	14.3	11.9	38.7
ANNO	4.4				162	92	111	1118.2				130	3	16	24	7	629.6			

Frequenza dei venti a Capodimonte

nell'anno 1889

MESE	Numero delle volte in cui ha soffiato il vento							
	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW
Gennajo	17	39	10	4	4	7	3	9
Febbrajo.	14	8	10	4	6	27	8	7
Marzo	9	23	18	3	3	16	14	7
Aprile	6	6	6	5	5	25	26	11
Maggio	14	14	9	8	6	15	20	7
Giugno.	9	11	6	5	8	25	21	5
Luglio	6	7	7	3	14	21	26	9
Agosto.	2	5	10	3	8	15	41	9
Settembre	12	16	8	3	9	10	22	10
Ottobre	10	6	5	10	17	21	18	6
Novembre	22	19	13	3	3	12	10	8
Dicembre	36	27	11	4	4	2	2	7
ANNO	157	181	113	55	87	196	211	95

Ripetizione, nel dì 7 Giugno di questo anno, dei fenomeni notati nello scorso anno il 17 dello stesso mese, all' Osservatorio vesuviano, in occasione delle due ecclissi solari avvenute in detti giorni; NOTA *del Socio Ordinario* **Luigi Palmieri.**

(Adunanza del dì 13 giugno 1891)

Nello scorso anno informai l'Accademia de' due fenomeni ch'ebbi occasione di notare all'Osservatorio vesuviano, durante l'ecclissi solare del dì 17 giugno, parziale per noi, che in quel giorno accadeva, cioè:

1° un grande incremento nell'attività dinamica del cratere del Vesuvio, che si annunziava, con copia di fumo emesso con forza, e di color rossiccio dipendente dall'abbondanza di cloruro ferrico che trasportava, con forti e ripetute detonazioni o boati e con numerosi proiettili incandescenti spinti a notevole altezza;

2° messo il Galvanometro nel circuito della corrente tellurica, l'indice di questo pativa continue e notevoli oscillazioni, in modo che non fu possibile avere il valore galvanometrico definitivo della corrente anzidetta.

Dissi che il primo fatto lo trovavo consono ad una legge da me annunziata, fondata non solo sopra molti anni di osservazioni proprie, ma eziandio dallo studio retrospettivo di tutte le grandi conflagrazioni vesuviane, le quali avvennero sempre o al novilunio o al plenilunio.

Del secondo fatto non seppi dare alcuna ragione, ed aspettavo l'occasione per vedere se in casi simili si ripetesse. Ora con l'ecclisse del 7 Giugno di quest'anno si ebbe non solo una fase eruttiva alquanto cospicua apparsa nelle ore pomeridiane, ma eziandio i movimenti oscillatorî dell'indice del nuovo istrumento sostituito al galvanometro, mostrarono la perfetta ripetizione de' fatti osservati nello scorso anno, onde non pare trattarsi di casuali coincidenze.

Il Vesuvio e la Solfatara contemporaneamente osservati; NOTA *del Socio Ordinario* **L. Palmieri.**

(Adunanza del dì 13 giugno 1891)

Dissi già in altra occasione come avendo il prof. Giuseppe De Luca, proprietario della Solfatara di Pozzuoli, istituito in un fabbricato che è all'ingresso di quel vecchio cratere un osservatorietto meteorologico e geodinamico assistito dal signor A. Barbieri, io ho potuto stabilire una serie di osservazioni simultanee tra l'attività del Vesuvio e quella della grande fumarola della Solfatara, che subisce frequenti variazioni non solo nella copia del fumo che emette nella quale vi potrebb'essere illusione per le diverse condizioni igrometriche dell'ambiente, ma nell'impeto eruttivo col quale il fumo è spinto fuori di quella caverna. Queste osservazioni durano ormai da circa quattr'anni ne' quali il Vesuvio ha continuato il suo lungo periodo eruttivo d'indole stromboliana cominciato già nel 1875. In questi quattr'anni le fasi eruttive del Vesuvio sono state poco cospicue, cionondimeno ebbi occasione di notare frequenti coincidenze tra le maggiori attività della Solfatara e il più grande dinamismo del cratere Vesuviano.

Ora in occasione di una recente fase eruttiva di una certa intensità cominciata

nelle ore pomeridiane del dì sette di questo mese di giugno e che è durata fino al 14 con emissione di una sufficiente quantità di lava che si è versata nell'Atrio del Cavallo, ho potuto fare un confronto colle osservazioni trasmessimi dal Barbieri dalla Solfatara ed ho trovato che il maggiore impeto eruttivo di quella grande fumarola raggiunse nel giorno cinque il massimo grado di sua attività e lo continuò fino al giorno tredici. La temperatura dell'acqua termo-minerale che si trova poco lungi in un pozzo sorgivo guadagnò di temperatura di circa due gradi e vi si mantenne dal giorno quattro fino al giorno tredici. La temperatura del suolo che si suole misurare ogni giorno, crebbe anch'essa fino al giorno dodici in cui segnava 106; si notarono poi leggere oscillazioni microsismiche.

Se accadranno altre fasi eruttive di una certa intensità sarà agevole ravvisare fino a quel punto la Solfatara accompagni il Vesuvio. Mi propongo di provvedere il Barbieri di un termometro a massimo per esplorare la temperatura del vapore che esce dalla grande fumarola, giacchè i nostri maggiori scrissero cose contradittorie riguardo alla corrispondenza tra l'attività del Vesuvio e quella della Solfatara di Pozzuoli, perchè a quei tempi non v'era chi potesse giornalmente fare osservazioni simullanee sull'uno è sul'altro lvnlcano.

Avanzi di animali fossili rinvenuti presso Gioia del Colle, in Provincia di Bari; NOTA *del Socio Ordinario* G. Nicolucci.

(Adunanza del dì 6 giugno 1891)

Nel giugno del 1887 il signor Ministro della Istruzione Pubblica mi affidava l'incarico di recarmi in Gioia del Colle, in Provincia di Bari, a fine di prendere conoscenza di alcuni fossili che vi s'erano rinvenuti, e dare il mio giudizio sulla importanza degli stessi.

Del risultato della mia gita io inviai relazione al signor Ministro in data dell'8 luglio di quell'anno, ed ora, benchè assai tardi, mi reco ad onore darne comunicazione anche a questa nostra reale Accademia.

A poco più di tre chilometri a mezzogiorno dell'abitato di Gioia, nella contrada che chiamasi *Coticcia*, e propriamente in un podere del signor D. Giuseppe Resta, a sinistra della strada che mena a Laterza, mentre alcuni operai erano intenti a scavare un fosso per interrarvi le pietre che si toglievano dal terreno per piantarvi una vigna, alla profondità di circa un metro dalla superficie del suolo s'incontrarono in alcune ossa, che, per la straordinaria loro grandezza, destarono la maraviglia di quei contadini.

Sparsasi la voce della scoperta, i più curiosi fra i cittadini di Gioia si recarono su quel luogo, e ne trassero e portarono a casa quanti più pezzi potettero di quelle reliquie, i quali, dispersi qua e là, non è stato possibile raccoglierli tutti ed esaminarli.

Recatomi il giorno 19 dello stesso mese di giugno di quell'anno in Gioia, ed ivi accolto con ogni specie di cortesie dal Sindaco, dal proprietario del fondo e da altri gentiluomini di quella vaga cittadina, col consenso del proprietario, feci riprendere gli scavi, che erano stati sospesi per ordine del Ministro, e in poco più di due giorni potei riunire una discreta serie di fossili, e raccogliere altri elementi che potevano dar luce a que' trovamenti.

Il territorio di Gioia, elevato per 360-365 metri sul livello del mare, quasi ad egual distanza dall'Jonio e dall'Adriatico, è tutta una vasta pianura coltivata a cereali, ed abbellita da rigogliosi vigneti.

La sua costituzione geognostica, per nulla dissimile da quella generale della Puglia piana, risulta da potenti strati di un calcare miocenico, che per la sua bianchezza e la sua grana fina, quando sia lavorato e levigato, non invidia punto, tranne la lucentezza, i più bei marmi di Carrara. Un leggero strato di terra vegetale lo ricopre, onde, per lavorare profondamente il terreno, fa mestieri rompere col piccone quel calcare, e dalle sue sgretolature ottenere elementi che, in contatto dell'aria e dell'acqua si convertono in suolo produttivo.

Nel luogo ov'erasi già iniziato lo scavo quel calcare fa difetto, e in uno spazio circolare di circa sei metri di diametro, nettamente limitato, vi si presenta una specie d'imbùto, o scolatoio ove filtrano le acque del sottosuolo, e si disperdono per occulti meati.

Qual esso è oggidì, tale pure doveva essere in antico l'officio di quell'imbuto. Nell'epoca alluvionale una parte delle acque torrenziali dell'Alto Barese doveva confluire probabilmente verso quel luogo, che è nel centro del più basso declivio della pianura, e quelle acque, coinvolgendo quanto si parava ad esse dinanzi, e trascinando seco i carcami degli animali ch'erano sparsi lungo il lor cammino, li deponevano in quella fossa ove rimasero confusi fra loro, e furono quindi ricoperti da un terreno di trasporto che ne livellava la superficie con quella del suolo circostante.

Avvalora questa congettura il modo onde i fossili son contenuti in quel deposito. Le ossa tutte disgiunte e senz'ordine e connessione fra loro; di alcuni animali appena qualche dente, di altri qualche vertebra, o qualche punta di corno; insomma tale massa caotica di frammenti da non potersi credere essere ivi pervenuti altrimenti, se non per opera di correnti che ve li trasportarono già morti e disfatti.

Negli scavi da me fatti eseguire con ogni diligenza in tutto l'àmbito di quel deposito fossilifero fino alla profondità di tre metri, si raccolsero ossa di *elefanti*, di *bue*, di *cervo*, di *capriuolo* e di parecchi *carnivori*. Il maggior numero sono ossa elefantine: pezzi di bacino, di scapole, vertebre, frammenti di femori e di tibie, un pezzo di zanna, due denti molari ben conservati, e frammenti più o meno grandi di altri cinque o sei.

Que' denti son proprî d'individui di età e di grandezza diversi; de' due interi, l'uno, che è un secondo molare inferiore destro, è più piccolo, ed ha le lamine trituranti molto consumate, onde si rivela di un essere femmineo ch'era già molto innanzi negli anni allorchè venne a morte. L'altro, che è un secondo molare sinistro, è più grande, e mostra chiaramente l'età giovanile dell'individuo al quale apparteneva. La lunghezza della corona del primo, dal fronte al tallone, è 210, e la sua maggior larghezza, fra il 5° e 6° disco, 75 mm. Il secondo, misurato nelle stesse parti, è lungo 240, e largo 89 mm. Hanno però l'uno e l'altro la medesima forma generale, la stessa estensione romboidale de'dischi, lo stesso increspamento delle lamine. Il numero dei dischi è parimenti eguale in entrambi, chè son dodici in ciascun dente, esclusi il fronte ed il tallone, ed eguale altresì è l'indice dentario, cioè la proporzione tra la larghezza e la lunghezza del dente, che è come 37 : 100

Tali caratteri dentarî sono appunto quelli che si appartengono a quella specie di

Elefante fossile, che un tempo confuso con l'*E. primigenius*, il Falconer elevò a specie nuova, e chiamò *E. antiquus*, nome oggi adottato da tutti i paleontologi.

In Italia è piuttosto comune. Se ne sono trovati avanzi nelle provincie superiori, nelle centrali e nelle meridionali, e sopratutto in Sicilia che ne ha presentato il numero maggiore.

I terreni in cui si sono incontrati sono il pliocene e il post-pliocene, sicchè pare, che quel proboscideo vivesse già presso di noi nell'epoca pliocenica, e vi protraesse la sua esistenza fino all'età quaternaria, perocchè al post-pliocene è da riferirsi appunto quel deposito che racchiudeva in Gioia del Colle i carcami di que' fossili che non vi giunsero altrimenti, se non trasportati da correnti quaternarie.

La presenza del *bue* non si è rivelata che per alcuni denti molari isolati, ed un frammento di mascella inferiore, i quali, per la grandezza loro, si possono riferire al *Bos primigenius* del Bojanus, o *Bos trochoceros* del Meyer.

Del *cervus elaphus* si raccolsero due prime vertebre cervicali, un frammento di mascella inferiore destra co' suoi denti molari, qualche dente incisivo e la base del palco delle corna con parte del ramo oculare.

Diversi cranî frammentati, uno de' quali con porzione del fusto del corno destro, appartengono al *capriuolo*, e propriamente a quella specie che il Cuvier chiamava *Chevreuil des tourbières*, e il Laurillard *Capreolus fossilis*.

Con cotesti animali si raccolsero ancora frammenti di parecchi altri appartenenti a diverse specie di carnivori.

Un grosso dente ferino ed uno molare superiore sinistro, per la forma e grandezza loro, non pare dubbio, che debbano essere riferiti alla *Hyœna spelœa*, che si è incontrata frequente ne' terreni pliocenici e post-pliocenici d'Italia, non meno che d'altre parti di Europa.

Un frammento di mascella inferiore sinistra con un premolare, un molare ed un ferino, ha grande rassomiglianza con la dentizione della *Felis Christolii*, di cui parmi possa essere un rappresentante.

Probabilmente ad altre specie di carnivori appartengono diversi altri denti molari e ferini che sono stati raccolti in quello stesso deposito, e che ora si trovano riuniti, insieme con gli altri fossili descritti, nel nostro Museo di Geologia, ma io non oso pronunziare alcun giudizio intorno a quelle reliquie di cui tanto dubbiosa è la determinazione.

Tali sono i fossili raccolti nello scavo di Gioia del Colle. Essi non presentano, è vero, elementi nuovi onde la scienza potesse avvantaggiarsi, ma hanno grande importanza relativamente alla Paleontologia italiana, tanto per il luogo in cui sono stati rinvenuti, che è il solo fin qui della Provincia di Bari che abbia fornito quelle specie di fossili, quanto per la presenza della *Felis Christolii* che si è affermata la prima volta tra i fossili italiani, e che può giustamente caratterizzare il deposito fossilifero di Gioia del Colle.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di giugno 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° Gennaio al 30 Aprile 1891.
— Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno VIII, 1891, fasc. II, Marzo-Aprile.
Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica . . . . . ROMA
Annali di Statistica. Statistica industriale. Fasc. XXVIII, Campobasso, fasc. XXIX, Potenza, fasc. XXX, Foggia.
Institut international de Statistique . . . . . ROME
Bulletin, Tome V, 1re livraison, Année 1890.
Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele. . . . . ROMA
Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, Vol. VI, N.° 4 e 5, Aprile e Maggio 1891.
Reale Accademia dei Lincei . . . . . ROMA
Atti, Ser. IV, Rendiconti, Vol. VII, fasc. 9°-10°. Roma 1891.
Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei. . . . . ROMA
Atti, Anno XLIV, 1891, Sess. 3ª, del 15 febb. 1891.
Specola Vaticana . . . . . ROMA
Pubblicazioni, Fasc. I, 1891.
Periodico di Matematica per l'insegnamento secondario . . ROMA
Anno VI, 1891, fasc. 3°, maggio e giugno.
Società degli Spettroscopisti italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XX, disp. 3-5, marzo-maggio 1891.
Istituto d'Igiene sperimentale della R. Università di. . . . ROMA
Annali, Vol. I, (Nuova Serie), fasc. I, 1891.
Reale Istituto d'Incoraggiamento di . . . . . NAPOLI
Rendiconto. Anno IV, fasc. 3° e 4°, marzo e aprile 1891.
Società dei Naturalisti in. . . . . , NAPOLI
Bollettino, Ser. I, Vol. V, Anno V, 1891, Fasc. 1°.
Rivista scientifico-industriale. . . . . FIRENZE
Anno XXIII, 30 Aprile 1891, N.° 8.
Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1891, N. 129-131, maggio e giugno.
— Indice alfabetico delle opere (Sev.-Zur.); Indice degli atti Parlamentari. Indice degli Atti amministrativi dei Comuni e delle Provincie.

R. Accademia dei Fisio-critici . . . . . SIENA.
Atti, Ser. IV, Vol. III, fasc. 3-4. 1891,

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 8, 9 e 12.

Società Ligustica di Scienze naturali e geografiche . . . . . GENOVA
Atti, Vol. II, N. 2, Maggio 1891.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. XI, N. 4 e 5, aprile e maggio 1891.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di Agricoltura e Atti. Anno LI, 1891, N. 4 e 5 Aprile e Maggio.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XX, fasc. 4°, Aprile.

Società italiana dei Microscopisti . . . . . , . . ACIREALE
Bollettino, Vol. I, fasc. 4°.

R. Società Economica . . . . . SALERNO
Il Picentino, Anno XXXIV, 1891, fasc. 4-5, aprile-maggio.

Reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . PALERMO
Bullettino, Anno VII, N. 1-6, 1890, Gennaio-Dicembre.

RAINA Dr. MICHELE.— Sul metodo grafico nel calcolo delle eclissi solari. (Nota estr. del Rend. del R. Ist. Lomb., fasc. 9 e 10).

D'OVIDIO ENRICO.—Teoremi sulle coniche della metrica proiettiva. Nota, Torino 1891.

Cinquantesimo Anniversario dell'insegnamento di ARCANGELO SCACCHI, Napoli, 1891.

RICCARDI Dott. PAOLO:

1.° Cefalometria dei Modenesi moderni, Modena 1883.
2.° Saggio di un catalogo bibliografico antropologico italiano, Modena 1883.
3.° Statura e condizione sociale studiate nei modenesi contemporanei, Firenze 1885.
4.° Crani e oggetti degli antichi Peruviani, Firenze 1886.
5.° La grande apertura delle braccia in rapporto alla statura, studiata specialmente nei Bolognesi, Bologna 1886.
6.° Intorno a due curiosi ornamenti personali in quarzo degli indigeni del Brasile, Firenze 1887.
7.° Circonferenza toracica e statura studiate a seconda de l'età e del sesso in una serie di Bolognesi, Pavia 1887.
8.° La statura dei Bolognesi contemporanei studiate in rapporto al sesso e a l'età, Modena 1887.
9.° Contribuzione all'antropologia del sordo-mutismo, Firenze 1889.
10.° Pregiudizii e superstizioni del popolo modenese. Modena 1890.
11.° detto. Firenze 1891.

12.° Di alcune correlazioni di sviluppo fra la statura umana e l'altezza del corpo seduto. Modena 1891.

MELI ROMOLO.— Notizie bibliografiche sulle rocce magnetiche della Provincia Romana, seguite da alcune considerazioni sui valori della declinazione magnetica determinati per Roma. Roma 1891.

DENZA P. FRANCESCO:

1.° Le stelle cadenti di Agosto e di Novembre, 1890.
2.° Variazioni della temperatura a diverse altezze, 1890.
3.° Piogge singolari, 1890.
4.° Sulle osservazioni della declinazione magnetica eseguite da *Mons. Filippo Gilii* alla specola Vaticana e sulla declinazione magnetica in Roma.

Bureau international des Poids et Mesures . . . . . PARIS
Travaux et Mémoires, To. VII, 1890.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes-rendus hebdomadaires des séances. To. CXII, Nos. 18-23, Mai-Juin 1891.
— Tables du second semestre 1890.

Société d'encouragement pour l'Industrie nationale . . . . PARIS
Compte-rendus bi-mensuel des sèances, N. 8-9, Mai 1891.
— Bulletin, Année 1891, To. VI, 4e Série, No. 65.

Société mathématique de France . . . . . PARIS
Bulletin, To. XIX, No. 4, 1891.

Nouvelles Annales de mathématiques . . . . . PARIS
Troisième série, To. X, Avril-Mai 1891.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
II Série, To. XV, Avril 1891.

École normale supérieure . . . . . PARIS
Annales scientifiques. Troisiéme série, To. VIII, Année 1891, No. 5, Mai.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal universel d'électricité, XIII Année, 1891, To. XL, Nos. 19 24.

L'Électricien . . . . . PARIS
(Revue Intern. de l'électr. et de ses applications). 2e Série, To, 1r, Nos 19-24, 1891.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées . . . . . PARIS
2e Année, 1891, Nos. 9-11.

CAUCHY AUGUSTIN.— Oeuvres complètes publiées par l'*Académie des Sciences de Paris*, II Série, To. IX. Paris 1891.

Société Nationale des Sciences naturelles et mathématiques . . CHERBOURG
Mémoires, To. XXVI, (III Série, To. VI), 1889.

Royal Society . . . . . LONDON
Proceedings, Vol. XLIX, No. 299.

Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Nos. 404-408.

Royal Astronomical Society. . . . . LONDON
Monthly Notices, Vol. LI, No. 6-7, April-May, 1891.

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal, Vols. LIX & LX, No. 342, May 1891.
— Proceedings. Session 1891-92, No. 97.

British association for the advancement of Science . . . . . LONDON
Report of the sixtieth meeting held at Leeds in September 1890, London 1891.

British Museum (natural History) . . . . . LONDON
Report on the zoological collections made in the Indo-Pacific Ocean during the voyage of H. M. S. Mert, 1881-82, London 1884.
— Catalogue of Blastoidea in the Geological department, 1886.
— General Guide to the British Museum, 1889.
— Guide to the Galleries of Mammalia (mammalian, otteological, cetacean, in the department of Zoology, 1887.
— A guide to the gould collection of Humming-birds, 1887.
— Guide to the shell and starfish Galleries, (Dep. of Zoology), 1887.
— Guide to the Galleries of Reptiles and Fishes (Dep. of Zoology) 1888.
— Guide to the collection of fossil fishes. (Dep. of Geology and Pataeontology), 1888.
— A Guide to the exibition Galleries (Dep. of Geol, and Palaeont.) Part I and II, 1890.
— A Guide to the Mineral Gallery, 1889.
— The student's index to the collection of Minerals, 1889.
— An introduction to the Study of Minerals, with a guide to the Mineral Gallery, 1889.
— An introduction to the Study of Meteorites, with a list of meteorites represented in the collection, 1890.

Nature. . . . . LONDON
A weekly illustrated Journal of Science, Vol. 43, Ind. e front., Vol. 44, Nos. 1023-1028.

Royal Irish Academy . . . . . DUBLIN
Transactions, Vol. XXIX, Part XV, March 1891.

K. K. Geologische Reichsanstalt. . . . . WIEN
Verhandlungen, N. 5-7, 1891.

Kgl. Ung. Geologische Anstalt . . . . . BUDAPEST
Jahresbericht für 1889.
— Mittheilungen, IX Bd. 3 u. 4 Heft.

Ungarische geologische Gesellschaft . . . . . BUDAPEST
Földtani közlöny, XXI Kötet, 1-3 Füzet 1891, Januárius-Márczius.

Académie des Sciences de. . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes-rendus, Avril 1891.

Archiv der Mathematik und Physik. . . . . . LEIPZIG
2 Reihe, X Theil, 2 Heft, 1891.

Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. . . . . . LEIPZIG
(Mathem.-physische Classe), Berichte, I, 1891.

HAHN REINHOLD. — Mikrometrische Vermessung des Sternhaufens Σ 762, N.° III.

Kon. Böhm. Gesellschaft der Wissenschaften . . . . . , PRAG
Jahresbericht für das Jahr 1890.
— Sitzungsberichte, 1890, II.

Kgl. Bayerische Akademie der Wissenschaften. . . . . . MÜNCHEN
Almanac für das Jahr 1890.
— Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe, 1890, Heft I-IV.
— Rerum cognoscere causas. Ansprache, 1891.
— Abhandlungen der math.-phys. Classe, XVII Bd., 2 Abth. 1891.

Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu . . . . . GÖTTINGEN
Abhandlungen, XXXVI Bd., 1889-90.
— Nachrichten aus dem Jahre 1890, Nro. 1-16.

Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften zu. . . . . . MARBURG
Sitzungsberichte, Jahrg. 1890.

Academia Real das Sciencias de. . . . . . LISBOA
Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. II Série, Com. I, Num. 1-5, Março 1889. Setembro 1890.
— *Luiz Lopes Alfredo.* A moderna cirurgia pulmonar, Lisboa 1888.
— *Horta I. P.* Estudo elementar dos determinantes, Lisboa 1889.
— *Ribeiro José Silvestre.* Historia dos estabelecimentos scientificos litterarios e artisticos de Portugal nos successivos reinados da monarchia, Tomo XVI, Lisboa 1889.
— *Da Orta Garcia.* Coloquios dos simples e drogas da India. Lisboa 1891.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
17me Année, 1891, No. 12, Mars.

Nyt Tidsskrift for Mathematik . . . . . KJÖBFNHAVN
A. II Aargang, Nr. 1-2.
B. » » 1.

Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. . . . HARLEM
Tome XXV, 1re livraison, 1891.

Archives du Musée Teyler . . . . . HARLEM
Série II, Vol. III, 5e partie.

Académie Impériale des Sciences de . . . . . ST.-PÉTERSBOURG
Mémoires, To. XXXVII, N. 8-13, To. XXXVIII, N. 1-2, 1890.
— Bulletin, Nouv. Série, I, No. 4 et dernier.
— Mélanges asiatiques tirés du Bulletin, Tome X, livr. I.
— Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1891 zur Bestimmung von Zeit und Azimut, von *W. Döllen*, 1890.
— Catalog von 5634 Sternen für die Epoche 1875, O aus den Beobachtungen am Pulkowaer Meridiankreise während der Jahre 1874-1880 von *H. Romberg*, 1891.

Société enthomologique de Russie. , ... ST.-PÉTERSBOURG
Horae variis sermonibus in Rossia usitatis editae. To. XXIV, 1890.

Nicolai-Haupsternwarte . . . . . ST.-PÉTERSBOURG
Bericht für die Periode 1887 Mai 1 (13), bis 1889, November 1 (13), 1890.

Societas pro fauna et flora fennica . . . . . HELSINGFORSIAE
Acta, Vol. V, Pars I, 1888.
— Meddelanden 15 Häftet, 1889.
— Notae conspectus florae fennicae auctore *Hjalmar Hjelt*, 1888.
— Herbarium Musei Fennici. Editio secunda, I, Plantae vasculares, 1889.

Société Impériale des Naturalistes de . . . . . MOSCOU
Bulletin, Année 1890, N. 2-3 avec supplément.

Observatoire météorologique de l'Université d' . . . . . UPSAL
Bulletin mensuel, Vol. XXII, Année 1890.

United States Geological Survey . . . . . WASHINGTON
Bulletin, Nos. 58 61, 63, 64, 66.
— Ninth Annual Report, 1887-88 by *I. W. Powel*, Director.
— Monographs, Vol. I. Lake Bonneville by *Grove Karl Gilbert.*
— Mineral resources. Calendar year 1888.

Smithsonian Institution. . . . . . WASHINGTON
Annual report of the Board of Regents for the year 1888, 2 vols.

New York Academy of Sciences. . . . . . NEW-YORK
Transactions, 1889-90, Vol. IX, Nos 5-8 and general Index.
— Annals, Vol. IV, index; Vol. V, Nos. 4-8, 1890.

Johns Hopkins University . . . . . BALTIMORE
Circulars, Vol. X, 1891, Nos. 87-88.
— American Journal of Mathematics, Vol. XIII, N. 1-2.
— American Chemical Journal. Vol. 12, Nos. 6-8, Vol. 13, Nos. 1.
— Studies from the Biological Laboratory, Vol. IV, No. 7.

Academy of Natural Sciences. . . . . . PHILADELPHIA
Proceedings, Part II, April-September 1890.

University of Nebraska . . . . . LINCOLN
Fourth Annual Report of the Agricultural Experiment Station of Nebraska, 1891.
— Bulletin, Vol. IV, No. 16.

Academy of Science . . . . . ROCHESTER
Proceedings, Vol. I, N. 1.

Geological and Natural History Survey of Canada. . . . . MONTREAL
Catalogue of Canadian Plants. Part V. Acrogens.
— List of Canadian Hepaticae.
— Contributions to Canadian Palaeontology, Vol. III, N. 4.

Sociedad Cientifica «Antonio Alzate» . . . . . MÉXICO
Memorias y revista, To. IV, Cuad. N. 5 y 6. Nov.-Dic. 1890.

Estadistica de la República Mexicana . . . . . MÉXICO
Boletin semestral, Año de 1889, N. 3.

Observatorio Astronómico nacional de. . . . . TACUBAYA
Boletin, To. I, N. 3.

Observatorio meteorológico del Colegio Pio de Villa Colon . . MONTEVIDEO
Boletin Mensual. Año III, 1891, N. 2.

Instituto Historico e Geographico Brazileiro . . . . . RIO DE JANEIRO
Revista trimensal, To. LIII, Parte 2ª (3° e 4° trimestres 1890).

Museo Nacional do . . . . . RIO DE JANEIRO
Archivos, Vol. VII, 1887, 1°-4° trimestres.
— *Netto Ladisláu*. Le Museum National de Rio de Janeiro et son influence sur les sciences naturelles au Brésil. Paris 1889.

California Academy of Sciences . . . . . SAN FRANCISCO
Occasional Papers, Vols. I and II, 1890.

Magnetical and Meteorological Observatory at. . . . . BATAVIA
Observations, Vol. XII, 1889.

Royal Society of New South Wales . . . . . SYDNEY
Journal & Proceedings, Vol. XXIII, 1889, Part II.

Fascicolo 7° e 8° ANNO XXX. Luglio e Agosto 1891

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 20 *giugno* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Pinto legge il rapporto sulla nota del Prof Guido Grassi, presentata dal socio Villari nella passata adunanza, e ne propone a nome della intera commissione la pubblicazione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Oglialoro presenta una nota del Prof. A. Piutti, intitolata: *Osservazioni sui lavori di Hantzsch e Cramer sulle monossime dell'acido succinico.* Il Presidente incarica i socî Bassani, Scacchi ed Oglialoro di riferirne all'Accademia.

Il socio Palmieri comunica una nota avente per titolo: *Il Vesuvio e la Solfatara contemporaneamente osservati,* e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto.

Il socio Fergola presenta i *Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1889,* e ne domanda la pubblicazione nel Rendiconto.

Dopo il Presidente chiude la seduta pubblica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 *luglio* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Presenta pure, già stampato, il fascicolo del Rendiconto del mese di giugno.

A proposta dello stesso Segretario si delibera di accettare il cambio delle pubblicazioni offerto dalla *Società fisico-matematica di Kasan* e di spedire il Rendiconto a cominciare da questo anno.

Il socio Nicolucci fa omaggio all'Accademia delle seguenti tre sue memorie pubblicate negli Atti dell'Accademia Pontaniana: 1.ª *Gli Aryi e le origini europee*; 2.ª *Un periodo preistorico. — L'età del ferro*; 3.ª *I Semiti, quel che furono e quel che oggi sono.*

Il socio Bassani legge il rapporto sulla nota del Prof. A. Piutti, presentata dal socio Oglialoro nella passata adunanza, proponendone la pubblicazione nel Rendiconto. Fattasi la votazione, le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Villari presenta una nota dei Dottori Ciccone e Campanile, intitolata: *Determinazione del coefficiente di elasticità dell'avorio e misura della velocità di propagazione del suono nella stessa sostanza.* Il Presidente nomina i socii Palmieri, Pinto e Villari per riferirne all'Accademia.

Dopo l'Accademia resta riunita in seduta privata per affari di amministrazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 11 *luglio* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Fergola presenta una nota del Dottor F. Angelitti, intitolata: *Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte, eseguite nell'anno 1890,* e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto, come si è fatto per le altre precedenti.

Lo stesso socio Fergola presenta le *Osservazioni meteoriche* fatte nel cennato Osservatorio nei mesi di maggio e giugno.

Dopo il Presidente scioglie la seduta pubblica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 1° *agosto* 1891.
Presidenza del Vice-Presidente Signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Aggiunge che ha creduto più conveniente rimandare al prossimo mese la pubblicazione del Rendiconto.

Il socio Villari legge la relazione sulla nota dei Dottori Ciccone e Campanile, presentata nell'adunanza del dì 4 luglio, proponendone la pubblicazione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Palmieri legge una nota: *Sul periodo diurno dell'elettricità atmosferica*, e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto.

Dopo il Presidente scioglie la seduta pubblica.

Rapporto *su la Nota del prof.* A. Piutti.

(Adunanza del dì 4 luglio 1891)

In questa Nota il prof. Arnaldo Piutti espone alcune osservazioni intorno alle recenti ricerche dei signori Hantzsch e Cramer sopra l'etere ossimmidosuccinico fus. 55°, da lui per la prima volta ottenuto, nel 1888, dall'ossima dell'etere ossala-

cetico; aggiunge nuovi fatti a quelli già pubblicati in addietro, e riassume in un quadro sinottico ventisette composti che fino ad oggi egli ha preparati.

La sottoscritta Commissione Vi propone che l'interessante lavoro del professore Piutti venga inserito nei Rendiconti dell'Accademia.

A. Oglialoro
F. Bassani, *relatore.*

Osservazioni sui lavori di Hantzsch e Cramer « Sulle monossime dell'acido succinico »; nota *di* **A. Piutti.**

(Adunanza del dì 4 luglio 1891)

Nel fasc. 8° dei *Berichte* (XXIV, p. 1192-1214), i signori Hantzsch e Cramer pubblicano una serie di interessanti ricerche sopra l'etere ossimmidosuccinico, fus. 55°; da me per la prima volta preparato dall'ossima dell'etere ossalacetico (*Gazz. Chim.* 1888, p. 466).

Il signor Hantzsch si giustifica (p. 1196) di essersi occupato e di aver fatto da altri (Cramer) ulteriormente studiare questo corpo, ammettendo che io abbia insistito nella formola di struttura coll'azoto legato a due atomi di carbonio, anche dopo che comparve la pubblicazione sua e di Werner: *Ueber räumliche Anordnung der Atome in stickstoffhaltigen Molekülen* (Ber. XXIII, p. 11, fasc. 28 Genn. 1890).

Mi preme di fargli osservare che il mio lavoro *Sopra un'altra sintesi delle asparagine,* che egli sembra conoscere soltanto nella riproduzione senza data, fatta alcuni mesi dopo dalla *Gazzetta Chim. Ital.* (XX, p. 402), o nel magro sunto dei *Berichte*, (XXIII, Ref. 561), venne da me presentato alla Reale Accademia di Napoli prima che mi pervenisse il fascicolo dei *Berichte*, in cui è pubblicato il suo citato lavoro con Werner, e che dopo tale epoca — occupato a riunire un numero di fatti abbastanza copioso per poter in modo *stabile* discutere la questione — non ho potuto nè voluto pubblicare altro.

Già nel citato lavoro: *Sopra un'altra sintesi delle asparagine*, presentai un elenco dei derivati dell'etere ossimmidosuccinico, fus. 55°, che sino allora avevo ottenuti. Più tardi ne preparai ed analizzai molti altri, e fra questi quell'acido ossimmidosuccinico, fus. 88°, di cui ora si adorna il signor Cramer (p. 1206, loc. cit.).

Anzi ho preparato questo acido per due vie. 1ª Dal sale disodico:

$$(C^2H^2.NOH)<^{COO\,Na}_{COO\,Na},$$

ottenuto per azione di due mol. di etilato sodico sull'ossima dell'etere ossalacetico.

2ª Dal sale baritico:

$$(C^2H^2.NOH)<^{COO}_{COO}>Ba,$$

ottenuto trattando l'etere ossimmidosuccinico, fus. 55°, sciolto nell'etere, con due mol. di idrato di Bario.

La bella colorazione azzurra che l'acido e rispettivamente i sali (nonchè alcuni

omologhi) dànno con cloruro ferrico, avevo già osservata quattro anni fa in occasione del mio lavoro sopra la sintesi dell'acido aspartico.

Aggiungo poi che sino dallo scorso anno ho potuto riconoscere che il mio etere, fus. 55°, lasciato lungamente con acido solforico concentrato e freddo fornisce l'etere α-nitrosopropionico di Meyer e Züblin, fus. 95°, ciò che non fu osservato dal Cramer.

Come riassunto, e senza entrare per ora nella discussione della loro costituzione, riunisco nell'elenco che segue i composti che ho sino ad oggi preparato, trascurandone altri che da questi derivano e che non furono analizzati o di cui lo studio è soltanto abbozzato:

1. γ-Ossimmidosuccinato monoetilico . . . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH}$ . . . . . fus. 54°,6-54°,8
2. Ossimmidosuccinato di Etile e Argento . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OAg}$ —
3. Ossimmidosuccinato di Etile e Anilina. . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH.NH_2-C_6H_5}$ —
4. Ossimmidosuccinato di Etile e Fenilidrazina. $(C_2H_2.NOH)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH.NH_2-NHC_6H_5}$ scomp. verso 100°
5. Nitrilosuccinato monoetilico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH}$ . . . . . fus. 54°,6-54°,8
6. Nitrilosuccinato di Etile e ammonio . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.ONH_4}$ —
7. Nitrilosuccinato di Etile e Argento. . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OAg}$ —
8. Nitrilosuccinato di Etile e Anilina . . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH-NH_2.C_6H_5}$ . . . . fus. 115°-117°
9. Nitrilosuccinato di Etile e Fenilidrazina . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH.NH_2-NHC_6H_5}$ —
10. Nitrilosuccinato metiletilico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OCH_3}$ . . . . . fus. 75°-76°
11. Nitrilosuccinato dietilico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OC_2H_5}$ . . . . . bolle 154° a 40^{mm}
12. Bromonitrilosuccinato monoetilico . . . . $(C_2Br.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH}$ . . . . . fus. 86°
13. Bromonitrilosuccinato di Etile e Argento. . $(C_2Br.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OAg}$ —
14. Bromonitrilosuccinato metiletilico . . . . $(C_2Br.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OCH_3}$ —
15. Bromonitrilosuccinato dietilico . . . . . $(C_2Br.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OC_2H_5}$ . . . . . fus. 45°,5
16. β-Nitrilosuccinato monoetilico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.OC_2H_5}_{CO.OH}$ . . . . . fus. 125°
17. Acido nitrilosuccinammico. . . . . $(C_2H.N)<^{CO.NH_2}_{CO.OH}$ —
18. Nitrilosuccinammato ammonico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.NH_2}_{CO.ONH_4}$ . . . . . scomp. 190°-191°
19. Nitrilosuccinammato argentico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.NH_2}_{CO.OAg}$ —
20. Nitrilosuccinammato metilico. . . . . $(C_2H.N)<^{CO.NH_2}_{CO.OCH_3}$ . . . . . fus. 169°-170°
21. Nitrilosuccinammato etilico . . . . . $(C_2H.N)<^{CO.NH_2}_{CO.OC_2H_5}$ . . . . . fus. 166°-167°

22. Bromonitrilosuccinammato metilico . . . $(C_2Br.N)<^{CO.NH_2}_{CO.OCH_3}$ . . . . . fus. 157°-158°

23. Bromonitrilosuccinammato etilico . . . . $(C_2Br.N)<^{CO.NH_2}_{CO.OC_2H_5}$ —

24. Acido ossimmidosuccinico . . . . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.OH}_{CO.OH}$ . . . . . fus. 87°-88°

25. Ossimmidosuccinato argentico . . . . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.OAg}_{CO.OAg}$ —

26. Ossimmidosuccinato sodico . . . . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.ONa}_{CO.ONa}$ —

27. Ossimmidosuccinato baritico . . . . . $(C_2H_2.NOH)<^{CO.O}_{CO.O}>Ba$ —

Ora non è mia intenzione di far questioni di priorità sopra questi composti: si ha sempre piacere che i propri lavori sieno da altri confermati, ma colgo volentieri questa occasione per ringraziare i signori Hantzsch e Cramer di aver voluto riconoscere la esattezza delle mie ricerche, e per pregarli nello stesso tempo di volermi permettere che io continui senza il loro soccorso uno studio che mi interessa specialmente nel riguardo della costituzione delle asparagine.

Aggiungo ancora che insieme al prof. L. Pratesi, sino dallo scorso anno, mi sono occupato dei derivati dell'ossima dell'etere ossalilpropionico, che numerosi tentativi abbiamo fatto coll'etere acetondicarbonico e che ci riserviamo ulteriormente questo studio che altre occupazioni, e sopratutto la ristrettezza dei mezzi, non ci permisero di condurre a termine.

Università di Napoli, Giugno 1891.

Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite nell'anno 1890; NOTA *del D.r* F. Angelitti.

(Adunanza del dì 11 Luglio 1891)

Le determinazioni assolute della declinazione magnetica, esposte in questa nota, furono fatte a Capodimonte nell'anno 1890, nel Padiglione magnetico situato nel podere dell'Osservatorio, adoperando lo stesso magnetometro unifilare dei fratelli Elliot, impiegato negli anni precedenti.

Il metodo tenuto nelle osservazioni è quello stesso che è stato sempre seguito fin dagli anni 1884 e 1885, e che si trova descritto nelle pubblicazioni relative *).

Contemporaneamente a queste determinazioni venivano fatte delle letture al magnetometro differenziale di Heurtaux, collocato nella prima stazione magnetica. Queste letture servono a dare il valore della declinazione magnetica, corrispondente a una data divisione della scala del magnetometro differenziale: i risultati di esse saranno dati in altra nota, nella quale verranno pubblicate le variazioni della declinazione magnetica per l'anno 1890.

Qui appresso si trovano esposti prima i valori assoluti della declinazione magnetica, che sono risultati direttamente dalle osservazioni, e poi i valori medii delle varie determinazioni e alcune costanti relative al magnete.

*) Vedi questi Rendiconti, fasc. 4° e 5° 1885, e fasc. 7° 1886.

Valori assoluti della Declinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, col Magnetometro Unifilare dei fratelli Elliot, num. 52, durante l'anno 1890.

Data 1890		T. M. Napoli	Direzione della divisione 48.o della scala del magnete: Scala diretta	Scala inversa	Medio	Direzione del segnale di mira	Differenza	Azimut del segnale di mira (senso SEN)	Declinazione magnetica occidentale
		h m	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Febbraio	17	1 0 s.	305 47 52	305 47 58	305 47 55	223 41 47	82 6 8	92 11 4	10 4 56
	17	1 4	305 47 58	305 47 58	305 47 58	223 41 47	82 6 11	92 11 4	10 4 53
	17	1 8	305 47 58	305 47 58	305 47 58	223 41 47	82 6 11	92 11 4	10 4 53
	17	1 12	305 47 52	305 47 58	305 47 55	223 41 47	82 6 8	92 11 4	10 4 56
	17	1 16	305 47 52	305 47 58	305 47 55	223 41 47	82 6 8	92 11 4	10 4 56
	17	1 20	305 48 3	305 47 58	305 48 0	223 41 47	82 6 13	92 11 4	10 4 51
	17	1 24	305 48 3	305 48 3	305 48 3	223 41 47	82 6 16	92 11 4	10 4 48
(cielo	17	1 28	305 47 36	305 48 3	305 47 50	223 41 47	82 6 3	92 11 4	10 5 1
coperto)	17	1 32	305 47 36	305 47 58	305 47 47	223 41 47	82 6 0	92 11 4	10 5 4
	17	1 36	305 47 36	305 47 58	305 47 47	223 41 47	81 6 0	92 11 4	10 5 4
(17°)	17	1 40	305 47 36	305 47 15	305 47 26	223 41 47	82 5 39	92 11 4	10 5 25
	17	1 44	305 47 36	305 47 15	305 47 25	223 41 47	82 5 38	92 11 4	10 5 26
	17	1 48	305 47 36	305 47 31	305 47 34	223 41 47	82 5 47	92 11 4	10 5 17
	17	1 52	305 47 26	305 47 31	305 47 28	223 41 47	82 5 41	92 11 4	10 5 23
	17	1 56	305 47 26	305 47 26	305 47 26	223 41 47	82 5 39	92 11 4	10 5 25
	17	2 0 s.	305 47 4	305 47 26	305 47 15	223 41 47	82 5 28	92 11 4	10 5 36
Marzo	2	1 0 s.	65 47 6	65 46 39	65 46 52	343 42 40	82 4 12	92 11 4	10 6 52
	2	1 4	65 46 39	65 46 39	65 46 39	343 42 40	82 3 59	92 11 4	10 7 5
	2	1 8	65 46 39	65 46 45	65 46 42	343 42 40	82 4 2	92 11 4	10 7 2
	2	1 12	65 46 23	65 46 45	65 46 34	343 42 40	82 3 54	92 11 4	10 7 10
	2	1 16	65 46 23	65 46 45	65 46 34	343 42 40	82 3 54	92 11 4	10 7 10
	2	1 20	65 46 29	65 46 45	65 46 37	343 42 40	82 3 57	92 11 4	10 7 7
(cielo	2	1 24	65 46 29	65 46 50	65 46 40	343 42 40	82 4 0	92 11 4	10 7 4
sereno)	2	1 28	65 46 23	65 46 50	65 46 36	343 42 40	82 3 56	92 11 4	10 7 8
	2	1 32	65 46 23	65 46 34	65 46 29	343 42 40	82 3 49	92 11 4	10 7 15
(14°)	2	1 36	65 46 23	65 46 34	65 46 28	343 42 40	82 3 48	92 11 4	10 7 16
	2	1 40	65 46 23	65 46 34	65 46 29	343 42 40	82 3 49	92 11 4	10 7 15
	2	1 44	65 46 23	65 46 34	65 46 28	343 42 40	82 3 48	92 11 4	10 7 16
	2	1 48	65 46 23	65 46 50	65 46 37	343 42 40	82 3 57	92 11 4	10 7 7
	2	1 52	65 46 50	65 46 50	65 46 50	343 42 40	82 4 10	92 11 4	10 6 54
	2	1 56	65 46 50	65 47 1	65 46 55	343 42 40	82 4 15	92 11 4	10 6 49
	2	2 0 s.	65 47 11	65 47 1	65 47 6	343 42 40	82 4 26	92 11 4	10 6 38
Giugno	15	1 0 s.	305 45 2	305 45 45	305 45 23	223 43 7	82 2 16	92 11 4	10 8 48
	15	1 4	305 45 2	305 45 45	305 45 24	223 43 7	82 2 17	92 11 4	10 8 47
	15	1 8	305 45 2	305 45 29	305 45 16	223 43 7	82 2 9	92 11 4	10 8 55
	15	1 12	305 45 2	305 45 29	305 45 15	223 43 7	82 2 8	92 11 4	10 8 56
	15	1 16	305 45 2	305 45 45	305 45 23	223 43 7	82 2 16	92 11 4	10 8 48
	15	1 20	305 45 2	305 45 45	305 45 24	223 43 7	82 2 17	92 11 4	10 8 47
	15	1 24	305 45 2	305 45 45	205 45 23	223 43 7	82 2 16	92 11 4	10 8 48
	15	1 28	305 45 13	305 45 45	305 45 29	223 43 7	82 2 22	92 11 4	10 8 42
(cielo	15	1 32	305 45 13	305 45 39	305 45 26	223 43 7	82 2 19	92 11 4	10 8 45
nuvoloso)	15	1 36	305 45 8	305 45 39	305 45 24	223 43 7	82 2 17	92 11 4	10 8 47
	15	1 40	305 45 8	305 45 39	305 45 23	223 43 7	82 2 16	92 11 4	10 8 48
(27°)	15	1 44	305 45 34	305 45 39	305 45 37	223 43 7	82 2 30	92 11 4	10 8 34
	15	1 48	305 45 34	305 45 50	305 45 42	223 43 7	82 2 35	92 11 4	10 8 29
	15	1 52	305 45 18	305 45 50	305 45 34	223 43 7	82 2 27	92 11 4	10 8 37
	15	1 56	305 45 18	305 46 22	305 45 50	223 43 7	82 2 43	92 11 4	10 8 21
	15	2 0 s.	305 45 29	305 46 22	305 45 55	223 43 7	82 2 48	92 11 4	10 8 16
Giugno	30	5 30 s.	305 50 8	305 50 55	305 50 31	223 42 40	82 7 51	92 11 4	10 3 13
	30	5 34	305 50 18	305 50 55	305 50 37	223 42 40	82 7 57	92 11 4	10 3 7
	30	5 38	305 50 18	305 51 16	305 50 47	223 42 40	82 8 7	92 11 4	10 2 57
	30	5 42 s.	305 50 34	305 51 16	305 50 55	223 42 40	82 8 15	92 11 4	10 2 49

Data 1890		T. M. Napoli	Direzione della divisione 48.o della scala del magnete			Direzione del segnale di mira	Differenza	Azimut del segnale di mira (senso SEN)	Declinazione magnetica occidentale
			Scala diretta	Scala inversa	Medio				
		h m	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Giugno	30	5 46 s.	305 50 34	305 50 50	305 50 42	223 42 40	82 8 2	92 11 4	10 3 2
	30	5 50	305 50 13	305 50 50	305 50 32	223 42 40	82 7 52	92 11 4	10 3 12
	30	5 54	305 50 13	305 50 50	305 50 31	223 42 40	82 7 51	92 11 4	10 3 13
(cielo	30	5 58	305 50 24	305 50 50	305 50 37	223 42 40	82 7 57	92 11 4	10 3 7
sereno)	30	6 2	305 50 24	305 51 6	305 50 45	223 42 40	82 8 5	92 11 4	10 2 59
	30	6 6	305 50 29	305 51 6	305 50 47	223 42 40	82 8 7	92 11 4	10 2 57
	30	6 10	305 50 29	305 51 22	305 50 56	223 42 40	82 8 16	92 11 4	10 2 48
(28°)	30	6 14	305 50 45	305 51 22	305 51 3	223 42 40	82 8 23	92 11 4	10 2 41
	30	6 18	305 50 45	305 50 50	305 50 48	223 42 40	82 8 8	92 11 4	10 2 56
	30	6 22	305 49 57	305 50 50	305 50 23	223 42 40	82 7 43	92 11 4	10 3 21
	30	6 26	305 49 57	305 50 29	305 50 13	223 42 40	82 7 33	92 11 4	10 3 31
	30	6 30 s.	305 50 8	305 50 29	305 50 19	223 42 40	82 7 39	92 11 4	10 3 25
Luglio	13	5 16 s.	305 51 16	305 51 58	305 51 37	223 42 40	82 8 57	92 11 4	10 2 7
	13	5 20	305 51 48	305 51 58	305 51 53	223 42 40	82 9 13	92 11 4	10 1 51
	13	5 24	305 51 48	305 52 4	305 51 56	223 42 40	82 9 16	92 11 4	10 1 48
(cielo	13	5 28	305 51 42	305 52 4	305 51 53	223 42 40	82 9 13	92 11 4	10 1 51
coperto)	13	5 32	305 51 42	305 52 4	305 51 53	223 42 40	82 9 13	92 11 4	10 1 51
(24°)	13	5 36	305 51 48	305 52 4	305 51 56	223 42 40	82 9 16	92 11 4	10 1 48
	13	5 40	305 51 48	305 51 53	305 51 50	223 42 40	82 9 10	92 11 4	10 1 54
	13	5 44 s.	305 51 48	305 51 53	305 51 51	223 42 40	82 9 11	92 11 4	10 1 53
Luglio	27	1 0 s.	65 50 19	65 50 56	65 50 37	343 44 20	82 6 17	92 11 4	10 4 47
	27	1 4	65 50 9	65 50 56	65 50 33	343 44 20	82 6 13	92 11 4	10 4 51
	27	1 8	65 50 9	65 49 58	65 50 3	343 44 20	82 5 43	92 11 4	10 5 21
	27	1 12	65 49 31	65 49 58	65 49 45	343 44 20	82 5 25	92 11 4	10 5 39
	27	1 16	65 49 31	65 50 14	65 49 52	343 44 20	82 5 32	92 11 4	10 5 32
	27	1 20	65 49 21	65 50 14	65 49 48	343 44 20	82 5 28	92 11 4	10 5 36
	27	1 24	65 49 21	65 50 30	65 49 55	343 44 20	82 5 35	92 11 4	10 5 29
	27	1 28	65 49 10	65 50 30	65 49 50	343 44 20	82 5 30	92 11 4	10 5 34
	27	1 32	65 49 10	65 50 30	65 49 50	343 44 20	82 5 30	92 11 4	10 5 34
(cielo	27	1 36	65 49 16	65 50 30	65 49 53	343 44 20	82 5 33	92 11 4	10 5 31
sereno)	27	1 40	65 49 16	65 50 19	65 49 48	343 44 20	82 5 28	92 11 4	10 5 36
(32°)	27	1 44	65 49 31	65 50 19	65 49 55	343 44 20	82 5 35	92 11 4	10 5 29
	27	1 48	65 49 31	65 50 3	65 49 47	343 44 20	82 5 27	92 11 4	10 5 37
	27	1 52	65 49 37	65 50 3	65 49 50	343 44 20	82 5 30	92 11 4	10 5 34
	27	1 56	65 49 37	65 50 24	65 50 0	343 44 20	82 5 40	92 11 4	10 5 24
	27	2 0 s.	65 49 42	65 50 24	65 50 3	343 44 20	82 5 43	92 11 4	10 5 21
Agosto	31	1 0 s.	305 48 23	305 49 0	305 48 41	223 44 42	82 3 59	92 11 4	10 7 5
	31	1 4	305 48 18	305 49 0	305 48 39	223 44 42	82 3 57	92 11 4	10 7 7
	31	1 8	305 48 18	305 48 44	305 48 31	223 44 42	82 3 49	92 11 4	10 7 15
	31	1 12	305 48 18	305 48 44	305 48 31	223 44 42	82 3 49	92 11 4	10 7 15
	31	1 16	305 48 18	305 48 55	305 48 37	223 44 42	82 3 55	92 11 4	10 7 9
	31	1 20	305 48 18	305 48 55	305 48 36	223 44 42	82 3 54	92 11 4	10 7 10
(cielo	31	1 24	305 48 18	305 48 55	305 48 37	223 44 42	82 3 55	92 11 4	10 7 9
quasi sereno)	31	1 28	305 48 28	305 48 55	305 48 41	223 44 42	82 3 59	92 11 4	10 7 5
	31	1 32	305 48 28	305 48 34	305 48 31	223 44 42	82 3 49	92 11 4	10 7 15
	31	1 36	305 48 18	305 48 34	305 48 26	223 44 42	82 3 44	92 11 4	10 7 20
(30°)	31	1 40	305 48 18	305 49 21	305 48 50	223 44 42	82 4 8	92 11 4	10 6 56
	31	1 44	305 48 44	305 49 21	305 49 2	223 44 42	82 4 20	92 11 4	10 6 44
	31	1 48	305 48 44	305 49 32	305 49 8	223 44 42	82 4 26	92 11 4	10 6 38
	31	1 52	305 49 0	305 49 32	305 49 16	223 44 42	82 4 34	92 11 4	10 6 30
	31	1 56	305 49 0	305 49 48	305 49 24	223 44 42	82 4 42	92 11 4	10 6 22
	31	2 0 s.	305 49 32	305 49 48	305 49 40	223 44 42	82 4 58	92 11 4	10 6 6
Settembre	14	1 0 s.	305 49 7	305 49 18	305 49 12	223 45 0	82 4 12	92 11 4	10 6 52
	14	1 4	305 49 12	305 49 18	305 49 15	223 45 0	82 4 15	92 11 4	10 6 49
	14	1 8	305 49 12	305 49 23	305 49 18	223 45 0	82 4 18	92 11 4	10 6 46
	14	1 12 s.	305 49 23	305 49 23	305 49 23	223 45 0	82 4 23	92 11 4	10 6 41

Data 1890		T. M. Napoli	Direzione della divisione 48.o della scala del magnete			Direzione del segnale di mira	Differenza	Azimut del segnale di mira (senso SEN)	Declinazione magnetica occidentale
			Scala diretta	Scala inversa	Medio				
		h m	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Settembre	14	1 16 s.	305 49 23	305 49 39	305 49 31	223 45 0	82 4 31	92 11 4	10 6 33
	14	1 20	305 49 7	305 49 39	305 49 23	223 45 0	82 4 23	92 11 4	10 6 41
(cielo	14	1 24	305 49 7	305 49 49	305 49 28	223 45 0	82 4 28	92 11 4	10 6 36
nuvoloso)	14	1 28	305 49 18	305 49 49	305 49 34	223 45 0	82 4 34	92 11 4	10 6 30
	14	1 32	305 49 18	305 49 49	305 49 33	223 45 0	82 4 33	92 11 4	10 6 31
(24°)	14	1 36	305 49 7	305 49 49	305 49 28	223 45 0	82 4 28	92 11 4	10 6 36
	14	1 40	305 49 7	305 49 49	305 49 28	223 45 0	82 4 28	92 11 4	10 6 36
	14	1 44	305 49 23	305 49 49	305 49 36	223 45 0	82 4 36	92 11 4	10 6 28
	14	1 48	305 49 23	305 49 39	305 49 31	223 45 0	82 4 31	92 11 4	10 6 33
	14	1 52	305 49 12	305 49 39	305 49 26	223 45 0	82 4 26	92 11 4	10 6 38
	14	1 56	305 49 12	305 49 39	305 49 25	223 45 0	82 4 25	92 11 4	10 6 39
	14	2 0 s.	305 49 28	305 49 39	305 49 34	223 45 0	82 4 34	92 11 4	10 6 30
Settembre	29	1 32 s.	185 48 36	185 48 41	185 48 38	103 42 5	82 6 33	92 11 4	10 4 31
	29	1 36	185 48 30	185 48 41	185 48 36	103 42 5	82 6 31	92 11 4	10 4 33
	29	1 40	185 48 30	185 49 23	185 48 56	103 42 5	82 6 51	92 11 4	10 4 13
(cielo	29	1 44	185 48 20	185 49 23	185 48 52	103 42 5	82 6 47	92 11 4	10 4 17
sereno)	29	1 48	185 48 20	185 49 12	185 48 46	103 42 5	82 6 41	92 11 4	10 4 23
(30°)	29	1 52	185 48 9	185 49 12	185 48 40	103 42 5	82 6 35	92 11 4	10 4 29
	29	1 56	185 48 9	185 49 7	185 48 38	103 42 5	82 6 33	92 11 4	10 4 31
	29	2 0 s.	185 48 36	185 49 7	185 48 52	103 42 5	82 6 47	92 11 4	10 4 17
Ottobre	12	1 0 s.	65 51 32	65 51 37	65 51 35	343 45 25	82 6 10	92 11 4	10 4 54
	12	1 4	65 51 11	65 51 37	65 51 24	343 45 25	82 5 59	92 11 4	10 5 5
	12	1 8	65 51 11	65 51 53	65 51 32	343 45 25	82 6 7	92 11 4	10 4 57
	12	1 12	65 51 11	65 51 53	65 51 32	343 45 25	82 6 7	92 11 4	10 4 57
	12	1 16	65 51 11	65 52 25	65 51 48	343 45 25	82 6 23	92 11 4	10 4 41
	12	1 20	65 51 37	65 52 25	65 52 1	343 45 25	82 6 36	92 11 4	10 4 28
(cielo	12	1 24	65 51 37	65 52 32	65 52 4	343 45 25	82 6 39	92 11 4	10 4 25
sereno)	12	1 28	65 51 32	65 52 32	65 52 2	343 45 25	82 6 37	92 11 4	10 4 27
	12	1 32	65 51 32	65 52 46	65 52 9	343 45 25	82 6 44	92 11 4	10 4 20
(30°)	12	1 36	65 51 37	65 52 46	65 52 12	343 45 25	82 6 47	92 11 4	10 4 17
	12	1 40	65 51 37	65 51 48	65 51 42	343 45 25	82 6 17	92 11 4	10 4 47
	12	1 44	65 51 27	65 51 48	65 51 38	343 45 25	82 6 13	92 11 4	10 4 51
	12	1 48	65 51 27	65 51 37	65 51 32	343 45 25	82 6 7	92 11 4	10 4 57
	12	1 52	65 51 43	65 51 37	65 51 40	343 45 25	82 6 15	92 11 4	10 4 49
	12	1 56	65 51 43	65 51 37	65 51 40	343 45 25	82 6 15	92 11 4	10 4 49
	12	2 0 s.	65 51 27	65 51 37	65 51 32	343 45 25	82 6 7	92 11 4	10 4 57
Novembre	16	1 0 s.	65 54 31	65 54 52	65 54 41	343 45 35	82 9 6	92 11 4	10 1 58
	16	1 4	65 53 48	65 54 52	65 54 20	343 45 35	82 8 45	92 11 4	10 2 19
	16	1 8	65 53 48	65 54 4	65 53 56	343 45 35	82 8 21	92 11 4	10 2 43
(cielo	16	1 12	65 53 43	65 54 4	65 53 54	343 45 35	82 8 19	92 11 4	10 2 45
sereno)	16	1 16	65 53 43	65 54 4	65 53 53	343 45 35	82 8 18	92 11 4	10 2 46
(22°)	16	1 20	65 53 32	65 54 4	65 53 48	343 45 35	82 8 13	92 11 4	10 2 51
	16	1 24	65 53 32	65 53 38	65 53 35	343 45 35	82 8 0	92 11 4	10 3 4
	16	1 28 s.	65 53 11	65 53 38	65 53 25	343 45 35	82 7 50	92 11 4	10 3 14

Valori assoluti medii della declinazione magnetica ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1890.

Data 1890		T. M. Napoli (Ora del principio e della fine)	Declinazione magnetica (Medio)	Zero della scala del magnete	Valore di 1p della scala del magnete	Effetto di una torsione di	
						+360°	−360°
		h m h m	° ′ ″	p	′ ″	′ ″	′ ″
Febbrajo	17	1 0 s. a 2 0 s.	10 5 7.1	47.98	. . .	+4 30	−4 9
Marzo	2	1 0 s. a 2 0 s.	10 7 4.2	47.95	1 46.6	+4 20	−4 36
Giugno	15	1 0 s. a 2 0 s.	10 8 41.8	47.84	. . .	+3 43	−4 4
	30	5 30 s. a 6 30 s.	10 3 4.9	47.83	. . .	+3 0	−3 37
Luglio	13	5 16 s. a 5 44 s.	10 1 52.9	47.92	. . .	+3 32	−3 53
	27	1 0 s. a 2 0 s.	10 5 25.9	47.78	. . .	+3 21	−3 52
Agosto	31	1 0 s. a 2 0 s.	10 6 56.6	47.84	. . .	+3 37	−4 9
Settembre	14	1 0 s. a 2 0 s.	10 6 37.4	47.89	. . .	+4 4	−5 13
	29	1 32 s. a 2 0 s.	10 4 24.2	47.80	. . .	+3 37	−3 27
Ottobre	12	1 0 s. a 2 0 s.	10 4 43.8	47.84	. . .	+3 53	−4 36
Novembre	16	1 0 s. a 1 28 s.	10 2 42.5	47.88	. . .	+4 4	−4 30
Anno		1 0 s. a 6 30 s.	10 5 9.2	47.87	1 46.6	+3 47	−4 10

Capodimonte, 5 Luglio 1891.

Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1890; NOTA *del D.r* **F. Contarino.**

(Adunanza del dì 1° agosto 1891)

I risultati numerici esposti in questi Riassunti si deducono dalle osservazioni meteoriche giornaliere fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte *) alle 9h a. m., alle 3h ed alle 9h p. m. di tempo vero locale, ore stabilite dalla Direzione della Meteorologia Italiana per gli studii della climatologia. Le osservazioni giornaliere sono state pubblicate mensilmente nei rendiconti della *R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche* di Napoli; questi riassunti comprendono i medii delle decadi, dei mesi e dell'anno, relativi alla pressione atmosferica ridotta a 0°, alla temperatura ed umidità dell'aria ed alla quantità delle nubi, tenendo conto del numero dei giorni in ciascun periodo; i totali, relativi ai medesimi periodi, della pioggia e della evaporazione; il novero dei giorni in cui hanno soffiato i venti delle otto direzioni principali e quello dei giorni in cui lo stato del cielo ha subíto le diverse fasi più notevoli ed in cui si è osservata la gelata nel suolo.

*) Nel corso dell'anno 1890 le osservazioni furono eseguite dai signori Brioschi, Contarino, Angelitti e Pepere — Le calcolazioni dei Riassunti sono state fatte dal signor Contarino sul Registro originale delle osservazioni.

1. *Pressione atmosferica.* — Le osservazioni della pressione atmosferica sono state fatte con un barometro del tipo Fortin, avente il pozzetto di $0^m.045$ di diametro ed il tubo di $0^m.011$ di diametro interno, costruito da Deleuil a Parigi, segnato col numero 2336.

Per questo barometro si è ritenuta la correzione $+0^{mm}.22$, comprendente errore d'indice e capillarità, che è risultata dal confronto eseguito in quest'Osservatorio, nel Febbrajo 1887, col barometro normale della *Direzione della Meteorologia italiana.*

Le riduzioni a 0° sono state eseguite col sussidio delle tavole meteoriche di Denza. I valori medii si sono dedotti dalle osservazioni delle 9^h a. m., delle 3^h e 9^h p. m.

2. *Temperatura dell'aria.* — Fin dal 1877 i termometri sono esposti all'aria, a nord della stanza di osservazione, nel vano di una finestra di m. 1,38 di larghezza, 2,10 di altezza e 0,72 di profondità, sporgente sul muro esternamente per m. 0,33. Sono riparati dalle radiazioni della stanza da una invetriata a traverso la quale si osservano, e dalle radiazioni esterne mediante persiane; il cielo è completamente chiuso, ed il piano su cui sono poggiati i termometri è di marmo, traforato con sei buchi di m. 0.06 di diametro.

I valori medii della temperatura dell'aria sono stati dedotti dalle osservazioni dirette delle 9^h a. m. e 9^h p. m. e da quelle dei termografi a minimo ed a massimo.

Per le osservazioni dirette è stato adoperato un termometro costruito da *Negretti* e *Zambra* di Londra, n.° 44030, a bulbo sferico di $0^m.009$ di diametro; per la temperatura massima il termometro *Casella*, Londra, n.° 26602, a bulbo sferico del diametro di m. 0.012, e per la temperatura minima un termometro ad alcole, dello stesso costruttore, n.° 19572, a bulbo sferico del diametro di $0^m.015$, con indice di smalto.

In tutti questi termometri, campionati nell'*Osservatorio di Fisica terrestre di Kew* in Inghilterra, le correzioni per la ineguaglianza del calibro dei tubi, non oltrepassando $0^o.1$, sono state sempre trascurate: quanto alle correzioni derivanti dallo spostamento dello zero, si sono adottati i seguenti valori, che risultarono da esperimenti eseguiti col ghiaccio fondente il 1° Gennajo 1889.

Termometro *Negretti* e *Zambra*, n.° 44030	correz.	— 0°.5
Termografo a massimo di *Casella*, n.° 26602 . . .	»	— 0 . 3
Termografo a minimo di *Casella*, n.° 19572. . . .	»	0 . 0

3. *Umidità assoluta e relativa.* — L'umidità dell'aria si è ottenuta dalla osservazione del *psicrometro di August*, munito del ventilatore Cantoni, avvalendosi delle *Psychrometer-Tafeln* del Dott. Jelinek, pubblicate a Vienna nel 1876; e, nei casi d'impossibilità, delle *Tavole ad uso della Meteorologia italiana*, sempre trascurando la correzione dipendente dalla pressione atmosferica.

Dei termometri che costituiscono lo strumento uno è quello stesso usato per le osservazioni dirette della temperatura dell'aria, l'altro è uno eguale, portante il n.° 44029, dello stesso costruttore, col bulbo coperto da una pezzuola di mussola mantenuta sempre umida. La correzione del calibro nelle osservazioni fatte con questo termometro è stata parimenti trascurata, e per quella dovuta allo spostamento dello zero si è adottato — 0°,3, risultata da determinazione fatta nello stesso giorno 1° Gennajo 1889.

4. *Quantità delle Nubi.* — La quantità delle nubi è stata stimata ad occhio in decimi di cielo coperto.

Relativamente allo annuvolamento i giorni sono stati classificati in *sereni o quasi*, *nuvoli*, e *coperti o quasi*, annoverando nella prima classe quelli in cui la somma delle quantità delle nubi osservate nelle tre ore del giorno, espresse in decimi di cielo coperto era da 0 a 9; nella seconda quelli nei quali tale somma era da 10 a 20; e nella terza quelli in cui la stessa somma era da 21 a 30.

5. *Quantità della pioggia.* — La pioggia si raccoglie da una vasca di piombo a base quadrata di $0^{m},60$ di lato, situata sul terrazzo della stanza di osservazione, d'onde si versa in un recipiente sottoposto, col quale comunica un tubo di vetro, munito di una scala divisa in parti corrispondenti all'altezza di mezzo millimetro di pioggia, coll'ingrandimento di sette volte.

Non si registrano altezze di pioggia inferiori a $0^{mm},1$.

6. *Evaporazione.* — L'atmidometro è quello fornito dalla Direzione della Meteorologia e consta principalmente di un recipiente cilindrico di diametro $0^{m},117$ ed altezza $0^{m},080$, e di una vite micrometrica, con la quale si misura in decimi di millimetro l'altezza dello strato dell'acqua evaporatosi dal recipiente. — È esposto all'aria come i termometri, nella descritta finestra, e si osserva una volta al giorno, alle ore 9 del mattino.

7. *Venti.* — Lo strumento usato per l'osservazione dei venti è l'*anemografo della Direzione della Meteorologia italiana*, costruito dai Fratelli Brassart in Roma, ed impiantato nel 1888.

Nel Riassunto sono riportati i numeri delle volte in cui è stata osservata ciascuna delle otto direzioni principali della rosa dei venti, attribuendo le intermedie per metà a ciascuna delle due principali tra cui è compresa.

Pressione atmosferica a Capodimonte *)

nell'anno 1890

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	57.15	**64.3**	7	50.8	2	52.01	55.6	15	46.8	13	49.13	56.2	25	41.3	31	52.65
Febbrajo . .	48.58	53.1	2	44.5	5	50.48	56.5	18	46.0	11	47.10	54.0	24	34.5	28	48.83
Marzo . . .	43.54	50.9	3	32.3	1	46.25	55.5	14	35.0	20	48.77	55.2	28	40.1	21	46.27
Aprile . . .	42.30	48.6	5	**31.0**	9	43.20	47.4	20	36.0	17	47.14	52.5	30	43.7	26	44.22
Maggio. . .	44.58	48.4	1	37.9	7	46.63	51.8	15	39.8	12	48.09	52.4	30	45.8	26	46.49
Giugno. . .	49.07	53.1	3	43.6	1	50.37	53.1	18	46.9	12	49.76	52.6	21	46.0	30	49.73
Luglio . . .	48.39	51.3	8	45.6	5	46.94	49.9	15	43.2	12	48.81	51.6	31	46.6	26	48.07
Agosto . . .	48.71	50.8	4	46.3	7	48.68	51.3	16	45.4	12	48.78	51.6	22	42.2	25	48.73
Settembre .	49.40	54.8	10	46.2	5	51.10	55.7	11	46.2	15	55.90	57.7	27	53.7	29	52.13
Ottobre. . .	53.29	56.4	4	48.5	8	49.61	57.1	13	39.0	19	47.66	51.9	22	42.0	28	50.11
Novembre .	42.26	46.0	1	37.2	7	49.93	58.8	20	39.3	12	44.85	55.1	21	36.9	25	45.68
Dicembre. .	44.57	48.3	1	37.6	2	43.51	50.0	20	37.2	14	46.91	56.5	31	36.6	23	45.06
ANNO	48.16															

*) L'altezza della Stazione è di 149^{m} dal livello del mare. L'altezza barometrica è ridotta alla temperatura di 0° e diminuita di 700^{mm}.

Temperatura dell'aria a Capodimonte *)

nell'anno 1890

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	11.10	14.9	1	7.3	10	9.00	12.4	16	5.1	13	11.05	14.8	24-27	5.1	31	10.40
Febbrajo . .	7.43	11.5	5-6	3.5	10	6.44	15.0	18	—1.6	12	9.18	13.4	22	5.3	25	7.58
Marzo . . .	6.73	13.2	8	1.4	6	10.77	15.7	15	5.4	12	13.08	21.7	29	7.2	22	10.29
Aprile . . .	11.91	17.8	2	4.0	9-10	13.36	22.0	20	6.2	13	14.27	20.1	23	8.5	29	13.18
Maggio . . .	15.55	24.7	10	10.0	2	18.07	25.7	11	12.6	15	18.72	24.7	31	13.2	22-2	17.49
Giugno . . .	20.29	26.8	4	15.2	3	19.17	24.4	20	13.9	17	22.87	29.1	28	18.5	21	20.78
Luglio . . .	22.16	28.3	2	16.1	8	23.16	30.7	17	15.3	14	23.53	29.6	31	18.0	23	22.96
Agosto . . .	24.40	30.7	2	19.7	8	25.85	31.3	19	21.3	13	23.95	**32.0**	21-25	17.7	27	24.71
Settembre .	18.23	22.7	4-7	12.4	10	17.64	23.2	20	13.2	11	20.11	26.1	28	16.6	27	18.66
Ottobre. . .	19.24	24.4	3	13.5	10	17.12	25.0	13	9.7	20	11.56	19.0	28	3.5	25	15.83
Novembre .	12.37	16.8	5	7.9	9	10.80	15.3	16	5.8	20	11.91	16.7	28	5.8	21	11.69
Dicembre. .	10.44	16.4	1	4.2	10	5.96	13.1	17	0.0	13	8.05	11.1	22	4.0	29	8.15
ANNO	15.14															

*) La scala dei termometri è la centesimale.

Umidità dell'aria a Capodimonte

nell'anno 1890

I. — Tensione del vapore

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	7.32	9.8	2	4.5	9	6.54	8.6	20	4.6	13	8.05	10.9	23	4.3	25	7.33
Febbrajo . .	5.51	7.2	5	4.2	10	5.20	8.0	20	**2.7**	12	6.13	8.0	23	4.4	24	5.58
Marzo . . .	5.69	8.1	8	3.6	6	7.24	9.9	16	3.8	12	7.97	10.7	30	6.4	25	7.00
Aprile . . .	8.10	9.6	1-5	5.6	2	8.68	10.9	17	6.0	13	9.55	11.9	24	7.2	27	8.78
Maggio . . .	9.65	11.9	4	6.3	10	10.18	13.5	16	4.9	11	11.75	15.0	31	6.1	28	10.57
Giugno . . .	11.81	15.3	7	8.8	5	11.66	14.5	20	8.0	17	13.63	16.4	22	7.6	24	12.33
Luglio . . .	13.74	17.6	6	10.6	9	14.75	18.8	18	10.3	13	14.36	17.3	31	10.3	30	14.29
Agosto . . .	15.43	18.5	1-4	11.8	1	16.66	20.9	20	10.5	20	14.35	**22.6**	22	10.2	26	15.44
Settembre .	9.81	14.0	1	7.6	10	10.33	14.3	13	6.6	14	13.40	15.7	29	10.1	28	11.18
Ottobre . . .	12.17	15.1	5	6.3	10	9.34	13.0	15	6.4	20	7.94	13.5	28	3.5	25	9.75
Novembre .	9.11	12.3	5	7.2	8	6.61	9.3	12	3.8	19	8.31	10.8	28	5.5	21	8.01
Dicembre . .	7.47	10.0	1	3.9	10	5.55	8.8	17	3.3	13	5.87	7.6	22	4.6	29	6.28
ANNO	9.71															

II. — Umidità relativa

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	71.6	98	2	46	9	73.8	96	11	57	12-17	80.1	**100**	26	44	25	75.3
Febbrajo . .	70.6	86	7	57	10	65.4	89	20	46	12	68.2	88	21-23	49	26	68.1
Marzo . . .	73.8	94	1-2	43	6	72.4	96	16-17	45	12	68.9	89	21	39	28	71.6
Aprile . . .	74.3	93	9	51	2	73.4	95	17	47	20	76.0	91	24-28	64	22	74.5
Maggio . . .	71.5	98	3	35	10	64.7	91	14	**23**	11	71.6	91	24	**23**	28	69.4
Giugno . . .	63.9	88	1	40	4	67.9	90	13	41	17	62.5	85	23	39	24	64.8
Luglio . . .	65.9	83	10	43	9	66.4	88	12	45	12	64.4	98	31	36	30	65.5
Agosto . . .	65.1	85	8	38	4	63.7	89	15	41	20	60.5	78	23	42	25	63.0
Settembre .	60.5	87	9	41	8	65.4	94	13	47	11-14	73.9	95	29	49	28	66.6
Ottobre . . .	70.2	90	5	37	10	61.5	85	16-18	38	12-13	73.0	97	27	46	25	68.4
Novembre .	82.2	96	9	64	4-10	65.6	94	13	41	18-19	76.4	94	26-30	56	30	74.7
Dicembre . .	77.3	97	2	56	10	75.3	95	18	62	11	70.9	88	28	59	25	74.4
ANNO	69.7															

Nubi, Precipitazioni ed Evaporazione a Capodimonte

nell'anno 1890

MESE	Quantità media delle nubi in decimi di cielo coperto				Numero dei giorni			Altezza totale della pioggia in millimetri				Numero dei giorni					Altezza totale dell'acqua evaporata in millimetri			
	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	sereni o quasi	nuvoli	coperti o quasi	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	con pioggia	con neve	con grandine	con temporale	con gelata	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese
Gennajo . .	3.8	3.5	6.5	4.7	12	10	9	36.0	4.0	19.4	59.4	12	—	—	1	—	13.3	14.7	11.0	39.0
Febbrajo . .	5.4	4.1	5.5	5.0	11	6	11	0.1	3.9	9.7	13.7	7	1	—	—	—	15.2	12.5	10.2	37.9
Marzo . . .	6.7	5.6	2.8	4.9	10	11	10	55.5	54.5	8.3	118.3	14	—	1	—	—	10.0	14.5	16.3	40.7
Aprile . . .	7.6	5.9	7.8	7.1	2	11	17	51.5	22.0	5.3	78.8	14	—	—	—	—	10.9	12.1	15.3	38.3
Maggio. . .	5.4	3.5	3.8	4.2	11	17	3	13.9	14.4	23.8	52.1	12	—	—	1	—	18.8	25.1	19.2	63.1
Giugno. . .	3.0	3.7	0.8	2.7	21	6	3	4.9	8.4	—	13.3	8	—	—	—	—	23.8	24.5	31.2	79.5
Luglio . . .	0.9	1.0	2.4	1.6	26	4	1	—	2.5	1.8	4.3	2	—	—	—	—	29.3	31.8	31.9	93.0
Agosto . . .	1.4	—	1.1	0.8	28	3	—	2.7	—	—	2.7	1	—	—	1	—	29 9	30.3	41.3	101.5
Settembre .	3.8	2.9	1.8	2.8	18	9	3	18.2	60 9	—	79.1	5	—	—	—	—	29.6	23.1	15.2	67.9
Ottobre. . .	2.7	3.2	7.2	4.5	13	9	9	—	54.6	53.9	108.5	12	—	—	—	—	17.9	28.8	19.7	66.4
Novembre .	7.2	3.6	7.0	5.9	7	10	13	73.3	42.7	14.4	130.4	17	—	—	1	—	13.7	17.8	12.2	43.7
Dicembre. .	4.7	6.7	6.7	6.1	7	10	14	143.2	20.4	23.2	186.8	19	—	—	2	—	12.6	11.8	17.0	41.4
ANNO	4.2				166	106	93	847.4				123	1	1	6	—	712.4			

Frequenza dei venti a Capodimonte

nell'anno 1890

MESE	Numero delle volte in cui ha soffiato il vento							
	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW
Gennajo	13	18	16	3	6	8	20	9
Febbrajo.	17	25	26	3	2	3	3	5
Marzo	7	10	21	7	14	8	19	7
Aprile	8	9	14	4	12	6	27	10
Maggio	6	6	7	6	7	14	32	15
Giugno.	9	3	14	5	7	16	28	8
Luglio	7	3	10	6	11	16	32	8
Agosto.	3	4	7	11	9	6	37	16
Settembre	8	10	12	13	4	3	18	22
Ottobre	13	6	6	6	18	8	16	20
Novembre	13	13	12	8	8	14	17	5
Dicembre	22	31	16	3	2	6	9	4
ANNO	126	138	161	75	100	108	258	129

Relazione *sulla Nota dei Signori* Ciccone e Campanile.

(Adunanza del dì 1° agosto 1891)

Sebbene l'avorio sia di un uso abbastanza comune, pure non tutte le sue proprietà fisiche sono state fino ad ora studiate. I Signori Ciccone e Campanile hanno cercato di determinare, per via dell'esperienza, prima la velocità del suono e poscia la elasticità di detta sostanza. Sonosi perciò serviti di due assicelle di avorio, lunghe $409^{mm},66$ e $266^{mm},23$, e sperimentando col metodo del Kundt e con quello del Chladni, hanno trovato, per la velocità del suono in esse, i valori di 9,0745 e 9,205, il primo dei quali è certo più sicuro del secondo per la natura stessa dei metodi. Con questi dati e con le formole ben note, gli Autori hanno determinato il valore dell'elasticità dell'avorio, che è di 1902,6 nel primo caso.

Da ciò che precede si rileva, che i metodi usati in queste ricerche sono metodi noti: non pertanto, siccome i risultati ottenuti sono nuovi, e degni di considerazione, così i sottoscritti propongono che la breve nota sia pubblicata per intero nei Rendiconti dell'Accademia.

L. Palmieri
L. Pinto
E. Villari, *relatore.*

Determinazione del Coefficiente di elasticità dell'Avorio e misura della velocità di propagazione del suono nella stessa sostanza; nota *per i Dottori* **L. Ciccone** *e* **F. Campanile.**

(Adunanza del dì 8 agosto 1891)

Sebbene l'*avorio* sia una sostanza adoperata nelle dimostrazioni di alcune leggi fondamentali di Meccanica e di Fisica, nessuno finora ha curato di determinarne il *coefficiente di elasticità*, nè *la velocità con cui il suono si propaga attraverso di esso.* Per quante ricerche avessimo fatte, nulla ci è riuscito di appurare in proposito; ed abbiam creduto utile, perciò, occuparci delle due cose ad un tempo.

Presentiamo in questa Nota i risultati delle sperienze istituite, insieme ad una *Tavola delle variazioni della velocità del suono nell'aria, con la temperatura*: si vedrà, in seguito, che, dovendo rapportare la velocità del suono nell'avorio alla velocità del suono nell'aria, alla temperatura cui si sperimentava, siamo stati obbligati a calcolare molti di questi ultimi valori. E siccome non esiston Tavole, che diano V nell'aria in funzione di t^0, abbiam fatte le calcolazioni per le temperature comprese tra -40^0 e $+60^0$; e propriamente, di grado in grado tra -40^0 e -20^0 nonchè tra $+40^0$ e $+60^0$, e di mezzo grado in mezzo grado tra -20^0 e $+40^0$.

I.

Una delle maggiori difficoltà, nella quale ci siamo imbattuti innanzi tutto, è stata quella di trovare in commercio aste di avorio di lunghezza sufficiente per metterle in vibrazione ed ottenerne suono non estremamente acuto, e però classificabile con facilità e sicurezza. Fu solamente dopo lunghe e fastidiose ricerche che uno di noi riu-

scì a comperare quattro asticelle, di qualità eccellente, bianche, perfettamente omogenee, e di sezione abbastanza costante per tutta la lunghezza. Ci convincemmo presto, però, che le sole aste, dalle quali si poteva trarre partito, erano le più lunghe: le distingueremo con le lettere A e B, e le rispettive loro lunghezze, prese al catetometro, sono, alla temperatura di 17°.6:

$$409^{mm}.66 \quad e \quad 266^{mm}.23.$$

Non conoscendosi il coefficiente di dilatazione dell' avorio, non è stato possibile determinare, per ogni temperatura alla quale abbiamo sperimentato, la vera lunghezza dell'asta adoperata. Ma intanto, restringendo le misure, come abbiam fatto e come si vedrà, fra limiti poco superiori e poco inferiori a questa temperatura di 17°.6, è chiaro che l'errore commesso è dell'ordine di quelli che possono essere affatto trascurati.

Piuttosto, una cagione di errore, che ci ha dato molto a pensare, è stata quella su cui il Dott. Benno-Mecklenburg insiste in una lunga sua memoria [1]), nella quale egli discute le cause segnalate dai più abili sperimentatori e che possono esercitare una vera e propria influenza sulla velocità di propagazione del suono nei diversi corpi: si tratta del rapporto che vi è tra la struttura molecolare e la direzione e velocità di propagazione, poichè le più acute analisi non conducono a considerare altro. Ora è evidente che, nel caso nostro, le verghe d'avorio adoperate sono di tale lunghezza che non sarebbe stato possibile averle tagliate normalmente all'asse del dente: esse, dunque, hanno tutte il loro asse parallelo, o quasi, a quello del dente da cui furon tratte, e si sa che la maniera di accrescimento di codesti organi è tale da far ritenere molto omogenea la distribuzione, o, se vuolsi, l'addensamento lungo le falde per le quali l'onda sonora si è propagata. Noi, perciò, crediamo che i diversi numeri ottenuti con le due verghe siano *quasi* corretti dalle differenze, che avrebbe potuto introdurre la variazione della struttura molecolare; o, in altri termini, riteniamo di aver operato su verghe, se non perfettamente, certo omogenee molto nel senso di propagazione del suono.

Fra i metodi di misura, che avremmo potuto adottare, non vi era possibilità di scelta: ci siamo attenuti al metodo di Chladni [2]) ed a quello di Kundt [3]), ed in ultimo abbiamo comparato i risultati. Di metodi grafici non è stato a parlarne: le verghe, anche quando siano ben fissate, trepidano in modo che riesce difficilissimo, se non impossibile, ottener tracce di curve sopra cilindri giranti; e, d'altra parte, è così acuto il suono che si ottiene, e talmente a scatti, che la curva riesce irriconoscibile e le sinuosità non si posson contare in niun modo. Similmente sono riuscite infruttuose le ricerche che abbiam fatte con la Sirena, sebbene il lungo esercizio ci abbia messo in grado di riconoscere e fissare con abbastanza precisione suoni meno acuti e più *tenuti*, come si dice in musica.

[1]) H. Benno-Meklenburg, *Ueber die verschieden Methoden zur Bestimmung der Geschwendigkeit des Schalles*, Berlin 1887.

[2]) E. F. F. Chladni, *Acta Academiae Moguntiacae*. Erford, 1796—*Ann. de Poggendorff*, T. CXXVIII, p. 307.

[3]) Kundt, *Ann. de Pogg.*, T. CXXVII, p. 497; CXXVIII, p. 337; CXXXV, p. 337 e 527.

Nello sperimentare abbiamo avuto riguardo principalmente a verificare certe condizioni:

1. nel fissare la verga, o per una estremità o per il suo mezzo, abbiam cercata la posizione più esatta possibile dei punti, che potevano essere chiusi nella môrsa senza che il movimento vibratorio fosse rimasto alterato;

2. per avere, con sicurezza, dalle corde del Sonometro, suoni fondamentali perfettamente determinati, abbiamo accordata prima una corda con un diapason costruito da König (p. es. l'Ut_3 di 512 v. s.), fino a non udire più battimenti; poi abbiamo accordata un'altra corda con l'istesso diapason; e finalmente abbiam controllati codesti accordi, facendo vibrare una delle corde ed osservando se le sue vibrazioni destassero le vibrazioni dell'altra. Con un po' di pazienza siamo sempre riusciti ad avere un accordo quasi perfetto;

3. siccome il suono della verga non durava abbastanza, abbiamo prima cercato di fissarlo, quasi diremmo, mnemonicamente; e, subito dopo, ciascuno di noi, indipendentemente dall'altro, ha portato il ponticello ove ha creduto che convenisse per conseguire l'accordo tra il suono della verga e quello dato dalla parte aliquota della corda: in ultimo si son confrontate le letture delle posizioni che ciascuno di noi assegnava al ponticello;

4. è stata la lettura appunto delle posizioni del ponticello che ha generato nell'animo nostro i maggiori dubbii. Noi siamo giunti ad avere buone e confrontabili letture solamente dopo una lunga serie di prove sul modo di fare scorrere il ponticello e fissarvi su la corda con adequata pressione, e dopo esserci assicurati che i risultati, cui giungevamo determinando la lunghezza di corda che produceva suono all'unisono di una data forchetta, erano esatti;

5. l'esistenza simultanea della vibrazione longitudinale e della trasversale, pel noto principio generale della sovrapposizione dei piccoli movimenti, rendeva quasi impossibile, come tutti sanno, far vibrare longitudinalmente le nostre verghe di avorio, senza destare nello stesso tempo l'armonico trasversale più prossimo al suono longitudinale [1]). Ci siamo affidati in questo, senza pretendere di avere orecchi così delicati come quelli di Sauveur e di König, alla lunga abitudine contratta nel separare codesti suoni, poichè si trattava, in ultima analisi, di un movimento complesso, in cui il numero dei movimenti simultanei che lo componevano non era considerevole. D'altra parte siamo stati rassicurati che i suoni fondamentali delle vibrazioni longitudinali delle due verghe eran quelli che il nostro orecchio ci indicava, stimando direttamente la lunghezza d'onda che loro corrispondeva col metodo di Kündt;

6. abbiamo sempre accordata maggior fiducia alle misure fatte con la verga A, perchè in essa la lunghezza è abbastanza grande rispetto alle dimensioni trasverse; ed il valore assoluto di queste ha avuto una influenza trascurabile nella valutazione dell'altezza del suono cavatone.

Sulla cassa del sonometro sono state distese due corde di acciaio, una del diametro di mm. 0,3, l'altra del diametro di mm. 0,24, lunghe 1000 mm.; le quali sono

[1]) E. Verdet, *Cours de Physique professé à l'École polytechnique*, Tome Deuxième, p. 104, Paris 1869.

state messe di accordo, successivamente, con forchette che dànno l'Ut_3 di 512 v. s., il La_3 di 870 v. s., l'Ut_4 di 1024 v. s:

Le verghe di avorio, fissate prima per una estremità e poi pel loro mezzo, si son fatte vibrare longitudinalmente: dei suoni, che hanno dati, se ne sono cercati gli unisoni sulle corde, accordate con ciascuna delle tre forchette.

La temperatura di ciascuna sperienza è stata letta su di un termometro di Alvergniat N.° 25550.

Abbiamo raccolti nei quadri che seguono i risultati ottenuti; ed è inutile riferire le operazioni fatte, per determinare tutti i valori di V rispetto all'aria, trattandosi di calcolazioni non difficili, ma lunghe e fastidiose.

Verga A, *lunga 409,66 mm.*

N.° d'ordine delle sperienze	La corda del sonometro è accordata	La verga è fissata	Lunghezza, in mm., della corda che dà suono all'unisono della verga	Temperatura	Valore di V calcolato rispetto all'aria
1.	con una forchetta di König che dà l'Ut_3 di 512 v. s.	nel mezzo	67.00	19°.8	9.142
2.			68.00	19°.8	9.008
3.			68.40	19°.8	8.956
4.			68.00	19°.8	9.008
5.			65.00	16°.6	9.476
6.			66.20	14°.5	9.338
7.			66.70	14°.1	9.275
8.			66.70	14°.1	9.275
9.		ad una estremità	132.00	23°.0	9.231
10.			133.50	23°.0	9.127
11.			134.20	14°.1	9.2195
12.			134.80	14°.1	9.178
13.	con una forchetta di König che dà il La_3 di 870 v. s.	nel mezzo	116.00	19°.8	8.973
14.			116.00	15°.0	9.047
15.			116.00	15°.0	9.047
16.			115.60	19°.8	9.004
17.			114.00	16°.6	9.181
18.			114.00	14°.5	9.214
19.			114.50	17°.0	9.134
20.			114.00	17°.0	9.174
21.			114.70	17°.0	9.118
22.		ad una estremità	227.70	14°.1	9.233
23.			228.00	14°.1	9.221
24.			227.50	14°.1	9.241
25.	con una forchetta di König che dà l'Ut_4 di 1024 v. s.	nel mezzo	132.00	14°.5	9.366
26.			133.00	19°.8	9.210
27.			134.00	19°.8	9.140
28.			136.00	19°.8	9.008
29.			135.00	19°.8	9.070
30.		ad una estremità	266.00	19°.8	9.210
31.			265.00	19°.8	9.246
32.			269.00	19°.8	9.108
33.			268.00	19°.8	9.140

Verga B, *lunga 266,23 mm.*

N.° d'ordine delle sperienze	La corda del sonometro è accordata	La verga è fissata	Lunghezza, in mm., della corda che dà suono all'unisono della verga	Temperatura	Valore di V calcolato rispetto all'aria
1.	con una forchetta di König, la quale dà l'Ut_3 di 512 v. s.	nel mezzo	43.00	22°.5	9.215
2.			41.00	22°.5	9.665
3.		ad una estremità	86.00	22°.5	9.215
4.			87.00	22°.5	9.109
5.			88.00	22°.5	9.006
6.			85.00	22°.5	9.324
7.	con una forchetta di König, la quale dà il La_3 di 870 v. s.	nel mezzo	73.50	22°.0	9.169
8.			73.00	22°.0	9.231
9.			72.40	19°.8	9.343
10.			74.00	19°.8	9.141
11.		ad una estremità	144.00	22°.5	9.352
12.			146.00	22°.5	9.224
13.	con una forchetta di König, la quale dà l'Ut_4 di 1024 v. s.	nel mezzo	85.00	19°.8	9.367
14.			87.50	19°.8	9.100
15.		ad una estremità	173.00	19°.8	9.204
16.			173.70	19°.8	9.167
17.			174.00	19°.8	9.151
18.			173.00	19°.8	9.204

È utile raccogliere i diversi valori di V, corrispondenti ad una stessa temperatura, quantunque desunti da accordi di suoni dati da verghe di lunghezza diversa, con corde il cui suono fondamentale è stato di 512 v. s., di 870 v. s., di 1024 v. s.

Temperatura	Medie delle determinazioni fatte con A e con B	Valore medio di V fra i limiti di temperatura 14°.1 e 23°.0
14°.1	9.235	9.205 (*).
14°.5	9.306	
15°.0	9.047	
16°.6	9.329	
17°.0	9.142	
19°.8	9.148	
22°.0	9.200	
22°.5	9.263	
23°.0	9.179	

A controllare codesto valore (*) di V, abbiamo adoperato un tubo di Kundt, nel quale si è adattata l'asta di avorio lunga $409^{mm}.66$ (A). In una prima determinazione, fatta alla temperatura di 22°C, si sono ottenute 8 concamerazioni, della lunghezza complessiva di 365 millimetri, non tenendo conto delle concamerazioni estreme che spesso risultano molto diverse dalle altre: la distanza fra due nodi successivi è stata, dunque, di $45^{mm}.625$. In una seconda determinazione, fatta alla stessa temperatura, la lunghezza complessiva è stata di 320 millimetri per 7 concamerazioni; onde la distanza fra due nodi consecutivi è stata di $45^{mm}.714$. Le velocità del suono, che ne risultano, sono:

$$\left.\begin{aligned} V &= 9.188 \\ &= 8.961 \end{aligned}\right\}, \text{ e la loro media è } V_1 = 9.0745 \ (**).$$

Parrebbe, a primo aspetto, che vi fosse una differenza non trascurabile tra il valore di $V = 9.205$ (*) e questo $V_1 = 9.0745$ (**), ottenuto con un metodo affatto diverso. Ma si ricordi, in proposito, che nelle determinazioni fatte da Chladni [1]) e da Kundt [2]) si ebbero, per le stesse sostanze, differenze anche notevoli; e, d'altra parte, noi abbiamo già fatto osservare innanzi le gravi difficoltà che s'incontrano col metodo del Sonometro; onde, fra i due valori, certamente riteniamo come più attendibile quello ottenuto col metodo di Kundt, cioè $V = 9.0745$.

II.

La celebre formola di Laplace $V = \sqrt{\frac{gE}{p}}$ permette di calcolare E, quando siano note le altre quantità V, g, p. Si ha:

$$E = \frac{p}{g} V^2, \qquad 1)$$

ove p indica il peso specifico della sostanza che si considera;
g » l'accelerazione dovuta alla gravità, nel luogo in cui si sperimenta;
V » la velocità di propagazione di uno spostamento impresso ad un punto di una verga solida, in una direzione parallela alla sua lunghezza;
E » il coefficiente di elasticità del corpo solido considerato.

Tutti sanno che la stima di E, fatta ricorrendo alla precedente equazione, è una delle più precise e spedite che si possano ottenere, quando non si abbia modo di fare misure dirette. È vero che i valori così trovati sono un po' superiori a quelli che

[1]) Chladni, *Traité d'Acoustique*, p. 318.
[2]) Kundt, *Pogg. Ann.*, T. CXXVII, p. 497.

dànno le sperienze di trazione, come si riscontra nelle prime classiche ricerche di Wertheim [1]); ma è vero pure che, fra le due serie di valori, quelli che più si avvicinano al numero teorico, che si cerca di appurare, sono precisamente i primi; poichè l'allungamento massimo ottenuto con pesi, nelle sperienze di trazione, non è raggiunto che dopo un certo tempo e le misure non si fanno che quando lo stato definitivo sembra conseguito [2]).

Piuttosto si potrebbe credere non trascurabile in questa determinazione l'accrescimento di temperatura della verga, nell'atto in cui la si fa vibrare. E, di fatto, quando la verga è sfregata longitudinalmente, si ha un cambiamento di volume dovuto allo stiramento, e nello stesso tempo si ha una dilatazione dovuta all'accrescimento τ di temperatura; onde il rapporto di questa dilatazione $\left(\tau e = \frac{T\pi e^2}{JC}\right)$, al valore dello stiramento che potrebbe prodursi a temperatura costante $\left(\text{cioè } \frac{ETe^2}{JC} = m\right)$, non può essere trascurato; ed invece di E bisogna nei calcoli dare $\frac{E}{1-m}$; e, se m è molto piccolo, $E(1+m)$. Ma è facile convincersi che, sebbene E varii con m, cioè sebbene il calore di dilatazione faccia aumentare la elasticità longitudinale della sostanza su cui si sperimenta, esso è così piccolo che può essere trascurato fra limiti ristretti di temperatura. Noi, senza proporci di calcolare m, abbiamo potuto assicurarci che l'accrescimento τ di temperatura era piccolissimo.

Ecco senz'altro i valori di E, calcolati sostituendo nella 1):

a p, il peso del metro cubo di avorio in chilogrammi (1917), essendo 1,917 la densità tabulare (Gehler);

a g, il valore dell'accelerazione dovuta alla gravità in Napoli ($9^m.8024$);

a V, il prodotto della velocità relativa, da noi stimata alle diverse temperature, per la velocità nell'aria (espressa in metri) alla stessa temperatura:

Temperatura	Coefficiente di Elasticità E		Valore medio di E
14°.1	1917.3	Kg. per mm².	
14°.5	1949.5	»	
15°.0	1845.8	»	
16°.6	1973.5	»	
17°.0	1897.8	»	1932.9.
19°.8	1918.7	»	
22°.0	1955.2	»	
22°.5	1985.4	»	
23°.0	1952.9	»	

[1]) Wertheim, *Annales de Chim. et de Physique* (3), T. XII, p. 385; T. XXVII, p. 434; T. XXXI, p. 385 (1844, 1848, 1851).

[2]) Verdet, *Cours de Physique professé à l'École Polytechnique*, T. II, p. 86, Paris, 1869.

Dai valori di V, ottenuti col metodo di Kundt, si hanno invece, per E:

Temperatura	Coefficiente di Elasticità E	Valore medio di E
22°.0	1950.1 Kg. per mm².	1902.6.
22°.0	1855.1 »	

Ritenendo, come innanzi abbiam detto, che il valore più attendibile di V sia quello ottenuto col metodo di Kundt, si può conchiudere che il *coefficiente di elasticità dell'avorio*, alla temperatura di 22°, è di 1902.6 chilogrammi per millimetro quadrato.

III.

Riportiamo nella pagina seguente i valori della *velocità del suono nell'aria*, fra le temperature — 40° e + 60°, la velocità del suono a 0° essendo m. 330,60 [1]).

[1]) Vedi Violle J., *Cours de Physique*, T. II, partie 1, p. 78, 1888.

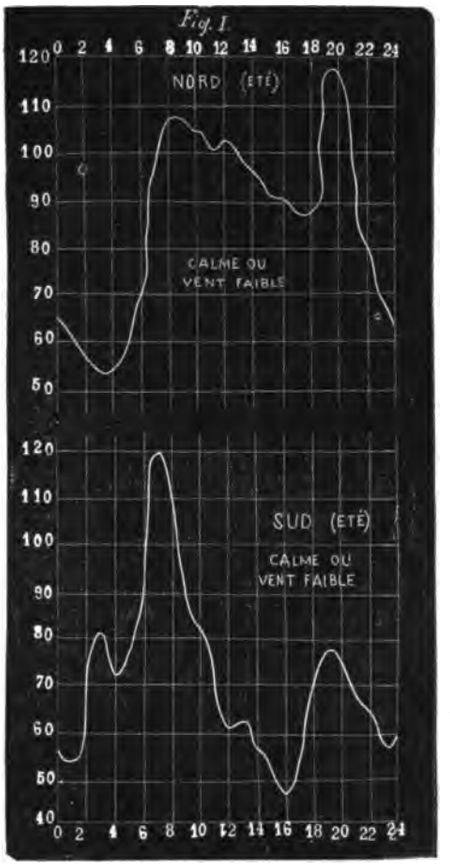
Temperatura	Velocità di propagazione del suono	Temperatura	Velocità di propagazione del suono	Temperatura	Velocità di propagazione del suono	Temperatura	Velocità di propagazione del suono
— 40°.0	305.37	— 10°.0	324.48	10°.5	336.91	31°.0	348.90
— 39°.0	306.03	— 9°.5	324.79	11°.0	337.21	31°.5	349.19
— 38°.0	306.68	— 9°.0	325.09	11°.5	337.50	32°.0	349.47
— 37°.0	307.34	— 8°.5	325.40	12°.0	337.80	32°.5	349.76
— 36°.0	307.99	— 8°.0	325.71	12°.5	338.10	33°.0	350.05
— 35°.0	308.64	— 7°.5	326.02	13°.0	338.39	33°.5	350.33
— 34°.0	309.29	— 7°.0	326.33	13°.5	338.69	34°.0	350.62
— 33°.0	309.93	— 6°.5	326.63	14°.0	338.99	34°.5	350.91
— 32°.0	310.58	— 6°.0	326.94	14°.5	339.28	35°.0	351.19
— 31°.0	311.23	— 5°.5	327.25	15°.0	339.58	35°.5	351.48
— 30°.0	311.86	— 5°.0	327.55	15°.5	339.87	36°.0	351.76
— 29°.0	312.51	— 4°.5	327.86	16°.0	340.17	36°.5	352.05
— 28°.0	313.15	— 4°.0	328.16	16°.5	340.46	37°.0	352.33
— 27°.0	313.79	— 3°.5	328.47	17°.0	340.76	37°.5	352.62
— 26°.0	314.43	— 3°.0	328.77	17°.5	341.05	38°.0	352.90
— 25°.0	315.07	— 2°.5	329.08	18°.0	341.35	38°.5	353.18
— 24°.0	315.70	— 2°.0	329.38	18°.5	341.64	39°.0	353.47
— 23°.0	316.34	— 1°.5	329.69	19°.0	341.93	39°.5	353.66
— 22°.0	316.97	— 1°.0	329.99	19°.5	342.22	40°.0	354.04
— 21°.0	317.60	— 0°.5	330.30	20°.0	342.52		
		0°.	330.60	20°.5	342.81	41°.0	354.60
— 20°.0	318.24	0°.5	330.90	21°.0	343.10	42°.0	355.17
— 19°.5	318.55	1°.0	331.21	21°.5	343.39	43°.0	355.73
— 19°.0	318.87	1°.5	331.51	22°.0	343.69	44°.0	356.29
— 18°.5	319.18	2°.0	331.81	22°.5	343.98	45°.0	356.86
— 18°.0	319.49	2°.5	332.11	23°.0	344.27	46°.0	357.42
— 17°.5	319.81	3°.0	332.41	23°.5	344.56	47°.0	357.98
— 17°.0	320.12	3°.5	332.72	24°.0	344.85	48°.0	358.54
— 16°.5	320.43	4°.0	333.02	24°.5	345.14	49°.0	359.10
— 16°.0	320.75	4°.5	333.32	25°.0	345.43	50°.0	359.66
— 15°.5	321.06	5°.0	333.62	25°.5	345.72	51°.0	360.21
— 15°.0	321.37	5°.5	333.92	26°.0	346.01	52°.0	360.77
— 14°.5	321.68	6°.0	334.22	26°.5	346.30	53°.0	361.32
— 14°.0	321.99	6°.5	334.52	27°.0	346.59	54°.0	361.88
— 13°.5	322.31	7°.0	334 82	27°.5	346.88	55°.0	362.43
— 13°.0	322.62	7°.5	335.12	28°.0	347.17	56°.0	362.99
— 12°.5	322.93	8°.0	335.42	28°.5	347.45	57°.0	363.54
— 12°.0	323.24	8°.5	335.72	29°.0	347.75	58°.0	364.09
— 11°.5	323.55	9°.0	336.02	29°.5	348.04	59°.0	364.64
— 11°.0	323.86	9°.5	336.31	30°.0	348.32	60°.0	365.19
— 10°.5	324.17	10°.0	336.61	30°.5	348.61		

Napoli, Istituto di Fisica, Giugno 1891.

Sul periodo diurno dell'elettricità atmosferica; NOTA *del Socio Ordinario* **L. Palmieri.**

(Adunanza del dì 1° agosto 1891)

Il Signor Carlo André, nel dì 29 dello scorso mese di Giugno, presentava all'Accademia delle Scienze di Parigi, per mezzo del Signor E. Mascart, una nota intitolata: *Contribuzione allo studio dell'elettricità atmosferica*, esprimendosi così: « Si ammette generalmente che vi sia per l'elettricità atmosferica una variazione « diurna *normale* corrispondente a un tempo calmo e ad un ciel sereno: la discussione « delle osservazioni proseguite a Lione dal 1884 coll'Elettrometro registratore Ma- « scart, non confermano questa maniera di vedere [1] ». Egli in prova del suo assunto esibisce le curve che rappresentano l'andamento diurno dell'elettricità atmosferica a Lione, che qui appresso fedelmente riproduco *(fig. 1)*.



Dopo 40 anni di osservazioni fatte col mio Elettrometro bifiliare e col metodo del conduttore mobile, posso dire che nei giorni calmi e sereni generalmente si nota

[1]) *Comptes Rendus des séances de l'Academie des Sciences.* Tome CXII, N.° 26 (29 Juin 1891), pag. 1509.

un periodo diurno doppio, con due massimi, uno antimeridiano ed uno pomeridiano, e due minimi, uno poco cospicuo nel corso del giorno ed uno più spiccato e risentito verso la fine della notte; le ore dei massimi principalmente, variano alquanto non solo con le stagioni, ma anche colle altezze sul livello del mare, siccome risulta dalle curve esprimenti il periodo diurno all'Osservatorio vesuviano, a 637^m sul livello del mare, ed alla Specola dell'Università, che sul medesimo livello si eleva solo di 57^m, da me pubblicate nelle varie edizioni delle mie *Lezioni di Fisica terrestre*. Mi duole di non poterle qui riprodurre essendo molte. Le più recenti si trovano nell'ultima edizione che porta la data del 1883, e sono ricavate dalle osservazioni fatte alla Specola dell'Università, e nelle edizioni antecedenti si trovano quelle ricavate dalle osservazioni fatte all'Osservatorio vesuviano. Vorrei che il Signor André potesse almeno vedere quelle del 1883. Ma nessuno ch'io mi sappia ha preteso di esservi una variazione *diurna normale*, giacchè i massimi ed i minimi, dei quali si parla, difficilmente sono eguali in due giorni successivi, ancor che preceduti e seguíti da giorni calmi e sereni, e da migliaia di osservazioni risulta, che qualora con cielo sereno ed aria tranquilla si hanno dei massimi molto elevati, si può con sicurezza presagire la prossima apparizione delle nubi, nell'inverno tra le 24 ore e nell'estate tra due o tre giorni.

Il valore di questi massimi dipende esclusivamente da quello della umidità relativa nella zona atmosferica soprastante al luogo delle osservazioni, la quale crescendo annunzia quasi sempre la genesi delle nubi; onde non fa meraviglia che con certi venti debbano certi massimi riuscire più elevati, e le curve del Signor André *(fig. 1)* provano luminosamente quello che ho tante volte ripetuto, come fatto costantemente osservato. Giova per altro notare, che crescendo l'umidità relativa, il potenziale dell'aria si eleva, ma l'aumento di potenziale può sparire restando tuttavia l'umidità, ecco perchè le nubi dopo che si sono formate non dànno segno di elettricità propria, se per nuovo condensamento non si risolvono in acqua o neve.

Le curve presentate all'Accademia di Francia dal Signor André, e che io qui riproduco, sono la conferma di quel che io avevo già dimostrato. Basta volgere lo sguardo alla figura 1ª per vedere i due massimi e i due minimi del doppio periodo diurno di sopra indicato. L'essere coi venti di Nord il massimo antimeridiano meno elevato, e più elevato il pomeridiano per rispetto ai giorni in cui han dominato i venti di Sud, può ben derivare dalla cagione di sopra indicata.

Tra tante curve da me fatte, ed in parte pubblicate nelle mie Lezioni di Fisica terrestre, sebbene nelle giornate regolari si ravvisi nel maggior numero la esistenza dei due massimi e minimi, pure la curva di un giorno assai raramente rassomiglia a quella del giorno seguente, non solo pel valore diverso di questi massimi e minimi, ma eziandio per le variazioni notevoli che intervengono nelle diverse ore del giorno e della notte. Le mie curve sono state pazientemente ricavate da osservazioni dirette, esenti dagli errori delle dispersioni.

L'esperienza ha dimostrato come l'elettricità atmosferica patisce pronte variazioni da un momento all'altro, e però si è creduto, ad evitare la soverchia fatica delle osservazioni dirette, ricorrere al metodo grafico, grandemente perfezionato dal Signor Mascart; ma io dimostrai innanzi a quest'illustre fisico nel Congresso meteorologico internazionale di Roma, nel 1879, che gli apparecchi grafici, in generale, sono sussidiarî

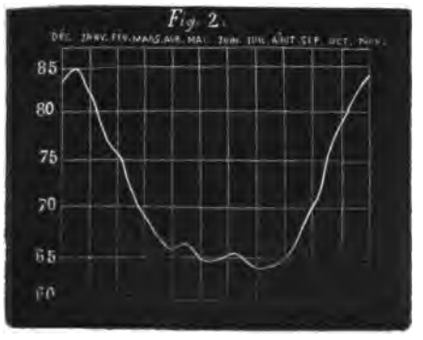
degli istrumenti ad osservazioni dirette, e che le dispersioni, ad onta degli accurati mezzi adoperati, non si possono del tutto evitare, e quindi la necessità di trovare un metodo di correzione, come lo hanno quelle fatte col mio Elettrometro bifiliare a conduttore mobile; e ben ricordo che l'eminente fisico francese pubblicamente dichiarò nell'assemblea, che il mio apparecchio poteva servire a verificare i risultamenti con altri ottenuti.

Sarei lieto se qualche cultore di meteorologia elettrica, alla quale consacrai quarant'anni di assidue indagini, potesse volgere lo sguardo almeno alle poche curve da me pubblicate nell'ultima edizione delle mie Lezioni di Fisica terrestre nell'anno 1883 [1]. Nella figura 486 si vedrebbe la curva del dì 3 settembre con un forte massimo antimeridiano, che sebbene la giornata fosse bellissima, pure annunziava un temporale, che si manifestò la notte seguente, ed il tempo si mantenne piovoso fino al giorno 7, che fu perfettamente sereno, con debole vento di NE. La curva intanto di questo giorno presenta singolare anomalia con due massimi pomeridiani non molto elevati, uno alle 2 ed uno alle 3 (fig. 487).

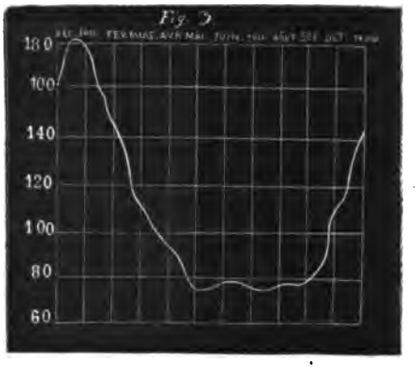
I giorni 8 e 9 furono calmi e sereni, ed intanto le due curve son molto diverse tra loro (fig. 148 e 149).

Finalmente la curva della figura 190 rappresenta il periodo diurno del giorno 12, e questa, con un forte massimo alle ore 8 di sera, fa prevedere le nubi e la pioggia del giorno seguente.

Il Signor André poi ha pubblicato due curve rappresentanti il periodo annuo dell'andamento dell'*umidità relativa* e del *potenziale elettrico* dell'aria, le quali sono espresse dalle figure 2ª e 3ª; la grande somiglianza di queste due curve è una riprova bellissima



Humidité rélative



Potentiel électrique

di ciò che io ho replicatamente sostenuto, che l'elettricità atmosferica cresce coll'umidità relativa, quantunque le maggiori dispersioni che si avverano con questa abbiano spesso mascherata una delle più importanti verità della meteorologia elettrica.

Le curve dunque del Signor André, rappresentate dalla figura 1ª, sono una conferma di quello che da molto tempo si sapeva intorno al periodo diurno della elettricità atmosferica, e se qualche cosa è degna di nota è la grande somiglianza di queste, so-

[1]) V. *Nuove lezioni di Fisica sperimentale e di Fisica terrestre.* Napoli, Giovanni Jovene, libraio-editore, Strada della Quercia, 18.

miglianza che tra noi non è così perfetta, specialmente se le dette curve son ricavate da osservazioni fatte in giorni calmi e sereni, preceduti o seguiti da piogge, massime temporalesche. Questa uniformità a Lione, che non si riscontra con le curve di Napoli e del Vesuvio, potrebbe per avventura dipendere da cagioni locali, giacchè le tensioni o potenziali non solo variano da un momento all'altro nello stesso luogo, ma variano al variar dei luoghi nello stesso tempo, siccome è dimostrato dalle osservazioni perfettamente simultanee che con l'aiuto del telegrafo si fanno alla Specola dell'Università ed all'Osservatorio vesuviano, fin dall'anno 1872, in cui le due stazioni furono messe in diretta comunicazione tra loro. Le osservazioni si fanno anche all'Osservatorio di Capodimonte alle stesse ore, sebbene non si possano dire perfettamente sincrone con quelle dell'Università e del Vesuvio. Ora in questi tre siti si hanno nello stesso tempo valori diversi non solo nei tempi piovosi, in cui le differenze sono enormi, e perfino di segni contrari, ma eziandio nelle giornate calme e serene.

Nè si dica che tali differenze derivino dalla diversa elevazione de' luoghi, perchè come le differenze di altezza restano sempre le stesse, così anche le differenze dei potenziali dovrebbero essere costanti, e questo non si avvera affatto, giacchè spesso interviene che al Vesuvio, cioè nel punto più elevato si abbia meno che all'Università, ch'è il punto più basso.

Ed a proposito della diversa elevazione de' luoghi di osservazioni, dichiaro, forse per la centesima volta, essere un errore il credere che la elettricità cresca con le altezze; giacchè le osservazioni comparabili e simultanee mille volte ripetute provano il contrario, ed intanto l'errore si ripete quasi da tutti, anche i più autorevoli. Vorrei che quei pochissimi che han tentato la prova per altezze, che differiscono di pochi metri, si persuadessero che una moderata elevazione dando all'istrumento un orizzonte più libero, in modo che meglio domini i corpi circostanti, può dare qualche cosa di più, giacchè, come bene avea notato il Saussure, la buona esposizione più che l'altezza vale a dare indicazioni più vigorose. Ma le osservazioni simultanee che da molti anni si fanno alla Specola universitaria, all'Osservatorio di Capodimonte ed all'Osservatorio vesuviano, come egualmenle quelle di Moncalieri e del Piccolo S. Bernardo, provano il contrario di quello che ostinatamente si asserisce.

Le osservazioni perfettamente sincrone che dal 1872 senza interruzione si fanno a Napoli ed al Vesuvio han dimostrato, che solo nella stagione estiva, di giorno l'elettricità al Vesuvio è maggiore, ma nelle ore notturne avviene il contrario. A Moncalieri ed al Piccolo S. Bernardo, ch'è molto più elevato dell'Osservatorio vesuviano, queste differenze tra l'estate e l'inverno spariscono, ed in tutte le stagioni, l'elettricità è costantemente minore nel sito più elevato, scegliendo sempre le giornate serene e senza venti forti.

Queste osservazioni non erano possibili quando non si aveano elettrometri comparabili di conveniente squisitezza e di facile trasporto, i quali dessero osservazioni precise e corrette dagli errori delle dispersioni. Il mio Elettrometro bifiliare, specialmente come ora è ridotto, raggiunge perfettamente lo scopo, e le osservazioni riescono comparabili, non solo perchè è facile regolare la sensibilità, in modo che molti elettrometri vadano d'accordo, ma perchè tutte possono essere riferite ad una stessa unità convenzionale e facile a verificarsi, o all'unità assoluta (C. G. S.) [1]).

[1]) V. gli Annali dell'Osservatorio vesuviano — *Lois et origine de l'Électricité atmosphérique* — Paris, Gauthier-Villard 1885, ecc.

Un apparecchio portatile, finalmente, di uso facilissimo, permette di moltiplicare queste osservazioni in varî punti della stessa contrada. Ecco perchè mi fu agevole al Vesuvio paragonare le osservazioni che si facevano sulla *Punta del Nasone*, ch'è la cima più elevata del Monte di Somma, sul cratere ed in altri punti, con quelle che nello stesso tempo si facevano all'Osservatorio. La stessa cosa fu fatta in diversi punti della nostra città, come sul Campanile di S. Chiara, sul Castello di S. Elmo e sulla Punta del Molo, a due metri dalla superficie del mare, sempre sincrone con quelle che si facevano alla Specola universitaria; e con maraviglia in una bellissima giornata del mese di Luglio si trovò, che la elettricità nel punto meno elevato, cioè a due metri di sopra la superficie del mare, era maggiore di quella che in pari tempo si notava alla Specola universitaria. Andate a fare questi studî con gli apparecchi grafici di molto prezzo, complicati e di maneggio difficile!

Dopo le cose dette io conchiudo, che se per *variazione diurna normale* si vuole intendere il periodo diurno co' due massimi, ed i minimi de' quali di sopra è detto, le curve dal Signor André esibite ne sono la riprova; se poi con la parola *normale* si vuole intendere quello che i moderni meteorologisti sogliono con questa parola significare, io non credo che siavi chi abbia affacciata questa pretensione; e l'essere uno dei massimi col dominio di certi venti più o meno cospicuo dell'altro, non deroga alla regola generale, ed il dotto e diligente osservatore di Lione ne potrà intendere l'origine sol che consideri la grande uniformità delle sue curve *(fig. 2 e 3)*, che fanno vedere la corrispondenza tra i valori de' potenziali e quelli della umidità relativa. E quantunque l'elettricità, che sempre si manifesta con l'aumento dell'umidità relativa, sparisca prima che questa cominci a scemare, e quantunque spesso notiamo aumenti di elettricità, dovuti ad incremento di umidità in falde atmosferiche superiori a quella nella quale sono i nostri strumenti, pure le due curve de' potenziali e dell'umidità date dall'abile osservatore Signor André sono di una somiglianza perfetta.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

MAGGIO 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	52.6	50.9	51.1	51.53	20.6	24.5	19.9	15.9	24.5	20.22	10.6	13.0	1.19	11.83	58	57	69	61.3	0	6	0	N	E	NNE	0	0	0	—	3.8
2	49.9	48.8	48.1	48.93	23.0	25.5	21.5	18.6	25.5	22.15	13 9	9 7	12.4	12.00	66	41	66	57.7	8	1	3	SE	SW	NW	0	3	0	—	2.5
3	45.1	44.0	44.4	44.50	23.5	23.9	20.1	18.8	**26.0**	22.10	14.1	**14.5**	11.3	13.30	65	66	65	65.3	0	3	2	E	E	N	0	4	0	—	3.0
4	44.3	44.0	45.8	44.70	20.6	24.1	17.8	17.2	24.7	20.08	11.8	12.9	13.0	12.57	65	58	86	69.7	0	1	0	S	SW	SW	0	1	4	—	2.0
5	45.6	45.5	46.7	45.93	21.2	23.3	17.6	17.0	23.3	19.77	13.7	13.1	12.9	13.23	74	62	86	74.0	3	4	0	E	NE	WSW	0	1	5	—	2.8
6	47.1	45.4	45.6	46.03	20.0	21.6	17.1	16.0	22.9	19.00	14.0	14.0	13.5	13.83	80	73	93	82.0	10	10	10	SSE	WNW	WSW	0	2	2	—	1.5
7	42.6	39.5	39.0	40.37	17.2	22.2	19.4	16.3	22.6	18.88	13 7	12.5	11.0	12.40	94	63	65	74.0	10	9	10	N	NE	E	10	4	1	1.7	0.5
8	**37.0**	38.4	38.5	37.97	18.5	16.9	15.0	15.0	19.5	17.00	12.0	11.3	11.4	11.57	76	79	90	81.7	10	10	10	SE	E	WSW	0	3	11	6.3	2.8
9	40.0	40.5	42.0	40.83	16.3	17.5	14 5	13.5	18.0	15.57	9 4	9.5	9.3	9.40	68	64	76	69.3	9	3	3	SSW	WSW	S	5	4	0	1.2	2.3
10	41.8	41.0	39.7	40.83	17.0	21.4	18.2	12.5	21.8	17.38	9.6	10.9	11.3	10.60	67	58	73	66.0	9	5	8	E	N	NE	0	0	0	—	0.5
11	38.4	39.2	41.6	39.73	17.8	20.3	17.4	16.0	20.5	17.92	9.1	9.2	8.1	8.80	60	52	55	55.7	10	10	5	NNE	ENE	ENE	0	3	11	—	2.8
12	42.0	42.2	44.1	42.77	19 8	22.7.	19.2	16.7	22.7	19.60	10.8	10.4	7.8	9.67	62	51	47	53.3	8	10	7	ESE	E	NE	4	2	1	—	3.0
13	44.6	44.0	45.5	44.70	21.5	24.7	19.5	17.5	24.8	20.83	10.5	8.4	6.8	8.57	55	**36**	41	44.0	0	1	0	NNE	E	NE	0	0	0	—	4.0
14	46.6	46.2	46.8	46.53	19.6	19.9	15.8	15.7	20.8	17.97	13.1	12.0	11.8	12.30	78	70	88	78.7	0	0	1	SW	SSW	SW	0	5	2	—	4.1
15	46.9	45.5	45.5	45.97	17.5	18.8	15.0	14.9	19.3	16.68	11.2	11.0	10.8	11.00	75	68	85	76.0	10	0	10	NW	NE	SW	1	0	2	—	1.5
16	43.6	42.3	42.2	42.70	16.7	17.6	16.1	14.8	18.1	16.42	11.7	11.7	12.3	11.90	82	78	90	83.3	9	10	10	WSW	S	SW	2	3	1	—	1.8
17	40.9	41.4	43.2	41.83	15.0	16.3	12.4	12.1	17.0	14.13	7.9	7.3	**5.1**	6.77	62	54	48	54.7	7	4	4	WNW	SW	WSW	17	15	29	3.5	1.5
18	47.1	48.8	50.8	48.90	14.5	17.4	12.5	10.0	17.4	13.60	7.5	7.0	7.6	7.37	61	48	71	60.0	3	1	0	NW	WSW	W	3	5	0	0.8	3.5
19	52.2	52.2	**53.2**	52.53	16.4	18.8	14.4	11.5	19.5	15.45	8.6	8.0	7.6	8.07	61	50	72	61.0	2	0	0	ESE	SW	NW	0	2	0	—	1.0
20	52.8	51.8	52.8	52.47	17.7	21.4	15 9	12.2	21.7	16.87	8.2	10 8	9.0	9.33	55	57	66	59.3	3	0	7	S	SE	N	0	0	0	—	2.5
21	51.2	49.7	48.6	49.83	18.3	19.5	17.8	14.1	20.5	17.73	12.1	9 4	7.7	9.73	78	56	51	61.7	10	10	7	NW	WSW	N	0	4	0	—	2.2
22	47.0	45.4	45.8	46.07	22.5	24.4	18.8	17.4	24.7	20.85	9.1	8.3	9.7	9.03	45	**36**	60	47.0	6	3	0	E	SW	WSW	0	1	0	—	3.0
23	46.9	47.2	47.7	47.27	19.5	20.4	16.2	14.6	20.5	17.70	12.7	12.3	12.0	12.33	76	69	87	77.3	3	1	9	SE	WNW	W	2	4	1	1.2	2.8
24	45.8	45.6	46.3	45.90	17.5	16.9	14.3	**9.0**	19.0	14.95	10.8	9.7	10.1	10.20	72	68	84	74.7	7	10	6	W	SW	SW	4	11	8	6.2	2.0
25	45.9	45.7	46.6	46.07	17.8	18.7	15.3	12.3	19.2	16.15	11.3	10.6	10.7	10.87	74	66	83	74.3	4	0	0	N	W	SW	0	10	0	0.6	2.0
26	46.7	46.6	46.4	46.57	18.0	19.5	16.0	13.5	19.5	16.75	9.1	11.7	10.4	10.40	59	70	77	68.7	0	0	0	W	NW	S	3	1	0	—	1.0
27	43.8	43.4	44.8	44.00	16.5	15.1	14.4	13.9	17.0	15.45	11.4	11.1	11.5	11.33	81	87	**95**	87.7	10	10	10	E	NW	SW	0	2	8	20.8	1.7
28	47.4	48.3	50.1	48.60	17.3	19.2	15.3	13.0	19.5	16.27	12.3	11.9	11.6	11.93	84	72	89	81.7	7	3	0	E	W	SW	0	8	0	5.5	0.5
29	50.8	49.8	49.5	50.03	18.4	20.9	14.9	13.9	21.5	17.18	13.1	13.0	11.4	12.50	83	71	90	81.3	5	0	0	E	NW	SW	0	0	0	—	1.0
30	47.5	47.0	47.2	47.23	18.0	19.1	14.9	12.9	20.4	16.55	12.3	10.3	11.4	11.33	80	63	90	77.7	4	10	2	E	NNW	SE	0	5	0	—	0.9
31	47.4	47.1	47.8	47.43	18.0	19.0	16.0	13.6	20.0	16.90	11.8	11.3	11.7	11 60	77	69	86	77.3	4	9	1	E	WNW	SW	0	3	0	—	2.5
Medi mens.	45.85	45.40	46.05	45.77	18.59	20.37	16.55	14.53	21.05	17.68	11.21	10.86	10.42	10.83	70.1	61.7	75.0	68.9	5.5	4.6	4.0							somma 47.8	somma 67.0

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

GIUGNO 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 6^h m	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	48.8	48.7	50.2	49.23	18.3	21.0	16.5	14.4	21.5	17.67	12.4	12.4	11.6	12.13	80	67	83	76.7	9	3	1	SSW	SW	SW	0	1	0	—	1.8
2	51.2	50.0	50.4	50.53	19.0	20.4	17.0	15.2	21.9	18.28	13.5	12.2	13.0	12.90	83	68	90	80.3	7	10	0	SE	SW	SW	0	4	0	—	1.0
3	47.4	47.5	48.8	47.90	18.0	20.4	16.5	15.7	21.0	17.80	14.6	11.7	11.6	12.63	**95**	62	83	80.7	10	0	3	SSW	SW	SW	0	7	0	—	1.2
4	49.4	48.7	49.0	49.03	18.5	23.4	18.7	15.1	23.5	18.95	11.9	13.6	12.9	12.80	75	64	81	73.3	3	0	0	SSW	S	N	0	0	0	—	1.3
5	48.6	47.3	46.7	47.53	23.3	27.0	24.6	17.0	28.0	23.22	11.6	11.1	10.7	11.13	55	41	47	47.7	0	2	0	SSE	S	NW	0	0	0	—	1.2
6	45.3	45.0	**44.3**	44.87	26.7	29.7	27.2	22.2	29.8	26.48	11.3	9.8	11.3	10.80	44	**32**	42	38.7	2	5	0	SSW	NE	N	1	1	0	—	3.0
7	46.8	47.0	48.2	47.33	21.8	26.0	19.5	18.8	27.0	21.78	16.0	15.2	15.4	15.53	82	61	91	78.0	4	0	0	SSE	SW	E	0	0	0	—	**5.0**
8	48 4	48.2	47.7	48.10	26.9	27.4	23.7	19.3	**30.0**	24 97	14.5	14.0	12.3	13.60	56	52	57	55.0	2	9	0	WSW	W	W	0	6	1	—	2.8
9	51.4	51.4	51.9	51.57	21.5	19.9	17.1	17.3	24.2	20.02	14.5	10.0	12.4	12.20	76	57	86	73.0	10	10	0	W	NW	W	9	5	6	0.7	3.2
10	52.1	51.4	50.7	51.40	20.5	23.1	17.8	15.4	24.0	19.42	12.7	11.2	11.6	11.83	71	53	76	66.7	4	0	0	S	SW	NE	0	4	0	—	2.2
11	49.8	47.2	48.6	48.53	21.4	22.7	15.5	15.2	23.7	18.95	10.7	12.6	12.0	11.77	56	62	91	69.7	5	10	10	W	SSE	NNW	0	2	15	2.5	2.5
12	47.5	47.9	48.3	47.90	18.8	20.9	16.8	15.1	21.1	17.95	11.8	12.7	12.6	12.37	73	69	89	77.0	5	7	4	SW	E	W	7	7	0	1.5	2.5
13	49.4	50.1	52.7	50.73	18.7	21.5	15.2	15.2	21.8	17.72	11.2	8.2	**7.0**	8.80	70	43	54	55.7	10	2	7	NNE	E	E	0	2	2	0.2	2.0
14	53.5	52.6	**52.8**	52.97	16.8	22.4	17.1	**13.9**	22.2	17.50	7.9	7.8	9.1	8.27	56	39	63	52.7	0	0	0	E	N	W	3	1	1	—	4.2
15	52.7	52.4	52.3	52.47	19.5	22.4	17.4	14.7	22.4	18.50	12.4	8.0	13.1	11.17	74	40	89	67.7	3	2	0	ESE	SW	W	0	3	2	—	2.8
16	50.3	49.2	48.3	49.27	20.0	19.4	17.0	15.3	20.5	18.20	13.7	12.3	11.8	12.60	78	74	82	78.0	7	10	0	E	NE	SW	0	1	0	—	1.4
17	47.9	48.0	49.2	48.37	19.8	19.1	17.1	15.3	22.7	18.72	11.5	12.8	9.2	11.17	67	78	63	69.3	3	10	8	SSE	S	NE	0	3	1	5.2	1.0
18	49.8	50.1	51.7	50.53	19.3	21.5	17.0	16.0	21.8	18.52	9.2	7.9	7.9	8.33	55	41	55	50.3	4	2	0	ENE	E	NE	6	5	1	—	3.5
19	51.5	50.4	51.3	51.07	20.0	21.5	18.3	14.4	23.0	18.92	8.8	10.0	11.0	9.93	51	53	70	58.0	3	6	0	NNE	WSW	NW	0	9	4	—	4.0
20	50.5	49.8	49.6	49.97	19.8	19.9	18.0	16.1	20.7	18.65	11.2	13.7	12.0	12.30	65	79	82	75.3	10	10	9	SSW	SE	W	4	1	0	—	2.8
21	47.9	47.5	48.3	47.90	17.6	19.4	18.4	16.4	19.9	18.08	13.6	14.5	15.3	14.80	91	87	97	91.7	10	10	7	SW	SE	SW	0	7	0	9.8	2.0
22	49.4	48.8	49.7	49.30	19.8	24.3	19.8	17.2	24.3	20.28	14.6	14.3	11.4	13.43	85	63	66	71.3	2	0	0	SSW	SW	NW	0	0	0	0.3	0.5
23	49.8	49.8	50.5	50.03	23.5	26.7	20.3	18.5	27.0	22.32	14.1	12.3	15.5	13.97	65	47	88	66.7	2	0	0	NW	SW	E	0	0	0	—	2.5
24	49.5	49.9	49.3	49.57	24.5	26.9	24.3	19.8	27.7	24.08	15.1	14.0	15.1	14.73	66	54	67	62.3	1	9	0	E	WNW	SW	0	3	0	—	3.5
25	48.4	48.2	48.4	48.33	25.5	27.6	21.4	19.8	27.5	23.55	14.6	12.7	12.7	13.33	62	46	67	58.3	3	1	0	E	WNW	WSW	0	0	0	—	1.5
26	48.0	48.0	48.2	48.07	23.0	25.4	21.5	19.4	25.8	22.42	14.2	15.8	16.3	15.43	68	65	86	73.0	8	1	0	NW	E	SW	0	1	0	—	3.5
27	49.7	49.5	50.0	49.73	23.7	26.6	21.0	19.2	26.6	22.63	17.2	16.1	14.6	15.97	79	63	79	73.7	5	0	0	SE	W	W	0	5	0	—	1.8
28	50.9	50.9	51.0	50.93	22.6	26.0	22.0	18.9	26.9	22.60	16.5	17.9	15.0	16.47	81	72	76	76.3	2	0	0	SSE	SW	NW	0	1	1	—	2.2
29	51.5	50.9	50.6	51.00	24.0	28.2	23.5	20.0	28.5	24.00	18.8	**21.0**	18.2	19.33	85	73	85	81.0	7	0	0	SE	E	S	0	0	0	—	1.5
30	51.1	50.8	50.8	50.90	25.5	27.7	23.2	21.0	28.7	24.60	19.7	20.5	19.2	19.80	82	74	87	81.0	0	0	0	ESE	SW	SE	0	0	0	—	2.2
Medi mens.	49.35	48.57	49.98	49.30	20.61	23.61	19.45	17.06	24.46	20.39	13.33	12.88	12.66	12.96	70.9	59.5	75.7	68.7	4.7	4.0	1.6							somma 20.2	somma 70.1

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

LUGLIO 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 6^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.8	50.1	49 9	50.27	26.2	28.0	24.7	21.2	29.0	25.28	20.4	21.1	12.0	17.83	81	75	52	69.3	0	0	0	E	ESE	WNW	0	1	4	—	1.5
2	49.1	48.6	48.9	48.87	25.6	29.3	24.2	21.6	30.0	25.35	19.7	20.5	12.8	17.67	81	67	57	68.3	0	1	0	SSW	S	NNW	0	0	0	—	1.5
3	48.5	47.5	48.0	48.00	25.6	29.7	24.5	20.8	29.9	25 20	20.0	19.6	19 0	19.53	82	63	83	76.0	0	0	0	S	SSW	S	0	1	0	—	2.5
4	48.7	48.2	48.0	48.30	26.7	29.6	23.9	21.8	30.0	25.60	16.8	13.0	17.1	15.63	85	42	78	68.3	0	0	3	E	WSW	NE	0	11	0	—	3.0
5	49.5	49.7	50 7	49 97	23.0	23.9	20.4	20.4	25.5	22.32	15.2	13.3	13.0	13.83	73	61	74	69.3	7	0	3	NW	W	SW	0	17	0	—	3.5
6	48.2	47.7	48.2	48.03	22.5	24 7	20.1	17.8	25 0	21.35	15.3	12 8	13.1	13.73	76	56	75	69.0	4	0	0	S	WSW	SW	0	12	1	—	3.5
7	48.4	48.1	49.2	48.57	23.0	25.9	21.4	18.4	26.0	22.20	16.6	15.3	15.7	15.87	79	62	83	74.7	3	2	0	E	SSW	SW	1	11	3	—	2.5
8	49.5	49 8	49 9	49 73	23.2	25.2	21.2	19.8	25.2	22.35	15.4	15 7	15.2	15.43	73	66	82	73.7	5	1	0	W	SSE	WSW	1	4	4	—	3.5
9	49.6	48.7	47.8	48.70	23.9	26.3	22.8	19.2	26.7	23.15	16.2	16.6	17.0	16.60	74	66	83	74.3	1	0	0	SW	SSW	WSW	2	3	9	—	1.8
10	44.7	44.5	44.2	44.47	26.2	25.8	22.8	20.2	27.0	24 05	16.5	17.8	18.9	17.73	66	73	86	75.0	8	8	2	SSW	SSW	WSW	5	12	7	—	3.5
11	43.7	43.2	45.0	43.97	23.6	23.8	17.9	17.7	25.0	21.05	16.4	17.1	11.2	14.90	76	79	74	76.3	4	5	0	SSW	WSW	NE	8	2	3	0.2	3.0
12	46.5	46.4	47.4	46.77	22.5	26.6	21.5	18.0	26.6	22 15	12.3	11.9	14.1	12.77	61	46	74	60 3	1	0	1	N	W	W	0	7	0	—	3.0
13	48.3	48.1	49.1	48.50	23.0	26.3	20.0	19.1	26.3	22.10	15.0	15.9	14.8	15.23	72	63	85	73.3	1	2	3	E	S	NNE	0	6	2	—	3.0
14	50.0	49.4	49.7	49.70	23.5	26.6	21.9	18.9	26.8	22.78	12.3	12.7	13.4	12.80	57	49	69	58 3	0	0	0	ENE	WSW	WNW	3	6	5	—	3.8
15	49.6	49.2	49.0	49 27	24.5	26.9	22.3	19.9	27.5	23.55	16.7	16.6	15.5	16.27	73	64	77	71.3	0	0	0	SSE	WSW	N	2	12	0	—	4.0
16	49.5	48.8	48.9	49.07	25.0	29.4	24.5	21.1	29.4	25.00	18.2	13.0	10.8	14.00	77	43	48	56.0	0	0	0	SE	WSW	NE	0	3	0	—	3.5
17	48.8	49.1	49.3	49.07	26.8	28.7	28.0	22.3	29.0	6.52	13.7	15.0	14 9	14.53	53	52	54	53.0	0	0	0	SSE	W	W	0	5	0	—	4.8
18	50.6	51.2	50.9	50.90	25.0	27.9	23.6	20.7	29.0	24.58	17.5	19.0	17.9	18.13	74	68	83	75.0	0	0	0	E	WSW	NW	0	11	0	—	2.5
19	50.8	49.8	49.7	50.10	25.0	28.7	24.0	21.3	29.6	24.97	20 0	21.3	19.7	20.33	85	73	89	82.3	10	0	0	E	SSW	WSW	0	4	0	—	2.0
20	49.7	48.6	48.8	49.03	25.4	27.9	24.9	22.3	28.5	25.28	20.4	19.8	18.0	19.40	85	71	77	77.7	9	0	7	NW	SW	W	2	3	2	—	1.8
21	48.7	48.0	49.0	48.57	25.0	27.5	23.0	21.6	27.8	24.35	17.8	18.1	16.9	17.60	76	67	81	74.7	8	0	2	SSW	W	NW	2	5	2	—	1.7
22	49.7	49.2	49.7	49.53	25.2	27.7	23.5	21.3	27 7	24 42	17.2	18.4	16.1	17.23	72	67	75	71.3	2	0	0	SSW	S	S	0	9	0	—	2.2
23	50.7	50.5	49.9	50 37	25.8	28.0	24.2	21.3	28.3	24.90	18.4	19.9	13.2	17.17	75	71	59	68 3	0	0	0	E	WSW	WNW	0	5	3	—	3.0
24	49.7	49.3	48.9	49.30	25.2	27.7	24.5	21.6	28.5	24.95	19.2	18.0	18.7	18.63	81	66	82	76.3	4	0	0	SSW	SW	SW	0	6	2	—	2.0
25	48.5	48.5	49.2	48.73	22.8	26.4	21.3	21.0	26.7	22.95	19.5	17.9	16.6	18.00	95	70	88	84 3	10	0	0	SSW	W	E	0	16	0	4 0	1.8
26	49.8	49.2	49 8	49.60	23.3	27.2	22.1	19.3	28.2	23.23	13.1	12.0	14.1	13.07	62	44	72	59.3	0	0	0	E	NE	W	1	1	5	—	2.2
27	49.6	48.4	48.6	48.87	24.5	27.4	21.8	20.3	27.6	23.55	13.3	15.3	15.3	14.63	58	56	79	64.3	0	0	0	ESE	SW	ESE	0	8	0	—	3.5
28	48.6	47.7	48.1	48.13	24 3	26.8	22.0	19.7	27 0	23.25	17.5	16.0	14.8	16.10	78	61	76	71.7	1	0	0	N	N	E	0	1	0	—	3.5
29	47.0	46.2	45.1	46.10	25.6	28.4	23.7	23.6	29 1	25.50	15.3	13.6	15.0	14.63	63	48	69	60.0	0	0	0	S	SW	SW	0	6	5	—	1.6
30	46.7	47.3	48.4	47.47	24.0	26.1	21.5	21.5	26.1	23.27	14.4	14.0	13.5	13.97	65	56	71	64.0	3	0	0	W	W	W	10	8	0	—	3.5
31	49.1	48 4	48.6	48.70	24.0	28.5	24.5	19.4	29.6	24.38	13 6	13.0	12.2	12.93	61	45	53	53.0	0	0	0	SSE	E	NW	1	1	6	—	2.7
Medi mens.	48.79	48.37	48.64	48.60	24.51	27.19	22.80	20.42	27.70	23.86	16.58	16.27	15.18	16.01	73.2	61.0	73.8	69.3	2.6	0.6	0.7							somma 4.2	somma 85.9

Osservazioni Meteoriche

AGOSTO 1891 — FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	49.2	49.1	50.4	49.57	28.7	32.2	25.1	22.4	**32.4**	27.15	11.4	13.2	16.3	13.63	39	37	69	48.3	0	0	0	E	S	S	0	0	1	—	4.1
2	49.2	49.3	48.3	48.93	29.0	30.4	25.2	23.8	32.1	27.52	13.6	14.5	12.9	13.67	46	45	55	48.7	1	4	4	S	NW	N	0	8	0	—	5.2
3	48.4	48.1	48.6	48.37	25.6	27.3	21.2	21.2	28.0	24.00	17.8	11.6	12.8	14.07	73	43	68	61.3	3	0	0	SSE	W	NW	0	9	1	—	4.5
4	49.3	48.7	49.3	49.10	23.8	27.5	21.5	18.8	28.0	23.03	16.2	15.0	12.4	14.53	75	55	66	65.3	4	0	0	W	WSW	NW	0	7	0	—	4.0
5	48.8	47.7	46.4	47.63	25.0	29.8	26.4	19.5	31.1	25.50	12.2	**7.8**	9.8	9.93	52	25	39	38.7	0	0	0	SSE	WSW	N	0	0	0	—	2.8
6	46.0	45.9	47.3	46.40	28.0	27.0	24.2	24.1	28.5	26.20	14.5	**23.9**	19.6	19.33	52	71	88	70.3	3	7	2	SSW	W	W	3	9	9	—	5.8
7	47.4	48.4	50.7	48.83	25.6	25.0	21.2	21.2	27.0	23.75	19.7	16.6	11.2	15.83	81	70	61	70.7	10	10	0	E	SSW	WSW	0	11	5	—	2.6
8	50.2	49.8	50.6	50.20	21.8	24.8	21.2	18.1	25.6	21.67	12.9	10.1	13.1	12.03	67	44	70	60.3	0	0	0	NNE	W	NW	0	18	1	—	3.0
9	51.2	50.0	50.8	50.67	23.0	26.6	21.8	18.7	27.3	22.70	10.2	10.9	11.5	10.87	49	42	59	50.0	0	0	0	E	W	W	0	16	1	—	4.2
10	50.1	48.6	48.4	49.03	24.0	28.0	22.6	20.2	28.4	23.80	12.5	13.0	13.8	13.10	57	46	68	57.0	0	0	0	SSE	S	S	0	5	0	—	3.5
11	48.2	47.4	48.4	48.00	24.3	27.5	22.7	19.6	28.0	23.65	15.9	16.6	12.2	14.90	71	61	60	64.0	0	0	0	S	SSW	W	0	5	1	—	2.5
12	48.3	48.5	49.6	48.80	24.5	26.4	21.7	19.5	27.1	23.20	15.0	13.0	15.7	14.57	66	51	81	66.0	3	6	0	E	WSW	W	1	11	1	—	3.5
13	50.2	49.7	51.0	50.30	24.2	27.6	21.5	18.7	27.6	23.00	16.0	12.4	14.3	14.23	72	44	75	63.7	0	0	0	E	W	SE	0	14	0	—	2.1
14	51.3	50.5	50.8	50.87	24.0	28.0	22.8	19.9	28.0	23.68	16.3	13.8	14.2	14.77	74	50	69	64.3	0	0	1	S	WNW	S	0	6	0	—	2.5
15	50.4	50.0	50.6	50.33	24.2	27.5	22.0	19.9	28.0	23.52	17.8	15.9	17.0	16.90	80	58	87	75.0	0	1	0	W	WSW	E	0	3	0	—	2.5
16	50.5	49.6	49.7	49.93	25.0	27.3	22.0	20.7	27.9	23.90	18.2	17.7	16.2	17.37	77	66	82	75.0	4	0	0	S	S	WSW	0	2	0	—	1.8
17	49.6	48.7	48.5	48.93	24.0	28.0	23.9	20.0	29.1	24.25	18.1	14.7	8.9	13.90	82	53	40	58.3	0	0	0	ESE	WSW	WNW	0	5	0	—	2.0
18	48.8	48.1	48.3	48.40	25.2	28.8	24.5	20.9	29.1	24.93	16.3	16.7	8.1	13.70	69	60	**35**	54.7	0	0	2	ESE	WSW	NE	0	3	0	—	3.2
19	48.5	47.6	47.1	47.73	25.0	28.6	24.2	20.2	29.1	24.62	13.8	14.3	17.1	15.07	59	50	76	61.7	3	0	9	S	E	ESE	0	2	2	—	3.5
20	46.1	46.3	48.3	46.90	23.5	24.5	22.0	21.9	24.7	23.03	11.5	12.3	13.9	12.57	74	54	71	66.3	9	2	8	WSW	SSW	SW	17	18	0	—	3.8
21	49.8	49.6	49.2	49.53	23.3	24.6	20.6	19.3	25.2	22.10	15.0	15.1	15.0	15.03	71	66	83	73.3	2	0	0	SE	WSW	SW	0	2	0	—	2.8
22	48.3	46.4	47.0	47.23	24.4	25.7	23.4	18.6	25.7	23.02	14.2	14.7	12.8	13.90	63	60	60	61.0	3	4	8	SE	W	NW	0	1	3	—	1.3
23	**44.7**	45.2	45.4	45.10	25.5	25.0	24.1	22.3	26.6	24.63	15.7	19.6	18.2	17.83	65	83	82	76.7	5	9	5	SW	SW	WSW	4	8	15	0.5	3.0
24	48.8	49.4	51.4	49.87	21.0	23.8	19.9	18.9	24.1	20.97	11.5	11.7	12.5	11.90	63	53	73	63.0	4	1	0	W	SSW	W	5	5	2	—	2.5
25	**52.9**	52.5	52.4	52.60	22.0	23.9	19.6	**17.4**	24.4	20.85	13.9	11.1	13.6	12.87	71	51	81	67.7	2	9	0	S	SSW	WNW	0	0	0	—	3.2
26	52.8	52.2	52.6	52.53	22.6	25.1	21.3	18.0	25.8	21.93	15.3	12.0	11.9	13.07	75	51	64	63.3	3	0	0	E	SW	W	0	8	0	—	1.5
27	52.5	51.5	51.5	51.83	23.8	25.7	22.1	19.7	27.2	23.20	14.4	12.9	12.2	13.17	66	53	62	60.3	0	0	0	E	SSW	N	0	5	0	—	3.2
28	51.4	50.9	50.2	50.83	24.5	26.4	21.9	19.9	27.6	23.47	14.6	11.5	13.1	13.07	64	46	68	59.3	2	4	0	E	SW	WNW	0	6	0	—	3.0
29	50.1	49.1	49.6	49.60	23.8	27.6	22.0	19.1	27.7	23.15	16.1	11.4	13.4	13.63	74	41	68	61.0	0	0	0	SE	N	S	0	7	0	—	2.5
30	50.7	49.7	50.5	50.30	24.0	25.8	22.0	19.9	25.9	22.95	14.9	17.0	15.7	15.87	67	69	80	72.0	3	0	0	E	NE	NW	0	0	0	—	2.5
31	49.5	48.0	48.3	48.60	23.7	26.9	21.5	19.7	27.1	23.00	14.5	12.5	17.3	14.77	67	47	**91**	68.3	0	0	0	W	W	NNE	2	8	0	—	2.0
Medi mens.	49.46	48.92	49.39	49.26	24.42	26.88	22.45	20.07	27.56	23.62	14.84	13.98	13.76	14.19	66.5	53.1	68.7	62.8	2.1	1.8	1.3							somma 0.5	somma 94.7

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di luglio 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° Gennaio al 31 Maggio 1891.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica . . . . . ROMA
Annali di Statistica. Statistica industriale. Fasc. XXXI, (Bari), 1891.
— Statistica della emigrazione italiana avvenuta nell'anno 1890.
— Popolazione. Movimento dello Stato civile. Anno XXXVIII, 1889, con notizie sommarie per l'anno 1890.

Biblioteca Nazionale Centrale di . . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1891, N.° 132, 30 giugno.

Rivista scientifico-industriale . . . . . FIRENZE
Anno XXIII, 1891, N.° 9-10.

Società Toscana di scienze naturali . . . . . PISA
Atti; Memorie, Vol. XI, 1891.
— » Processi verbali, Vol. VII, Ad. dei giorni 18 genn. e 8 marzo, 1891.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Memorie (Classe di Sc. storiche e morali). Vol. XVIII, (IX della Ser. 3ª), fasc. 3°, 1891.
— Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 13, 1891.

R. Accademia delle Scienze di . . . . . TORINO
Atti, Vol. XXVI, disp. 9-11; 1890-91.

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . VENEZIA
Atti (T. XXXVIII), Ser. VII, T. II, disp. 6ª.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XX., fasc. V, maggio 1891.

Real Società Economica . . . . . SALERNO
Il Picentino, Anno XXXIV, 1891, fasc. 6°, giugno.

NICOLUCCI Prof. GIUSTINIANO. I Semiti, quel che furono e quel che oggi sono. Schizzo storico-antropologico. Napoli, 1890.
— Gli Aryi e le origini europee. Memoria. Napoli, 1891.
— Un periodo preistorico. L'età del ferro. Memoria. Napoli, 1891.

CORRADI Prof. ALFONSO. Perchè il salasso fosse già pena militare ignominiosa. Nota. Bologna, 1891.

DE BLASIO Dott. ABELE. Persistenza della forma cranica nella provincia d'Aquila dall'epoca neolitica ai tempi nostri. Siena, 1891.

MORIGGIA A. Die Ueberhitzung von Muskel-und Nervenfaheren.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes rendus hebdomadaires des Séances. T. CXII, Nos. 24-26; 1891.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale . . . . PARIS
Bulletin, 90e année 1891, T. VI, 4e Série, N.° 66, juin.
— Compte rendu bi-mensuel des Séances, 1891, Nos. 10-11.

École normale supérieure. . . . . . PARIS
Annales scientifiques, III Série, T. VIII, Année 1891, N.° 6, juin.

Société mathématique de France . . . . . PARIS
Bulletin, T. XIX, N.° 5, 1891.

Nouvelles annales de Mathématiques . . . . . PARIS
III Série, T. X, juin 1891.

Bulletin des Sciences mathématiques . . . . . PARIS
II Série, T. XV, mai 1891.

L'Astronomie . . . . . PARIS
Revue mensuelle d'Astronomie populaire, 10e Année 1891, N.° 7, juillet.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal universel d'électricité. XIII, Année 1891 (T. XL), Nos. 25-26 (T. XLI), N.° 27.

L'Éléctricien. . . . . . PARIS
Revue intern. de l'électricité et de ses applicat, 2e Série, T. I, Nos. 25-27; 1891.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées . . . . . PARIS
2e Année, N.° 12, juin 1891.

Journal de mathématiques pures et appliquées . . . . . PARIS
IV Série, T. VII, Année 1891, fasc. N.° 1.

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal, Vols. LIX & LX, N.° 343, june 1891.
— Proceedings, Sess. 1891-92, Nos. 98-99.

Nature. . . . . . LONDON
A weekly illustrated journal of science. Vol. 44, Nos. 1129 and 1131.

University of . . . . . GLASGOW
Calendar for the year 1891-92.

Royal Irish Academy . . . . . DUBLIN
Cunningham Memoirs, N.° VI, november 1890.
— Transactions, Vol. XXIX, Parts XV and XVI, march-june 1891.
— Proceedings, III Series, Vol. I, N.° 5, june 1891.

Ornithologische Vereines in. . . . . . WIEN
Mittheilungen, XV jahrg., 1891, N.r 9-12.

Académie des Sciences de. . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes rendus des séances de l'Année 1891, mai.

Société Helvétique des Sciences Naturelles . . . . . BERN
Nouveaux Mémoires, Vol. XXX, 2e livr.; Vol. XXXI.
— Compte rendu des travaux présentés à la 73e session réunie à Davos les 18, 19 et 20 août 1890.
— Actes de la 73e sess. à Davos.
— Mittheilungen aus dem Jahre 1890. N.° 1244-1264, 1891.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
18e Année, 1891, N.° 1, avril 1891.

Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Baux Arts de Belgique . . . . . BRUXELLES
Manifestation en l'honneur de *Jean-Servais Stas* à l'occasion du 50e anniversaire de sa nomination comme Membre titulaire de la Classe des Sciences, 1841-1891.

Johns Hopkins University. . . . . BALTIMORE
Circulars, Vol. X, Nos. 89-90, june 1891.
— The American journal of Philology. Vol. XI, Nos. 2-3 (Whole Nos. 42-3), 1890.

Geological Survey of Pennsylvania . . . . . HARRISBURG
AA. Atlas southern Anthracite field. Part. 3, 1889.
I5. VII report on the Oil and Gas fields of western Pennsylvania for 1887-1888. (with plates).
P4. A dictionary of the fossils of Pennsylvania and neighboring states. Vols 2d and 3d, N-Z.

Royal Society of New South-Wales . . . . . SYDNEY
Journal and proceedings. Vol. XXIV, 1890, Part. I.

Observatorio Astronómico nacional de. . . . . TACUBAYA
Boletin, T. I, N.° 4.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di agosto 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 30 giugno 1891.
— Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno VIII, maggio-giugno 1891.
— Movimento della navigazione nei porti del Regno, nell'anno 1890.
— Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1890-91.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica . . . . . ROMA
Annali di Statistica. Statistica industriale. Fasc. XXXII (Provincia di Lecce).
— *Commissione reale d'inchiesta sulle opere pie.* Statistica delle opere pie al 31 dicembre 1889 e dei lasciti di beneficen-

za fatti negli anni 1881-89. Spese di beneficenza sostenute dai Comuni e dalle Provincie negli anni 1880-89. Vol. VIII, Campania.

Reale Accademia dei Lincei . . . . . ROMA
Atti, Anno 288, 1891. Ser. IV. Rendiconti, Vol. 7, 1° Sem., fasc. 11-12; Vol. 7°, 2° Sem., fasc. 1.

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei. . . . . . ROMA
Memorie (Serie iniziata per ordine della S. O. N. S. Papa Leone XIII). Vol. I-VI, 1887-1890.

Società degli Spettroscopisti italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XX, disp. 6ª, giugno 1891.

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele . . . . . ROMA
Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, Vol. VI, N.° 6 e 7, giugno-luglio 1891.

Rivista Scientifico-Industriale . . . . . FIRENZE
Anno XXIII, N. 11-12, giugno 1891.

Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Indice del 1890, 1891, N. 133-134, luglio.

R. Accademia dei Fisio-critici . . . . . SIENA
Atti, Ser. IV, Vol. III, fasc. 5-6, 1891.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 14, 1891.

L'Elettricità . . . . . MILANO
Anno X, No 31, agosto 1891.

Reale Accademia delle Scienze di. . . . . . TORINO
Atti, Vol. XXVI, disp. 12-13; 1890-91.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. XI, N. 6, giugno 1891.

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . VENEZIA
Temi di premio proclamati nella solenne adunanza del 24 maggio 1891.

Neptunia . . . . . VENEZIA
Rivista mensile per gli studii di Scienza pura ed applicata sul mare e suoi organismi. Anno I, N. 1-6, gennaio a giugno 1891.

Società Ligustica di Scienze naturali e geografiche . . . . . GENOVA
Atti, Vol. II, N. 3, luglio 1891.

Ateneo Ligure. Società di letture e conversazioni scientifiche . GENOVA
Ateneo Ligure. Anno XIV, 1891, aprile-giugno.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di Agricoltura e Atti. Anno LI, N. 6 e 7, giugno a luglio, 1891.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XX, fasc. 6°, giugno 1891.

Reale Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti . . . . . PALERMO
Bullettino, Anno VIII, N. 1-2, gennaio-aprile 1891.

Circolo matematico di . . . . . PALERMO
Rendiconti, To. V, Anno 1891, fasc. 4 e 5, luglio-ottobre.

FILANGIERI Principe GAETANO — Documenti per la Storia, le Arti e le Industrie delle provincie napoletane. Vol. VI, Napoli 1891.

Académie des Sciences de l'Institut de France . . . . . PARIS
Comptes-rendus hebdomadaires des Séances. To. CXIII, Nos. 1-4. Juillet 1891.

Société d'encouragement pour l'Industrie nationale . . . . PARIS
Bulletin, 90e Année, N.° 67, To. IV, 4e Serie. Juillet 1891.
— Compte-rendus bi-mensuel des Séances, No. 12. Juillet 1891.

École normale supérieure . . . . . PARIS
Annales scientifiques. III Série, To. VIII, Année 1891, Nos. 7 8. Juillet-Aout.

Association française pour l'avancement des Sciences . . . . PARIS
Congrès de Paris 1889.
— Congrès de Limoges 1890.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal universel d'électricité, XIII Année, Nos. 29 31. Juillet-Aout 1891.

L'Electricien . . . . . PARIS
(Revue internationale de l'électricité et de ses applications). 2e Série, tom. 1r, No. 28-31, juillet-août 1891.

L'Astronomie . . . . . PARIS
(Publiée par *C. Flammarion*). 10e année 1891, N.° 8, août.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
Bulletin, II Série, To. XV, juin 1891.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées . . . . . PARIS
2e Année, No. 13 et 14, juillet 1891.

Royal Society . . . . . LONDON
Proceedings, Vol. XLIX, Nos. 300-301, 1891.

Royal Astronomical Society . . . . . LONDON
Monthly Notices, Vol. LI, No. 8, june 1891.

Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Nos. 409-413.

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal, No. 344, july 1891.
— Proceedings. No. 100, Sess. 1891-92.

Linnean Society of . . . . . LONDON
List of members 1890-91.
— Journal (Botany). Vol. XXVI, Nos. 175; Vol. XXVII, Nos. 183-188; Vol. XXVIII, Nos. 189-193.
— Journal (Zoology), Vol. XX, Nos. 124-125; Vol. XXIII, Nos. 145-147.

Nature . . . . . LONDON
A weekly illustrated Journal of Science, Vol. 44, Nos. 1132-1135.

Zoologische station zu . . . . . NEAPEL
Mittheilungen. 10 Band., I. Heft. Berlin 1891.

Kgl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu . . . . . BERLIN
Sitzungsberichte, N. 1, XXIV, Januar. April. 1891.

Naturfoscher Gesellschaft bei der Universität . . . . . DORPAT
Sitzungsberichte, IX Bd. 2 Heft 1890.
— Schriften, N. VI.

Zeitschrift für das Gesammte Handelsrecht. . . . . . STUTTGART
XXXIX Band. (Neue Folge XXIV Bd.) 1. und 2. Heft. 1891.

Medizinisch. naturwissenschaftliche Gesellschaft zu . . . . JENA
Jeinaische Zeitschrift XXV Bd. (N. F. XVIII Bd. Heft 3 u. 4).

K. K. Geologischen Reichsanstalt . . . . . WIEN
Jahrbuch, Jahrg. 1890, XL Band., 3 u. 4 Heft.
— Abhandlungen, Bd. XV, Heft. 3.

Ornithologische Vereines in . . . . . WIEN
Mittheilungen, XX Jahrg., Nr. 13 u. 14. Juli 1891.

Magyar nemzeti Museum. . . . . . BUDAPEST
Természetrajzi Füzetck XIV Kötet, 1-2, Fuzet.

Académie des Sciences de . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes rendus des séances de l'année 1891, Juin.

Vereins fur Naturkunde zu . . . . . KASSEL
Bericht 1889-90, Nr. 36 u. 37.

Société Royale Malacologique de Belgique. . . . . . BRUXELLES
Annales, To. XXIV (IV Série, To. IV). Année 1889.
— Procès verbaux des Séances, To. XVIII, année 1889, N. 10-16, To. XIX, Année 1891, Nos. 1-8.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
18e, Année 1891, N.° 2. — Mai.

Société Géologique de Belgique . . . . . LIÉGE
Annales To. XVI, 2e-4e livraison, 1890.

Académie Royale Danoise des Sciences, et des Lettres . . . . COPENHAGEN
Bulletin 1890, No. 3; 1891 No. 1.
— Mémoires, (Classe des Sciences) Vol. VI, No. 2.

Kon. Akademie van Wetenschappen . . . . . AMSTERDAM
Jaarboek voor 1890.
— Verhandelingen, XIX Deel, 1890.
— Verslagen en Mededeelingen 3de Reeks, Deel VII, 1891.

Acta Mathematica . . . . . STOCKHOLM
Journal rédigé par *G. Mittag Leffler*. Bd. XIV, N. 4.

Société Physico-mathématique de . . . . . KASAN
Bulletin, II Série, To. I, N. 1, 1891.

United States Naval Observatory . . . . . WASHINGTON
Observations made during the year 1885.

United States Coast and Geodetie Survey . . . . . WASHINGTON
Bulletin, Nos. 22-24, 1891.

Academy of Natural Sciences. . . . . PHILADELPHIA
Proceedings, 1891, Part III, October-December.
— (Bacheriological laboratory). Reprints of: Three Editorials regarding the Priority in demonstrating the Toxic Effect of Matter accompamzing the Tubercle Bacillus and its Nidus.

Johns Hopkins University . . . . . BALTIMORE
Circulars, Vol. X, No. 91. July 1891.

Peabody Institute of. . . . . BALTIMORE
24th Annual Report. June 4, 1891.

American Academy of Arts and Sciences . . . . . BOSTON
Proceedings. Vol. XXV (New Serie Vol. XVII) from may, 1889, to may, 1890.

Yale University . . . . . YALE
Report for the year 1890 91, presented by the Board of Managers to the President and Fellows.

Manchester Museum. Owens College. . . . . MANCHESTER
Report, with introductory notice and list of donations from 1st October 1889, toth 30 September 1890.

Geological and Natural History Survey of Canada. . . . . MONTREAL
Contributions to Canadian Palaeontology, Vol. 1. Part. III.
— Atlas. Vol. III, with 7 plates. — (1887-88).
— (Commission de géologie et d'Histoire naturelle du Canada). Rapport Annuel, (Nouvelle Série), Vol. III, partie, 1-2, 1887-88.

Sociedad Cientifica «Antonio Alzate» . . . . . MÉXICO
Memorias y revista, To. IV, Cuad. nums. 7 y 8, 1891.

Observatorio meteorológico del Colegio Pio de Villa Colon . . MONTEVIDEO
Boletin Mensual, Año III, N.° 3, Febrero de 1891.

Geological Survey of India . . . . . CALCUTTA
Records, Vol. XXIV, Part. 2, 1891.

Fascicolo 9° a 12° ANNO XXX. Settembre a Dicembre 1891

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 8 *agosto* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il Socio Nicolucci fa omaggio all'Accademia di una sua memoria intitolata « *I celti e la formazione delle odierne nazionalità francese, spagnuola ed inglese* », pubblicata negli Atti della Società Italiana delle Scienze.

Processo verbale dell'adunanza del dì 24 *ottobre* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Presenta pure già stampato, il fascicolo del Rendiconto per i mesi di luglio ed agosto.

Il socio Pinto fa omaggio all'Accademia di una copia del suo *Trattato elementare di Fisica*, ultima edizione.

Il socio Albini, a nome dell'autore prof. dott. P. Malerba, fa pure omaggio all'Accademia di una nota *sul Gliscobatterio*, pubblicata nel *Zeitschrift für Physiologische Chemie*.

Il socio Bassani presenta una copia della relazione fatta dalla commissione governativa sulle eruzioni dell'isola di Vulcano, incominciate il 3 agosto 1888 e terminate il 22 marzo 1890. Questa relazione, a nome della Commissione, venne donata all'Accademia dal Prof. G. Mercalli, il quale vi ha aggiunto altre tre sue pubblicazioni.

L'Accademia delibera di ringraziare il Prof. Mercalli e pregarlo di ringraziare per parte dell'Accademia l'intera Commissione.

Lo stesso socio Bassani presenta una memoria del Professore Matteucci V. R., intitolata: *Sulla fase eruttiva del Vesuvio cominciata nel Giugno del 1891*. Il Presidente nomina i socii Bassani, Palmieri e Scacchi perchè ne riferiscono all'Accademia.

Processo verbale dell'adunanza del dì 31 *ottobre* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che resta approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Palmieri legge una nota intitolata: « *Le osservazioni sulla corrente tellurica fatte all'Osservatorio vesuviano dal mese di agosto del 1889 fino al dì 1° novembre 1891* » e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto assieme ad alcune figure, delle quali presenta le incisioni.

Il socio Pinto desidera che l'Accademia preghi i socii Palmieri e Fergola, il primo Direttore della Specola universitaria e dell'Osservatorio vesuviano, ed il secondo dell'Osservatorio Astronomico di Capodimonte, affinchè vogliano stabilire delle osservazioni giornaliere e contemporanee sull'elettricità atmosferica in relazione con la corrente tellurica, e queste osservazioni, raccolte in uno specchio, siano pubblicate nel Rendiconto dell'Accademia. Dopo alcune osservazioni del socio Palmieri, lo stesso ed il socio Fergola dichiarano che si metteranno di accordo per soddisfare, nei limiti del possibile, il desiderio del socio Pinto.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 *novembre* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Lo stesso Segretario legge una lettera del Presidente della Società Botanica italiana, prof. Giovanni Arcangeli, il quale ringrazia l'Accademia per la parte presa dalla stessa nelle adunanze tenute a Napoli dalla Società Botanica nell'agosto u. s.

Il socio Bassani, anche a nome degli altri membri della Commissione, legge il rapporto sulla memoria del Dottor Matteucci, presentata nell'adunanza del 24 ottobre ultimo. La Commissione propone che la detta memoria sia pubblicata, assieme alle due tavole che l'accompagnano, nel volume quinto, serie 2ª, degli Atti. Fattasi la votazione, le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità. La memoria prenderà il posto N.° 2.

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 *dicembre* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Palmieri legge una nota intitolata: « *Sul periodo diurno dell'elettricità atmosferica — Lettera del Sig. C. André al Prof. Palmieri, preceduta da alcuni chiarimenti* », e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto.

Il socio Fergola presenta, per essere inserite, come al solito, nel Rendiconto, le Osservazioni Meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nei mesi di settembre e di ottobre.

Dopo l'Accademia passa alla votazione per la nomina del Vice-Presidente e del Segretario, come fu annunziato nella lettera d'invito. Risulta eletto a Vice-Presidente per il prossimo anno il socio Battaglini, ed a Segretario per il triennio 1892-94 il socio Padelletti.

Processo verbale dell'adunanza del dì 21 *novembre* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Presenta pure il vol. IV, serie 2ª, degli Atti.

Il socio corrispondente Paladino legge una nota intitolata: *Contribuzione alla migliore conoscenza dei componenti i centri nervosi mercè il processo al joduro di palladio*, e ne chiede la pubblicazione nel Rendiconto. Fattasi la votazione se ne approva la pubblicazione ad unanimità.

Il socio Bassani legge la relazione della Sezione delle Scienze Fisiche per la nomina di un suo socio corrispondente nazionale. La sezione propone il Prof. Guido Grassi, insegnante Fisica tecnica nella R. Scuola degl'Ingegneri di Napoli. — Nessuno dei soci presenti facendo altre proposte, ed essendo in numero legale, si procede alla votazione, ed il Prof. G. Grassi risulta eletto ad unanimità.

Processo verbale dell'adunanza del dì 5 *dicembre* 1891.
Presidenza del Signor **E. Fergola.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato; presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia, e comunica che il Rendiconto del mese di novembre sarà pubblicato assieme a quello di dicembre.

Il nuovo socio corrispondente nazionale Prof. G. Grassi, presente all'adunanza, con gentilissime parole ringrazia l'Accademia della di lui nomina a socio, e presenta il suo *Galvanometro compensato a sensibilità costante*, costruito sui principii svolti nelle ultime memorie presentate all'Accademia. Date alcune spiegazioni sulla utilità dello strumento, chiede che le stesse, che ha raccolte in una nota, vengono pubblicate nel Rendiconto. L'Accademia ne approva ad unanimità la pubblicazione.

Il socio Bassani presenta una nota del Prof. Luigi Dell'Erba, intitolata: « *Considerazioni sulla genesi del Piperno* ». Il Presidente incarica i socii Bassani, Palmieri e Scacchi Eugenio di riferirne all'Accademia.

Il socio Trinchese presenta una memoria del D.r Achille Russo, intitolata:

UofM

« *Embriologia dell'Amphiura squamata* (Sav.), *Morfologia dell'apparato riproduttore* ». A componenti della commissione, che dovrà esaminarla, il Presidente nomina i socii Albini, Paladino e Trinchese.

Il socio Battaglini presenta una nota del D.r Italo Amaldi, intitolata: « *Una interpretazione delle Corrispondenze per raggi vettori reciproci nel piano* ». Ne riferiranno i socii Battaglini, Capelli e Padelletti.

Si delibera di spedire il Rendiconto, a cominciare dalla seconda Serie, al *The Journal of Comparative Neurolegg*, edito dal Prof. O. L. Herrick dell'Università di Cincinnati.

Le osservazioni sulla corrente tellurica fatte all'Osservatorio vesuviano dal mese di Agosto del 1889 fino al dì 1° Novembre del 1891; NOTA *del Socio Ordinario* **L. Palmieri.**

(Adunanza del dì 31 ottobre 1891)

Nel mese di Agosto del 1889 essendomi stata concessa una linea telegrafica di otto chilometri [1]), io potetti riprendere all'Osservatorio del Vesuvio le osservazioni sulle correnti telluriche, incominciate nel 1860 con mezzi troppo limitati da esser costretto ad abbandonarle, quasi senza speranza di poterle più riprendere; ma per la concessione, della quale di sopra è detto, da oltre due anni le osservazioni si fanno continuamente.

Riassumendo quindi le osservazioni del primo anno, delle quali detti notizia in altre pubblicazioni antecedenti, mi tratterrò più distesamente su quelle fatte dall'Agosto 1890 finora.

Il filo di otto chilometri sopra indicato, da prima prendeva terra in un pozzo di acqua sorgiva di Resina, mercè una lamina di rame di mezzo metro quadrato di superficie immersa nell'acqua, e veniva a metter capo all'Osservatorio nella stanza delle osservazioni. Posteriormente dalla Direzione compartimentale de'Telegrafi, con la intelligente cooperazione dell'Ispettore Carlo Jourgens, fu prolungato di un altro chilometro e fu menato a prender terra nel bosco annesso alla Scuola Superiore di Agricoltura in Portici.

Questa linea di nove chilometri è diretta da SW (Portici) a NE (Osservatorio). Dalla stanza delle osservazioni parte un altro filo, che scendendo quasi verticalmente, va a comunicare col suolo sottoposto; questo filo, per brevità e chiarezza lo dirò *filo di terra*; dirò l'altro *filo di linea o di Portici*.

Seguendo l'esempio di tutti coloro che mi aveano preceduto, intercalai tra questi due fili un galvanometro astatico a filo lungo e sottile ed a doppio isolamento, e notai un deviamento nell'indice di 70° a 75°, indicante una corrente che da Portici veniva all'Osservatorio, diretta cioè da SW a NE, ossia in direzione perfettamente opposta a quella da altri indicata. Ebbi cura di preparare una piccola coppia con due laminette, una di rame e una di zinco, ciascuna di circa 4 centimetri di lunghezza e 13^{mm} di larghezza con acqua comune, che è l'acqua piovana raccolta nella cisterna dell'Osserva-

[1]) Per intelligente spontanea iniziativa dell'Onor. Pietro La Cava, allora Ministro delle Poste e Telegrafi.

torio. Questa coppia dava nel galvanometro una deviazione di 75°. Essa mi doveva servire, come mi ha servito, a verificare di tempo in tempo se il galvanometro avesse serbata la primitiva sensibilità. Prevedendo che in alcune congiunture nel filo di linea si sarebbero incanalate correnti di alta tensione, le quali avrebbero potuto perturbare il magnetismo degli aghi del galvanometro, non mantenni questo perennemente in circuito, ma vi si ponea solo pel tempo richiesto da ciascuna osservazione.

Ad onta di questa cautela l'ago interno del galvanometro, fu frequentemente perturbato, o per diminuzione d'intensità magnetica, o per perdita assoluta di essa o per inversione della polarità dell'ago, onde fui più volte costretto a sostituire un nuovo galvanometro e ricalamitare convenientemente gli aghi di quello che si toglieva.

Mi persuasi quindi della necessità di ricorrere a qualche altro apparecchio del quale potessi essere più sicuro, meco stesso meravigliandomi come questo fatto fosse sfuggito a tutti coloro che mi precedettero in questa indagine, sempre usando il galvanometro. Forse coloro i quali dovettero andare in un dato sito ad impiantare il loro apparecchio, osservando in giornate regolari e per un tempo limitato, come fecero, il Padre Secchi, il Matteucci, il Battelli ecc. il fenomeno da me avvertito più volte nel corso di un anno, specialmente nei tempi piovosi, e massime se temporaleschi, non potè essere notato da coloro che osservavano nelle buone giornate.—Vedendo poi la corrente tellurica diretta costantemente da SW a NE e pensando che l'Osservatorio si eleva dal suolo di Portici per circa 600 metri, ebbi ragion di credere che le correnti telluriche nei fili inclinati all'orizzonte abbiano costante tendenza di andare di basso in alto, sia quale si voglia l'azimut nel quale il filo si trova; tanto più che simili risultamenti io avevo sempre ottenuto nel 1860 con un filo di rame di 300 metri che veniva di basso in alto, e non mancai di communicare questo fatto al Matteucci allorchè egli era Ministro della Istruzione Pubblica, cioè prima che egli medesimo intraprendesse i suoi studi sullo stesso argomento; e questo illustre fisico ebbe occasione in un dato sito di notare il medesimo fenomeno con un filo che andava di basso in alto, ma fissato nel concetto della corrente *meridiana* e della corrente *equatoriale*, notava il fatto senza prenderlo in alcuna considerazione speciale. Ecco perchè io per assicurarmi meglio della cosa, feci partire un altro filo dalla slanza delle osservazioni e lo mandai a prendere terra nel *Fosso della Vetrana*, e quindi diretto da SE (Osservatorio) a NW (Vetrana), e mi assicurai che anch'esso era percorso da una corrente ascendente diretta, cioè da NW a SE.

Questa corrente era per altro di una intensità minore di quella che veniva da Portici, essendo il filo della Vetrana molto più corto, sebbene alquanto più inclinato. Intercalando il galvanometro tra questi due fili, cioè tra quello di Portici a quello della Vetrana, si aveva una deviazione che rappresentava la differenza delle due correnti che venivano ad incontrarsi nel galvanometro, entrambi ascendenti.

Viste dunque le frequenti perturbazioni del magnetismo dell'ago interno del galvanometro, il quale a quando a quando si trovava o scemato di forze o scalamitato o anche ricalamitato in senso contrario, mi parve necessario far ricorso a qualche altro apparecchio esente dal difetto del galvanometro più volte ripetuto.

Gli elettrodinamometri generalmente sono poco sensibili, il galvanometro aperiodico di Déprez-Arsonval per la sottigliezza del filo metallico, cui è affidato il telarino della corrente mobile, mi parve troppo soggetto a rimanere inutilizzato per la fusione del filo anzidetto, pericolo al quale andrebbero soggetti anche gli elettrodinamometri.

Avrei voluto mettere a prova un recente apparecchio di Arsonval, fondato sopra un'osservazione di Wiedmann, per la quale la corrente verrebbe misurata mercè la rotazione del piano di polarizzazione della luce prodotta dalla detta corrente. Ma non avendo una stanza opportuna per l'impianto di questo apparecchio, e dovendo fare degli studî preliminari per raggiungere quella sensibilità che mi occorreva, pensai ricorrere ad un Reometro da molti anni sperimentato, dietro alcune idee scambiateci per lettere col Marianini.

Di questo strumento diedi comunicazione all'Accademia Pontaniana, ed ora ne ripeterò brevemente la descrizione.

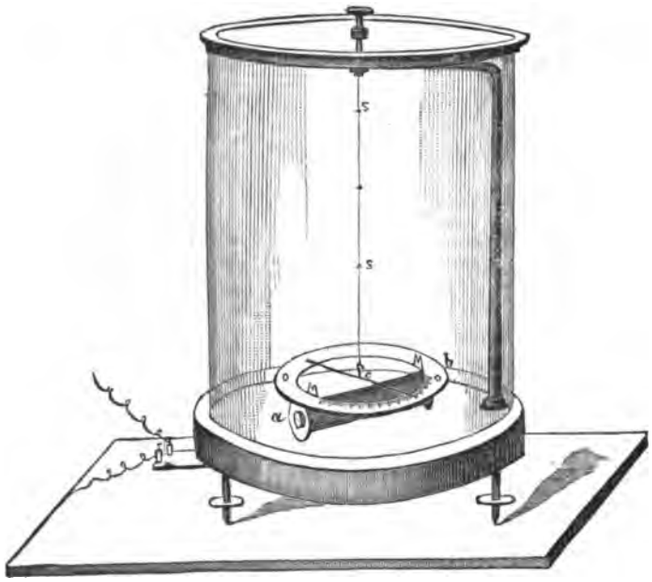


Fig. 1.

Nella figura 1 si vede un'elica di filo di rame vestito di seta avvolta sopra un rocchello *a b* entro della quale s'introduce un cilindretto di ferro dolce e sulla quale trovasi un cerchio graduato che deve misurare le deviazioni di un ago calamitato *c* sospeso ad un filo di bozzolo *ss*; i capi dell'elica escono fuori della campana di vetro che copre l'istrumento come nei galvanometri.

Il filo di rame coperto di seta ha la grossezza di circa un terzo di millimetro, pesa 117 grammi e forma ventuno strati o suoli, ciascuno di 200 giri, e quindi il totale numero di giri è di 4200.

Il cilindretto di ferro ha la lunghezza di 86 millimetri e il diametro di 11 col peso di 61 grammi.

Disposto lo strumento in modo che l'ago si trovi nel meridiano magnetico perpendicolarmente all'asse del rocchello e quindi al zero della graduazione, è chiaro che congiunti i capi dell'elica, sporgenti fuori la campana con un circuito per lo quale passi una corrente anche molto debole, l'indice dello strumento devierà secondo la direzione della corrente, e con la piccola coppia di sopra menzionata si ha un arco definito

di deviamento di circa 70°, quanti appunto ne davano i galvanometri ai quali questo reometro si è sostituito.

Il vedere, cessata la corrente, l'indice tornare perfettamente a zero, è segno sicuro che il ferro dolce che è nell'interno dell'elica non abbia serbato magnetismo residuale o *remanente*, come lo dicono. Che se poi per passaggio di correnti di straordinaria intensità potesse per avventura intervenire che l'indice non tornasse a zero, allora non si avrebbe o far altro che, estratto il cilindretto di ferro, in sua vece sostituirne un altro di ricambio perfettamente uguale al primo, che giova tenere appositamente in serbo, e il cilindro tolto, arroventato e poscia lentamente raffreddato, potrà sostituire l'altro in caso di bisogno.

Volli poi sperimentare un'altra forma di elica depressa rappresentata dal vero nella figura 2. Nella cavità interna di quest'elica s'introduce una lamina B di ferro dolce, sostituendo l'elica A all'altra *a b* della figura prima.

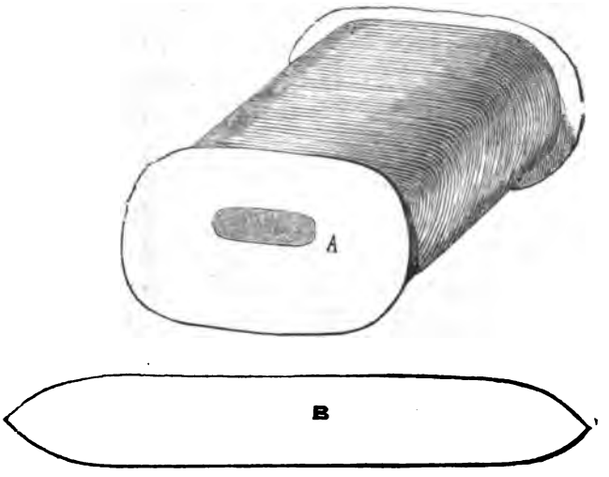


Fig. 2.

Qui il peso del filo di rame è di grammi 120, il nnmero degli strati o suoli è 19, oguuno composto di 200 giri; sicchè il numero totale de' giri è di 3800. La lamina di ferro dolce è lunga 81 ^{m}, larga 14 e della grossezza di mm. 1,5 col peso totale di grammi 11,8.

Con questo ricambio lo strumento ha una sensibilità maggiore, usando una massa di ferro molto minore. Se nell'elica cilindrica della figura prima, invece del cilindretto di ferro s'introduca una laminetta simile a quella B della figura seconda, ma di larghezza pari al diametro interno della cavità dell'elica, invece di avere con la solita coppia i 70 gradi di deviamento definitivo, se ne hanno 45 all'incirca.

Ho voluto finalmente sperimentare lo strumento senza del ferro, adoperando un sistema astatico i cui aghi sono entrambi al di fuori dell'elica. La sensibilità riesce alquanto minore, ma più che sufficiente al bisogno.

Se, usando del sistema astatico, s'introduca nell'elica una laminetta di ferro dolce ben ricotta, si avrà una squisitezza maravigliosa da superare qualsiasi galvanometro; ma questa per me è eccessiva, perchè l'indice sarebbe sempre sbalzato a 90°.

Ho avuto occasione di notare che con le grandi piogge anche ad una certa distanza, ancorchè non temporalesche, s'incanalano nei fili correnti sì poderose da turbare perfino il magnetismo dell'ago, se questo sia molto esile e troppo prossimo alla faccia superiore dell'elica; ma gli aghi più pesanti resistono bene, e non vanno soggetti ad essere perturbati. Nel giorno 3 Ottobre con un temporale che durò dalle 11 del mattino fino alla sera, dal filo che veniva da Portici, non in comunicazione col reometro, scoppiavano a quando a quando vigorosissime scintille tra il filo e la parete interna della stanza delle osservazioni, accanto alla quale il filo passava sopra i consueti isolatori di porcellana. Dopo tanti esperimenti fatti, la forma definitiva che ho dato al reometro è quella indicata nella Fig. 2, servendomi di un solo ago molto più pesante di quelli usati nei galvanometri, dandogli la consueta forma di losanga, il quale è sospeso al solito filo di bozzolo e dista per 6 a 7 mm. dal cerchio graduato posto sull'elica.

Così operando l'ago ha resistito anche a forti temporali, quando per caso si è trovato in circuito. In queste congiunture però suole la laminetta interna serbare per qualche tempo un magnetismo *remanente* per cui l'indice non ritorna a zero; questo magnetismo con un poco di abilità si riesce a distruggerlo, facendo passare la stessa corrente in senso contrario [1]). Ma la cosa più sicura è la sostituzione di un'altra laminetta eguale e simile alla prima, che ricotta si renderà neutra e potrà essere usata di nuovo, onde giova sempre averne tre o quattro in serbo.

Importa notare, che siccome la laminetta B della Fig. 2 ha la grossezza quasi la terza parte dell'apertura A, così se questa laminetta s'introduce poggiata sulla base della detta apertura, si avrà un effetto minore di quello che si ha sollevandola alquanto, da farla ritrovare giusto nel mezzo; il che si ottiene facilmente con una linguetta di cartone messa sotto la lamina di ferro. Per la qual cosa la sensibilità dello strumento può farsi variare non solo alzando ed abbassando l'ago, ma eziandio regolando la disposizione della lamina di ferro.

Credo dunque di aver raggiunto, perfettamente, lo scopo di poter fare le osservazioni con sicurezza; e volendo evitare il magnetismo *remanente*, basterà che le osservazioni non si facciano durante i temporali, giacchè nei tempi ordinari l'ago ritornando costantemente a zero al cessar della corrente, vi dice chiaro che con le intensità ordinarie delle correnti telluriche, le quali come è regolato l'apparecchio, non oltrepassano i 75 gradi, la lamina interna dell'elica non serba alcun residuo di magnetismo.

Usando il sistema astatico, facendo l'ago inferiore più pesante ed elevato per sei o sette millimetri dalla faccia superiore dell'elica, l'apparecchio funziona egualmente bene; così operando si risparmierà la pena di sostituire la lamina di ferro allor che si trovi polarizzata. Ma la migliore regola è quella di differire l'osservazione, quando per le osservazioni della elettricità atmosferica si capisce che la corrente tellurica per forte incremento e per le continue oscillazioni dell'indice non potrebbe esser misurata.

Con questo istrumento sensibile, facile e sicuro, le osservazioni possono esser fatte da chiunque.

Nelle giornate regolari, messo il reometro in circuito si vede l'indice percorrere un arco impulsivo, ed in un tempo minore di quello che spenderebbe un galvanometro, ar-

[1]) L'Aiuto Sig. Pietro Fischetti trova che le laminette scalamitate per inversione della corrente sono più proclivi a polarizzarsi di nuovo.

restarsi ad un arco definitivo esprimente la intensità della corrente; ma non di rado l'indice oscilla lungamente con deviamenti che scemano e crescono per lunghissimo tempo. Questo fenomeno per lo più si avvera con piogge, anche a notevoli distanze massime se temporalesche, ma talvolta non manca in giornate regolari, siccome avvenne durante le due ecclissi solari entrambi intervenute nel mese di giugno del 1890 e del 1891, e più volte durante il periodo sismico in cui si trovò l'Italia nella scorsa stagione estiva, siccome tra poco verrò dichiarando.

Riguardo alle variazioni d'intensità, fin'ora non ho ravvisato alcuna legge certa.

Non ho potuto discernere un periodo diurno sicuro, giacchè in alcuni giorni la corrente rimane quasi costante; in altri subisce variazioni con massimi e minimi, che sebbene in alcuni giorni corrispondono a certe date ore, pure ne' giorni seguenti mutano di botto, senza che per ora possa darsene la ragione. Mentre osservando le variazioni per alcune settimane, vi credete di avere imbroccato una legge, continuando le medesime, questa legge si vede sparire, e l'osservatore è tentato ad accettare queste correnti come dominate del capriccio.

Relativamente alla direzione pare possa dirsi che nei fili inclinati all'orizzonte la corrente tellurica sia sempre diretta di basso in alto, sia qualsivoglia l'azimut in cui è collocato il filo.

Dall'Agosto del 1889 fino al mese di Giugno 1891 questa regola non ebbe eccezione, ma nel mese di Giugno di quest'anno, avendo avuto per sei giorni di seguito alle 9 della sera, un minimo troppo accentuato mi venne in mente di far fare delle osservazioni nelle prime ore del mattino e durante la notte e fu trovato che la corrente, dalle 7 circa della sera fin poco dopo le 7 del mattino, aveva una direzione opposta a quella del giorno. Nelle ore del giorno spesso si ripeteva il fenomeno delle oscillazioni, delle quali si è parlato di sopra, con qualche inversione accidentale, e questo fenomeno proseguì in una maniera anomala, accentuandosi specialmente nella prima metà del mese di Luglio e continuando più o meno fino alla prima decade di Agosto. Indi riprese il suo andamento regolare, nel quale si è mantenuta sino al presente.

Non sarà inutile il notare che queste singolari anomalie coincidono col periodo sismico del quale di sopra è detto.

Vorrei sul proposito ricordare che il Baugmarten con un filo inclinato all'orizzonte avea notato che le correnti di giorno andavano per verso contrario a quelle osservate di notte, ma la poca durata di queste indagini può far supporre che l'abile sperimentatore alemanno si sia trovato in un tempo eccezionale, e per fermo se avesse fatto osservazioni di notte e di giorno solo dalla 2ª decade di Giugno alla 1ª decade di Agosto, Dio sa a quali conclusioni sarebbe venuto.

Tutti gli osservatori che studiarono le correnti telluriche, senza tener conto della inclinazione dei fili, non potettero dare risultamenti dai quali si possa trarre alcuna conclusione. Ricordo che il diligente osservatore Lamont avea notato, che immergendo due fili a diversa profondità nel suolo ed intercalando il galvanometro tra essi, la corrente veniva sempre dal filo più profondo al meno profondo.

Le indagini fatte fin'ora dimostrano la necessità di riprendere daccapo l'argomento delle correnti telluriche se si spera di giungere alla conoscenza della loro vera direzione e della loro origine.

Quello che posso dire con certezza si è, che l'elettricità atmosferica studiata con-

temporaneamente all'Osservatorio ed alla Università non si mostra estranea alla genesi delle correnti telluriche, non fosse altro che come forza perturbatrice. E per fermo, quando per caduta di copiose piogge, ancorchè non temporalesche, si notano sull'apparecchio a conduttore mobile quelle fortissime tensioni che l'elettrometro non può più misurare, e che noi sogliamo rappresentare col simbolo ∞, siano esse positive o negative in conformità di una legge da me scoverta fin dal 1864, non si avvera mai il caso di non avere forti perturbazioni nelle correnti telluriche, sia per notevolissimo incremento, sia per cospicue diminuzioni. Ma su questo argomento mi auguro poter ritornare dopo di aver proseguite le osservazioni quotidiane.

Come un saggio dell'indole delle variazioni nella intensità di queste correnti; nello specchietto seguente riporto le osservazioni della 2ª e 3ª decade del passato mese la di Ottobre.

Mese di Ottobre 1891

2ª Decade						3ª Decade					
Giorni	Ore delle osservazioni					Giorni	Ore delle osservazioni				
	9a	Mezzodì	3p	9p			9a	Mezzodì	3p	9p	
11	60	60	65	70[a])	[a]) Oscillante	21	70	72	70	80	
12	72	72	73	70	Sempre oscill.	22	75	[b])	[b])	[b])	
13	20[a])	70	68	70	[a]) Oscillante	23	71	72	71	71	
14	65	65	25	30		24	76	70	70	72	
15	60	55	30	75		25	70	70[a])	75	[c])	[a]) Oscill.
16	65	70	70	70		26	[d]) 69 [h])	65	70	80	[h]) Oscill.
17	70	70	70	70		27	75	75	75	[e])70[r])	[r]) Oscill.
18	71	71	71	71		28	[f])	[g])	64	[g])	
19	71	72	71	71		29	80[a])	78	60	71	[a]) Oscill.
20	71	72	70	74		30	70	72	70	72	
						31	72	72	70	72	

[b]) Piogge abbondanti ed estese; l'indice sbalza con forza fino a 90°, ove è arrestato dal pernetto che gli vieta di andare più oltre, e tolto il reometro dal circuito, l'indice non si rimette a zero, indicando un magnetismo residuale nella lamina di ferro, la quale, cessata la pioggia è sostituita da un'altra neutra.

[c]) Per forte temporale, l'elettricità atmosferica dà + ∞ al Vesuvio e — 64° all'Università, prevedendo sicure correnti troppo forti il reometro non si è messo in circuito.

[d]) Il cattivo tempo continua, con piogge in distanza, per le quali l'Osservatorio e la Specola universitaria si trovano nella zona negativa con tensione — 22 e — 74°, l'osservazione della corrente tellurica omessa; ma alle 10 il tempo essendosi rimesso, si è potuto notare 69 come media delle oscillazioni.

[e]) Il cielo si copre e viene piccola pioggia.

[f]) Omessa per temporale lontano, volendo evitare il magnetismo residuale della laminetta di ferro.

[g]) Piogge temporalesche.

Dal dì 11 fino al 13 il cielo fu nuvoloso. Dal 14 al 20 quasi o interamente sereno. Al 21 e 22 pioggia. Al 23 e 24 bel tempo. Dal 25 al 29 cielo nuvoloso con piogge. Nei giorni 30 e 31 quasi sereno.

Dopo la lettura di questa nota, il socio ordinario Prof. Luigi Pinto, vista l'importanza scientifica dell'argomento, propone che le osservazioni di meteorologia elettrica che quotidianamente si fanno alla Specola universitaria (57^{m} sul mare), all'Osservatorio di Capodimonte (190^{m}) ed all'Osservatorio del Vesuvio (637^{m}), siano pubblicate nel *Rendiconto*, unitamente a' valori contemporanei della corrente tellurica. Questa proposta fu accolta ad unanimità di suffragi.

Relazione *su la Memoria del Dottor* V. R. Matteucci.

(Adunanza del dì 7 novembre 1891)

La sottoscritta Commissione, esaminato il lavoro del dottor V. R. Matteucci, *Sulla fase eruttiva del Vesuvio cominciata nel giugno 1891*, e discusso sul merito dello stesso, lo crede degno di essere pubblicato negli Atti della nostra Accademia, perchè, sebbene non vi sieno novità scientifiche, contribuisce a far meglio conoscere la storia del Vesuvio.

A. Scacchi
L. Palmieri
F. Bassani, *relatore*.

Sulla fase eruttiva del Vesuvio cominciata nel giugno 1891; memoria *del Dott.* V. R. Matteucci.

(Adunanza del dì 7 novembre 1891). — (Sunto dell'Autore)

Comincia il lavoro colla descrizione dello stato in cui si trovava il Vesuvio avanti questa fase eruttiva e dei fenomeni che la accompagnarono. — Segue un diario dei mutamenti presentati via via dal vulcano e dei progressi della lava a diversi intervalli, dall' 8 giugno al 15 novembre. —Vengono quindi presi ad esame i prodotti di questa eruzione: la lava è studiata microscopicamente; le ceneri lanciate dal cratere sono studiate sotto i punti di vista fisico e chimico; i prodotti delle fumarole stabilitesi in corrispondenza delle bocche di fuoco sono sottoposti all'analisi chimica, di cui si riportano i risultati qualitativi. Termina lo studio col riepilogo dei fatti più salienti che precedettero ed accompagnarono questa fase eruttiva.

La memoria è corredata di due tavole. La prima è la rappresentazione alla scala 1:10000 dell'attuale colata lavica. Nella seconda sono quattro fotografie: due dei piccoli coni formatisi nell'Atrio del Cavallo; una del cono terminale coll'aggiunta del profilo che aveva il detto cono prima del parossismo; ed una del cratere, quale esso si presenta oggi.

Sul periodo diurno dell'elettricità atmosferica; lettera *del Signor C. André al Prof. Palmieri, preceduta da alcuni chiarimenti del Socio Ordinario* L. Palmieri.

(Adunanza del dì 14 novembre 1891)

In una nota letta a questa Reale Accademia, nella tornata del 1° Agosto, esposi il contenuto di una comunicazione fatta all'Istituto di Francia dall'Illustre Direttore dell'Osservatorio di Lione, colpito dalle seguenti parole: « Si ammette generalmente che

« vi sia per l'Elettricità atmosferica una variazione diurna *normale*, corrispondente ad « un ciel sereno ».

Ora io stando al significato che i metereologisti dànno alla parola *normale*, e non conoscendo alcuno che avesse sostenuto la detta opinione, dichiarai di non aver mai asserito una tal cosa. Ma vidi che l'Autore, come in prova del suo assunto, esibiva invece le curve dell'andamento diurno dell'elettricità atmosferica nelle giornate calme e serene, le quali curve confermavano la legge del periodo diurno da gran tempo enunciata e rifermata poscia da osservazioni eseguite con apparecchi sicuri e comparabili.

Ciò che di particolare si ravvisa nelle curve del Signor André, è, che col dominio dei venti settentrionali, che non siano forti; il massimo matutino è meno elevato di quello della sera, e col dominio dei venti meridionali la cosa procede in ordine inverso.

Di questo fatto, che per Lione assume una notevole regolarità, e che tra noi nettamente non appare, siccome risulta dalle curve per molti anni da me pubblicate, io stimai vederne l'origine negl'incrementi di umidità relativa della *falda d'aria soprastante al luogo delle osservazioni*.

Ora il dotto ed eminente Direttore dell'Osservatorio di Lione m'invia una cortesissima lettera, nella quale dichiarandosi d'accordo con me, circa la variazione normale, non si mostra soddisfatto della spiegazione da me data della differenza dei due massimi diurni, ricorrendo all'umidità relativa; e pare che non abbia posto mente alle mie espressioni, giacchè io parlava della *falda d'aria soprastante* al luogo delle osservazioni, ed egli ricorre al confronto tra i potenziali osservati e l'umidità relativa del luogo stesso dove le osservazioni si fanno.

Io dunque insisto nel dichiarare, che dopo il Peltier, credo di aver provato sino alla esuberanza, che l'elettricità atmosferica opera per influsso sui conduttori bene esposti e non per comunicazione; e mi duole di non potermi qui allargare in parole per ripetere le numerose osservazioni ed esperienze fatte in proposito.

Ogni incremento di umidità relativa porta con sè svolgimento di elettricità, e quindi s'intende la origine del periodo diurno nelle giornate calme e serene, specialmente nella stagione estiva, alla quale le osservazioni del Signor André si riferiscono. Nelle prime ore del mattino i vapori si elevano dal suolo, e quando son giunti ad una certa altezza trovando una falda d'aria di temperatura più bassa, patiscono un certo condensamento svolgendo elettricità, che per influsso si annunzia sugli strumenti sottostanti. Frattanto quelle falde d'aria in cui eran pervenuti questi vapori, elevando la loro temperatura e continuando le correnti ascendenti a trasportare il vapore in alto, la falda d'aria inducente si troverà ad una altezza maggiore, e l'influsso sui nostri strumenti collocati in basso viene scemando, allora è che gli apparecchi collocati sulla cima di un monte daranno indicazioni più forti di quelli che si trovano ad un livello inferiore. Ecco perchè nella stagione estiva, e nelle giornate calme e serene, il massimo all'Osservatorio vesuviano viene più tardi di quello indicato alla specola dell'Università; ed in quella stagione solo si avvera, nelle ore più calde del giorno, che i potenziali o le tensioni voltaiche (che per me sono la stessa cosa), al Vesuvio superano quelle che si registrano a Napoli, ma nella notte avviene il contrario.

Nelle ore prossime al tramonto col raffreddamento del suolo i vapori discendono, l'umidità relativa diviene maggiore in vicinanza del suolo, e quindi dopo il tramonto si ha il massimo serotino: ed ecco la origine della curva doppiamente sinuosa che si

avvera per l'elettricità e non per l'umidità relativa di un dato luogo. Anche l'eminente astronomo francese Flammarion ha osservato nei suoi voli aerostatici, che si trova sempre una falda d'aria di massima umidità relativa, talvolta poco lungi dal suolo, e talvolta oltre i mille metri di altezza. Io son costretto qui ad asserire, non potendo ripetere ciò che ho ripetutamente provato con le più accurate osservazioni ed esperienze che ho a suo tempo pubblicate; per la qualcosa non deve al mio Illustre Collega di Lione far maraviglia, che la curva dell'umidità relativa presa nel luogo delle osservazioni non somigli quella dei potenziali.

Ciò non pertanto le due curve dell'andamento annuo delle temperature e dei potenziali, a mio parere, provano evidentemente il mio assunto, per quanto il Signor André si sforzi a toglier loro il più importante significato. Ecco intanto la sua lettera che desidera vedere stampata nel nostro Rendiconto.

Saint Genis-Laval (Rhône, 29 Ottobre 1891)

Signore e Illustre Collega,

Ho ricevuto la nota stampata che mi avete fatto l'onore di inviarmi; e, ringraziandovi degli elogi che m'indirizzate, vi prego di permettermi di rispondere alcune linee, che vi sarò, per altro, riconoscente di voler comunicare all'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche e fare inserire nei *Resoconti*.

Lasciando a parte la quistione di sapere se è o pur no esatto che per l'elettricità atmosferica « si ammette generalmente una variazione diurna normale, corrispondente a un tempo calmo e sereno », quistione di fatto e del resto poco importante per il Signor Palmieri e me, poichè siamo d'accordo sulla non esistenza di questa. Io insisto su ciò che, i due modi di variazione diurna che ho segnalato, caratterizzano due modi differenti di variazione diurna, esistono anche per la pressione barometrica, il peso del vapore acqueo (e aggiungo oggi) il vento.

Queste differenze simultanee di modo di variazione diurna sono dunque l'effetto di una medesima causa che le governa tutte. Tal è il fatto che io segnalai nella nota che comunicai all'Istituto di Francia.

Ancora, non sono d'accordo col Signor Palmieri allorchè egli dice, che « il valore di questi massimi dipende esclusivamente dall'umidità relativa nella zona atmosferica che è al disopra del luogo di osservazione ». — La discussione delle curve date dal nostro registratore in quei giorni calmi, sereni e non nebbiosi, che ho soli impiegati, conduce a risultati contradittori con quella asserzione, sebbene in seguito dell'assenza di ogni causa apparente di perturbazione questi giorni sembrano più propri a confermarlo, se fosse esatta.

Per mostrarla, prendo per caso alcuni esempi e riproduco qui appresso i valori simultanei del potenziale elettrico e dello stato igrometrico ai momenti dei massimi e minimi del primo.

Data	1° Minimo		1° Massimo		2° Minimo		2° Massimo	
	Stato Igrom.	Potenz.	Stato Igrom.	Potenz.	Stato Igrom.	Potenz.	Stato Igrom.	Potenziale
1885 Agosto 10	76	50	64	155	32	50	43	110
1888 Agosto 10	66	54	60	125	33	50	48	110
1888 Agosto 12	66	80	52	140	40	53	49	80
1885 Luglio 21	62	55	59	140	47	90	47	130
1885 Luglio 27	59	85	52	180	38	100	39	155
1885 Luglio 24	70	60	58	165	35	95	41	120

Questo quadro non indica nessuna specie di dipendenza tra i valori del potenziale e quello dello stato igrometrico; degli stati igrometrici considerevoli corrispondenti o dei potenziali minimi e inversamente.

D'altronde l'inesattezza di questa legge è stata già dimostrata sperimentalmente dal Signor P. Franz Exner, ed essa è per se stessa abbastanza evidente a priori, la variazione diurna del potenziale elettrico essendo una curva doppiamente sinuosa e quella dello stato igrometrico essendo espressa da una sinuosa semplice. Intanto il Signor Palmieri trova una conferma di questa legge supposta nella comparazione delle due curve che ho pubblicato e che sono relative alle *variazioni annuali* dello stato igrometrico e del potenziale elettrico; tal non è affatto la mia opinione. In fatti, per ottenere queste curve di variazione annuale, noi cerchiamo dapprima il valore medio diurno di ciascuno degli elementi, stabilendo così una prima compensazione; che fa sparire ogni traccia di simultaneità o non di simultaneità delle loro variazioni; coll'aiuto di questi numeri passiamo subito nella stessa maniera ai loro valori medi mensili, e l'analogia che troviamo si riferisce a risultamenti così ottenuti dopo una doppia compensazione. Non havvi dunque luogo di vedere nella loro rassomiglianza una prova della simultaneità delle loro variazioni e meno ancora la traccia di una relazione di causa ad effetto. Io posso chiarire vieppiù questo ragionamento coll'esempio seguente: all'Osservatorio di Lione le variazioni annuali della temperatura e del peso di vapor d'acqua contenuto nell'unità di volume d'aria offrono la medesima analogia che ho constatato per il potenziale e lo stato igrometrico; e intanto essendo dato ciò che noi sappiamo sulle cause che fanno variare il peso del vapore, nessuno ne concluderebbe che il valore di questo dipende *unicamente* da quello della temperatura.

Non aggiungo che una parola relativa all'istrumento medesimo di cui ci serviamo, con la precauzione che prendiamo per assicurarci ogni giorno del suo buono isolamento elettrico; i valori relativi delle differenti ordinate della curva registrata non possono differire dalla realtà che di quantità insensibili.

Io sono felice, signore e illustre collega, di profittare di questa occasione per attestarvi tuta l'ammirazione che ho per la vostra persona e la vostra salute.

Vi prego di voler gradire l'assicurazione dei sentimenti molto rispettosi [1]).

CH. ANDRÉ

[1]) Si vede che il Signor André ignora la maggior parte de' miei lavori. Io invece conoscendo i suoi, non avrei mancato di spedirgli le mie pubblicazioni se non avessi ignorato il suo indirizzo. Ma son sicuro che finiremo per esser d'accordo.

Contribuzione alla migliore conoscenza dei componenti i centri nervosi mercè il processo del joduro di palladio; NOTA *del Prof.* **Giovanni Paladino**.

(Adunanza del dì 21 novembre 1891)

Dopo la mia precedente Nota letta a questa illustre Accademia [1]), ho sempre continuato ad applicare il nuovo metodo d'indagine da me proposto per lo studio del sistema nervoso centrale. Lo scopo d'insistervi è stato doppio, cioè quello di precisare sempre più il modo di applicazione del processo al joduro di palladio, e l'altro di contribuire con esso alla soluzione di qualcuno dei molti quesiti che si accumulano sulla struttura e sulle funzioni generali del sistema nervoso centrale, per cui lo stesso fondamento di quelle tra le conoscenze, che pur si ritenevano le più indiscutibili, è stato colle odierne ricerche profondamente scosso.

Avvertenze tecniche. — Siccome il mio processo risulta di due tempi, cioè: 1° dell'impregnazione di cloruro di palladio adoperato nella soluzione dell'uno per mille, e 2° della formazione del joduro di palladio mercè la reazione col joduro di potassio impiegato alla soluzione del quattro per cento, così dove l'immersione nel cloruro di palladio si può protrarre impunemente, anzi con vantaggio, per due a tre giorni ed anche per settimane, colla rinnovazione altresì della soluzione di cloruro di palladio, in cambio l'immersione nella soluzione di joduro di potassio dev'essere *relativamente breve* tra una a due ore, avendosi a fare con piccoli pezzi sottoposti al trattamento citato.

Ad evitare che il joduro di potassio sottragga troppo di joduro di palladio formatosi, non è indifferente la quantità della soluzione del primo, nella quale i pezzi vengano immersi, e tutto dipenderà dalla prudenza del ricercatore e dalla pratica dei saggi ripetutamente fatti.

Che il processo al joduro di palladio meriti di essere applicato largamente, e con confidenza di raccogliere buoni frutti, è anche l'opinione di parecchi bravi giovani ricercatori che l'hanno sin'ora applicato. Tra gli altri i più espliciti sono il Dott. Vassale ed il Dott. Colella; il primo in un pregevole lavoro, pubblicato in questi giorni, ha riconosciuto che il processo al joduro di palladio è destinato a dare importanti risultati [2]), ed il secondo in un importante lavoro, anche recentemente pubblicato, dichiara il metodo eccellente per la ricognizione delle più delicate particolarità di struttura [3]).

I punti su cui voglio chiamare, per ora, in particolar modo l'attenzione dell'Accademia, sono:

1.° Una disposizione particolare a gomitolo del cilindrasse nelle fibre delle radici spinali ed in quelle dei cordoni o della sostanza bianca del midollo spinale.

[1]) *Di un nuovo processo per le indagini microscopiche del sistema nervoso centrale.* Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche, fasc. I, gennajo 1891.

[2]) Vassale G., *Nuovi metodi d'indagine microscopica per lo studio di alcune particolarità di struttura dei centri nervosi.* Reggio d'Emilia, 1891.

[3]) Colella R., *Ricerche sperimentali e istologiche sulla degenerazione e sulla rigenerazione dei ganglii del simpatico.* Napoli 1891.

2.° Le varie figure e dimensioni delle cellule nevrogliche, la loro evoluzione ed i rapporti dei loro prolungamenti tra sè e la pia meninge.

A. **Disposizione particolare a gomitolo del cilindrasse.** — È noto che il cilindrasse è la parte principale della fibra nervosa, ed in considerazione dell'assoluta importanza sua, ogni nuovo dettaglio sulla sua disposizione non dev'essere senza significato per il suo valore funzionale.

La reazione del joduro di palladio ha tra gli altri pregi quello di mettere in evidenza il cilindrasse colla maggiore precisione e distinguerlo da tutto ciò che lo involge e lo circonda, e quindi ha permesso di notare una singolare disposizione a gomitolo, molto lontana da quella disposizione serpentina che qua e là si era rimarcata da Köl-liker, da Ohsteiner e da altri nel midollo spinale.

L'ho notata dapprima nelle fibre delle radici spinali anteriori all'uscita del midollo spinale, ove tra i cilindri assili a corso regolarissimo ve ne sono alcuni che ad un tratto si avvolgono a vero gomitolo, fatto questo o da quattro a cinque ravvolgimenti a spira più o meno immediatamente soprapposti *(fig. A)*, o da altrettanto numero di ravvolgimenti che si rammucchiano *(fig. B)*. Sono sul corso del cilindrasse che si vede quindi continuare in linea dritta ai due estremi, cioè verso il centro e verso la periferia.

Fig. A.

Fig. B.

Fig. C.

Dette formazioni non sono espressione di un fatto eccezionale e nè si trovano soltanto nel punto indicato, dappoichè con attenta e ripetuta osservazione ho potuto constatare che sono formazioni frequenti, che si trovano non soltanto all'uscita dal midollo delle fibre delle radici anteriori o ventrali, ma altresì nel tratto intramidollare delle stesse, e quel che è più lungo i cordoni ventrali e laterali della sostanza bianca. Che anzi in questa i gomitoli sono assolutamente di maggiore proporzione, sì che si arriva a contare un maggior numero d'inflessioni, e nell'insieme la formazione che ne risulta è molto più grande e lunga *(fig. C)*. Nel darne questo cenno, tengo presenti due esemplari, l'uno più tozzo dell'altro, che in cambio è più allungato: quello è un gomitolo ellittico, com'è indicato dalla fig. *C*, ricavata come le altre due con un grande Koristka

$\frac{Oc.\ 3}{obb.\ 8}$, questo è molto più lungo e più sottile. Il primo colle sue dimensioni trasverse sorpassa il diametro della fibra nervosa.

In massima i gomitoli lungo le radici sono al disotto delle dimensioni delle rispettive fibre. In cambio quelli lungo i cordoni midollari possono sorpassare il diametro delle fibre, sì che in corrispondenza queste ne restano rigonfiate.

A comprendere in tutto il suo valore la significazione di simili formazioni, non ho mancato di farmi tutte le possibili obbiezioni.

E dapprima sono forse un artifizio, un prodotto postmortale, un effetto del raggrinzamento per azione dei mezzi induranti? Un tal dubbio si esclude subito, e per lo sviluppo di tali formazioni, e per la considerazione che altrimenti dovrebbero essere più generali.

Ammesse poi come formazioni speciali, si appartengano esse alle fibre nervose o si ha che fare con gomitoli vasali? Se lo fossero, a vero dire, non mancherebbero perciò stesso d'importanza per gli organi in cui si trovano, ma tale sospetto si esclude per la situazione loro dentro la fibra nervosa, per il forte potere di rifrazione, per il colorirsi che fanno intensamente al joduro di palladio non altrimenti degli altri cilindrassili, ed infine perchè le injezioni vasali non mettono nulla di simile in evidenza.

Ed allora appartenendo al sistema nervoso, che significato mai hanno? Sono terminazioni nervose? o sono indizio di rigoglio nella rigenerazione delle fibre dei centri nervosi? o rappresentano un modo di disposizione per deviare il corso delle fibre nervose?

Si elimina subito il primo sospetto, perchè si trovano incastrate sulle vie conducibili delle radici e dei cordoni spinali e sul corso proprio dei rispettivi cilindrassi.

Con un po' di discussione si elimina facilmente anche il secondo. Ed in vero si potrebbe pensare che fossero un quissimile di quanto si nota nei monconi centrali dei nervi periferici recisi, ove per il continuo accrescimento centrifugo dei cilindrassi e per l'impedito distendimento corrispondente si arriva ad attorcigliare secondo ha raffigurato il Ranvier [1]). Senza dubbio vi sono parecchi dati per ammettere anche nei centri nervosi un processo di degenerazione e rigenerazione fisiologica, siccome dapprima lo descrisse Sigmund Mayer nei nervi periferici. Mi limito qui a citare il rigonfiamento del doppio e talora anche più che il cilindrasse soffre qua e là in questa o quella fibra, con aspetto omogeneo o jalino, e con la diminuzione o quasi sparizione della guaina mielinica. Quest'alterazione si nota nel cilindrasse tanto delle fibre delle radici spinali quanto di quelle dei cordoni, tanto in tratti del cilindrasse a corso dritto come in quelli a corso aggomitolato, e la si deve ritenere come espressione di vecchiezza della fibra nervosa o meglio come una fase della sua involuzione, consistente nella degenerazione jalina del cilindrasse e sparizione più o meno completa della mielina. Questo modo di apparizione del cilindrasse non lo si può ripetere da un'alterazione postmortale dello stesso a causa dei reagenti, in quanto è troppo limitata, e le fibre con tali alterazioni sono aggruppate ad altre tutte in floridissime condizioni e con cilindrassile regolarissimo e ad aspetto ordinario.

Accanto alla distruzione vi sarà presumibilmente la rigenerazione di fibre nervose,

[1]) Ranvier, *Leçons sur l'histologie du système nerveuse.* Paris 1878.

ed in tal caso i gomitoli potrebbero essere l'espressione di un movimento rigenerativo rigoglioso ed esuberante. Senonchè vi mancherebbe l'ostacolo al continuo distendersi, che pure è una condizione indispensabile invocata per spiegare l'attorcigliamento dei cilindrassi nel moncone centrale dei nervi periferici recisi.

Da ultimo, altri potrebbe pensare che sia il gomitolo uno dei modi per conseguire una deviazione nel corso delle fibre, ma sarebbe un esagerato impiego di materiale per raggiungere poi un risultato che si ottiene largamente in guisa molto più semplice e sicura.

Ma allora che significazione possono mai avere? Con ogni probabilità i gomitoli da me descritti debbono considerarsi come disposizioni di rinforzo dei fili conduttori nervosi, od in altri termini un modo di accrescimento di massa degli stessi, e quindi un aumento del loro uffizio conduttore, essendo, come si sa, i cilindrassi attivi nella loro funzione conducibile, ed avendo dimensioni in rapporto diretto colla lontananza della distribuzione e colla maggiore attività funzionale.

Secondo le ricerche di Schwalbe [1]) le fibre nervose delle radici ventrali e dorsali del midollo spinale sono di varia dimensione in rapporto alla diversa lontananza dei punti ove vanno a distribuirsi ed in corrispondenza dell'attività funzionale. Senonchè dette indagini hanno più che altro riguardato il diametro della guaina midollare delle fibre nervose, e le misure dell'asse cilindrico non sono state ritenute precise, per il sospetto che sotto l'applicazione dei reagenti facilmente il cilindrasse si raggrinza e diviene irregolare (Schiefferdecker e Kossel).

Il joduro di palladio mettendo con gran nitidezza in evidenza i cilindri assili, e facendo eliminare quelli alterati per degenerazione e vecchiezza, giustifica innanzi tutto il metodo d'indurimento adoperato, e permette poi di ottenere risultati sulla dimensione dei cilindrassili, meritevoli di confidenza.

Se i cilindrassi in generale sono più grandi nelle fibre delle radici ventrali anzicchè nelle dorsali, non presentano però differenze sensibili tra loro; eppure il luogo di distribuzione è cotanto diverso per lontananza, pensando ad esempio alle fibre dei plessi brachiali e lombari nei diversi animali, tanto in rapporto alla loro età quanto in rapporto alla loro taglia che raggiungono a completo sviluppo.

In rapporto a quest'ultimo punto di vista è da notarsi, che i cilindrassi delle fibre delle radici spinali ventrali del gatto sono in massima più spessi di quelle dell'uomo, del bue, del cavallo.

Ora come va questa differenza in più nella spessezza dei cilindrassili del gatto, mentre il percorso delle relative fibre è tanto più cospicuo negli altri mammiferi precitati. E seppure si possa invocare la maggiore sveltezza del gatto, pure dovrebbe essere un tale momento compensato dall'altro della lontananza maggiore del sito di distribuzione.

Con ogni probabilità questa contraddizione può essere spiegata, ammettendo che efficace mezzo di aumentare la massa del cilindrasse è l'aggomitolarsi, e quindi i gomitoli da me descritti lungo le fibre delle radici spinali ventrali e dei cordoni anteriori e laterali del midollo spinale sono disposizioni di rinforzo o formazioni che accrescono il valore ed il grado funzionale dei fili conduttori nervosi, e rispondono forse ai bisogni di una più lontana distribuzione di talune fibre nervose.

[1]) Schwalbe, *Ueber die kaliberverhältnisse der Nervenfasern.* Leipzig 1882.

B. **Cellule nevrogliche e rapporti dei prolungamenti tra loro e gli altri componenti dell'asse cerebro-spinale ed in particolare colla pia meninge.**—La reazione del joduro di palladio mi ha di già permesso di spingere più in là le cognizioni sul nevroglio, richiamando l'attenzione degli osservatori sulla continuità dello stesso nello scheletro nevrocheratinico della guaina midollare delle fibre nervose e sulla presenza intorno le cellule nervose di un reticolo nevroglico aracniforme.

Studiando ora i centri nervosi coll'impiego comparato del predetto e dei differenti altri metodi più in voga, e sopratutto col cromato di argento (Golgi), sono stato in grado di assicurarmi dei mutui rapporti dei prolungamenti delle cellule nevrogliche e di quelli colla pia meninge.

Innanzi tutto nell'adulto vi sono forme di diversissima dimensione delle cellule nevrogliche, a cominciare da quelle come rigonfiamenti fusoidi, o noduli, con e senza nucleo sino alle cellule grandi, riccamente protoplasmatiche, di aspetto granulare, di forma irregolare, appiattite e con nucleo spostato più o meno verso la periferia. Esempii di queste cellule si trovano da per ogni dove e nella sostanza bianca come nella grigia. Come sito d'incontro sicuro di cellule nevrogliche di simili dimensioni si può indicare il nervo ottico dell'uomo.

A prima vista simili cellule nevrogliche si possono confondere con cellule nervose, e quasi sospettare di cellule nervose aberranti, o di cellule rappresentanti elementi di transizione tra il nevroglio e le cellule nervose, siccome hanno sostenuto Stricker ed Unger dapprima, ed ultimamente Lenhossek ed altri. Ma viene efficacemente in ajuto il riflettere al loro abito che gli è dato, a prescindere dalle loro dimensioni, dai prolungamenti relativamente sempre numerosi, che s'irraggiano in tutte le direzioni e da tutti i punti del loro corpo. Si trovano o isolate o pure aggruppati al numero di 3 a 5 ed anche più. I prolungamenti sono in massima sottili, omogenei, diversamente lunghi, talora flessuosi, e spesso partenti come i denti di un pettine dal corpo cellulare. Quasi costantemente ve ne ha uno più grosso, appiattito, più o meno lungo e che si dirige o verso i vasi o di contro agli altri elementi.

In mezzo a questa varia gradazione di cellule vi si trovano nuclei tanto in tagli in serie quanto in dissociazione dopo macerazione o in alcool al terzo, o in diluzioni attenuate di bicromato potassico o d'altro. Senza dubbio una parte di questi nuclei è rappresentata da elementi mutilati, o perchè piccoli e privati dei loro prolungamenti nella dissociazione, o perchè tagliati in un senso da non includere i prolungamenti, essendo talora lamellari le cellule nevrogliche ed i nuclei sporgenti ed eccentrici. Però una parte deve avere un'altra sorgente, ed invero le cellule nevrogliche, oltre della varia forma e dimensione, sono elementi che hanno il loro ciclo di evoluzione e quindi si possono trovare in varii stadii. Di qui s'intende che dove nello stadio di floridezza hanno il corpo protoplasmatico granuloso e forte nucleo, nel periodo avanzato del loro ciclo vitale hanno perduto il loro nucleo e restano come centri d'irraggiamento dei numerosi prolungamenti.

Mancano osservazioni sulle fasi di sparizione del nucleo, ma uno dei modi può essere la caduta dello stesso o il suo distacco dalle cellule nevrogliche.

In date condizioni per stimolazioni normali e patologiche le cellule nevrogliche possono essere più grandi del solito e polinucleate (4, 5 ed anche più).

Ora come si comportano i prolungamenti delle cellule tra loro? Sono riuniti o non si raggiungono mai da formare quindi soltanto un intreccio più o meno complicato?

I miei preparati mi dimostrano con grande evidenza che le cellule nevrogliche coi loro prolungamenti pigliano rapporti diretti *prossimali e distali*, cioè con alcuni prolungamenti e talora col più grande e lamellare s'innesta direttamente colla cellula più vicina, e cogli altri prolungamenti va ad innestarsi con i prolungamenti di cellule a differente distanza. L'innesto colle cellule vicine è sopratutto nitido quando s'incontra sotto lo sguardo un gruppo di 4 a 5 cellule, le quali si fondano con alcuni soltanto dei loro prolungamenti, riservando gli altri per innestarsi con le cellule a diversa distanza. I prolungamenti quindi devonsi distinguere altresì per la diversa distanza dei rapporti che vanno a stabilire, e forse la loro distribuzione è in corrispondenza, oltrecchè per la diversa distanza, altresì per le differenti parti colle quali vanno a riunirsi.

Nell'insieme ne risulta uno scheletro nevroglico continuo, fatto da cellule con prolungamenti e rapporti prossimali e distali, e distante quindi tanto dalla rete descritta da Schullze, Frey ecc., quanto dall'intreccio più o meno complesso sostenuto da Golgi, ed ultimamente da Kölliker, Ramon y Cajal ecc. Ranvier, Renaut, Vignal hanno ammesso senz'altro rapporti diretti tra i prolungamenti delle cellule nevrogliche.

In ordine ai rapporti del nevroglio colla pia madre si è molto disputato, e non sempre l'illustrazione di questo dato morfologico lo si è sottratto al modo presunto di derivazione del nevroglio e della pia madre (Kölliker, Merkel, Schwalbe, Obsteiner, Gircke, Key e Retzius). Lasciando da banda lo svolgimento storico di sì dibattuta questione, e volendo riassumere in poche parole le attuali cognizioni che si posseggono in proposito, dobbiamo distinguere i rapporti del nevroglio ependimale, o primitivo, colla pia, e quelli del nevroglio a così dire secondario colla stessa.

Le cellule ependimali nel feto mandano prolungamenti che corrono in modo raggiato per tutto il midollo sino a terminarsi con espansioni più o meno grosse sotto la pia (Golgi). Tali rapporti originarii resterebbero soltanto in corrispondenza dei solchi, ventrale e dorsale (Kölliker, Ramon y Cajal).

Il resto del nevroglio, costituito dagli elementi aracniformi o raggiati, arrivato alla superficie forma uno strato più o meno spesso, a norma dei siti dell'asse cerebro-spinale, e contiguo ma non continuo colla pia madre, che pure dentro la massa nervosa sottostante manda vasi. Tale contiguità è ritenuta così netta che il Lenossek, che se ne è occupato tra gli ultimi, le ha data importanza di ordine generale nella costituzione dei centri nervosi. Difatti, egli scrive: « come recentemente, in tutte le nostre cognizioni sull'organizzazione del sistema nervoso, in luogo delle connessioni precedentemente ammesse, vi è un semplice contatto, così oggi si sa che anche il rapporto tra gli organi centrali nervosi e le membrane connettivali circondanti (la più interna compresa) è di semplice contatto. Nel feto non entra nella midolla dall'esterno altro che vasi nudi di avventizia » [1]). Ora preparati ben riusciti al joduro di palladio, fanno vedere, per esempio sulle circonvoluzioni cerebrali umane, che gli elementi nevroglici superficiali dànno prolungamenti che si svolgono da una parte nell'interno e dall'altra verso l'esterno nella pia meninge, colla quale quindi pigliano rapporti di continuità. Tali rapporti sono visi-

[1]) Von Lenhossek, *Zur Kenntnis der Neuroglia des menschlichen Ruckenmarkes.* — Verhandlungen der Anatomischen Gesellschaft in Munchen vom 18-20, Mai 1891, herausgegeben von Prof. K. Bardeleben.

bili tanto nella parte sporgente quanto e molto di più nei solchi delle circonvoluzioni. La continuità si stabilisce tanto in corrispondenza dei vasi, e quindi coll'avventizia degli stessi, quanto col tessuto intermedio della pia meninge. Meno spiccati, ma gli stessi rapporti si riscontrano alla superficie del midollo spinale.

Con ciò che precede, i rapporti del nevroglio si complicano in modo significante, però a tutto vantaggio della migliore conoscenza della ricca sostanza intermedia od interstiziale dei centri nervosi.

E di fatti le forme varie e l'evoluzione delle cellule nevrogliche, la connessione diretta prossimale e distale di diverso ordine dei loro prolungamenti ed i rapporti del nevroglio colle cellule nervose e molto più quelli colle fibre nervose, oltre s'intende la connessione coi vasi e la pia meninge, riguardano troppo intimamente l'argomento per supporre che non avranno alcuna importanza sulla migliore conoscenza dell'organizzazione dei centri nervosi.

Napoli, Istituto d'Istologia e Fisiologia generale dell'Università, novembre 1891.

Galvanometro compensato a sensibilità costante; NOTA *del Prof.* Guido Grassi.

(Adunanza del dì 5 dicembre 1891)

Presento a questa Accademia un galvanometro costruito secondo il principio esposto nella mia nota precedente (V. Rendiconto di questa Accademia, adunanza 20 Giugno 1891). Nello stesso tempo credo utile aggiungere qualche notizia intorno alla costruzione di questo istrumento ed al modo di adoperarlo.

Il galvanometro ha i due circuiti avvolti sopra anelli circolari come quelli di una bussola delle tangenti; i due anelli sono concentrici e l'uno normale all'altro. Il filo forma 12 spire su ciascun anello. Il diametro delle spire è di 22 centimetri.

Il magnete è a forma di campanella, come nei galvanometri Siemens, ed è sospeso con un filo di bozzolo al centro degli anelli, entro uno smorzatore cilindrico di rame. La distanza fra i poli del magnete è da 8 a 9 millimetri, sicchè il rapporto fra la semilunghezza del magnete e il raggio delle spira non è maggiore di $\frac{1}{25}$. Perciò si può applicare la formola (2) della nota precedente, dove si faccia

$$a = r \qquad A = 1$$

e scrivere quindi

$$i = \frac{Hr}{2\pi n} \frac{\tan\alpha}{1+\tan\alpha},$$

essendo H l'intensità orizzontale del magnetismo terrestre, r il raggio delle spire, n il loro numero, i l'intensità della corrente ed α l'angolo di deviazione.

Veramente il circuito compensatore, essendo stato avvolto dopo dell'altro, si sovrappone per un piccolo tratto ai fili del circuito principale, sicchè le spire risultano un po' allargate nei punti che corrispondono al diametro verticale. Tuttavia, essendo la grossezza del filo minore di 1 millimetro, compresa la copertura, e brevissimo il

tratto dove il secondo circuito si sovrappone al primo, il raggio medio delle spire compensatrici differisce così poco da quello delle altre spire, che il rapporto $\frac{r_1}{r}$ si può ritenere con sufficiente approssimazione eguale a 1, e quindi eguale a 1 anche il valore della costante A che entra nella formola.

Se si vuole la corrente I in ampère, bisogna moltiplicare per 10 il valore di i; posto quindi

$$r = 11 \qquad n = 12$$

si ottiene

$$I = 1{,}459\,H \frac{\tan\alpha}{1 + \tan\alpha}.$$

La presenza dei due anelli che circondano il cerchio graduato dà luogo a qualche difficoltà nella lettura delle deviazioni. Per facilitare la lettura ho applicato al magnete un doppio indice, cioè *due* indici d'alluminio incrociati a 40 gradi.

La graduazione del cerchio è in gradi e porta *due zeri* diametrali, che nella posizione normale del galvanometro si devono trovare in un piano verticale, che forma un angolo di 40° col meridiano magnetico. Poi vi è un altro zero a 40° da uno dei primi due. Con questa disposizione, qualunque sia la deviazione del magnete, v'è sempre un indice in posizione tale da poter fare la lettura comodamente.

Per adoperare la bussola bisogna anzitutto orientarla. Ma ciò non si può fare col metodo dell'inversione della corrente come si opera colla bussola delle tangenti. Qui invece bisogna procedere nel modo seguente.

Dopo aver messo il cerchio principale in direzione prossima a quella del meridiano magnetico, vi si fa passare la corrente; meglio è servirsi di un accumulatore di superficie piuttosto ampia, cosicchè esso non dia che una corrente debole rispetto alla sua scarica normale.

I due serrafili del galvanometro portano i segni + e —, per indicare a quali poli vanno congiunti, perchè la corrente deve aver sempre una determinata direzione.

Letta la deviazione, che deve essere almeno di 40°, si interrompe la corrente, si fa ruotare di 90° lo strumento intorno al suo asse nella direzione stessa della deviazione già osservata, poi si richiude il circuito. L'ago allora devia dall'altra parte, perchè nella nuova posizione il circuito che prima era nel meridiano è diventato circuito compensatore, mentre l'altro che ora si trova nel meridiano è percorso dalla corrente in direzione opposta a quella che si aveva prima nel circuito principale.

Se la bussola era ben orientata, le due deviazioni sono eguali. Se le deviazioni son differenti, si riducono eguali per tentativi, modificando leggermente la orientazione iniziale.

Si può anche procedere diversamente; cioè, dopo aver chiuso il circuito nella prima posizione, si fa ruotare la bussola inseguendo l'indice finchè questo segna dall'altra parte dello zero una deviazione eguale, e si apre il circuito solo dopo fatta la seconda lettura, per vedere se la rotazione dello strumento è stata precisamente di 90°. Questo modo di operare ha il vantaggio che, non interrompendo il circuito, è più sicura la costanza della corrente.

Nella bussola che ora presento ho verificato la legge delle deviazioni, facendo il

confronto con una bussola delle tangenti a riflessione ben rettificata, ed ho trovato che risponde benissimo alla legge espressa dalla formola; tanto che la si può usare con tutta sicurezza anche per deviazioni superiori a 90°.

Ho pure verificato, per confronto con un voltametro a solfato di rame, il valore assoluto della corrente misurata, ed anche questo ha corrisposto esattamente al calcolo.

Osserverò inoltre che la sensibilità della bussola compensata, a circuiti eguali, come questa, dopo i 90° va diminuendo sempre più rapidamente riducendosi a zero per una deviazione di 135°. Però fino a 110° la sensibilità è sufficiente, e paragonabile a quella che l'ordinaria bussola delle tangenti ha verso i 50°.

La *sensibilità assoluta* della bussola compensata essendo (V. nota precedente)

$$\frac{2\pi n}{Hr}(\cos\alpha + A \operatorname{sen}\alpha)^2$$

si avrà la *sensibilità relativa* espressa da

$$(\cos\alpha + A \operatorname{sen}\alpha)\operatorname{sen}\alpha$$

e per $A=1$, come nel caso presente,

$$\operatorname{sen}\alpha(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha),$$

espressione che ha un massimo per $\tan\alpha = 1 + \sqrt{2}$; dunque la bussola compensata a circuiti eguali ha la *massima sensibilità relativa* per $\alpha = \frac{3}{8}\pi = 67°.30'$, mentre la *sensibilità assoluta massima* si ha per $\alpha = 45°$.

Per calcolare l'intensità, quando la deviazione supera i 90°, può esser più comodo di trasformare la formola, ponendo $\alpha = 90° + \alpha'$, e si ottiene

$$i = \frac{Hr}{2\pi n}\,\frac{1}{1 - \tan\alpha'}.$$

Finalmente è interessante notare l'influenza di una imperfetta orientazione dello strumento, paragonandolo colla bussola ordinaria delle tangenti.

Nella bussola delle tangenti, se l'anello non è esattamente nel meridiano magnetico, ma è deviato di un angolo β, la formola della intensità va modificata così

$$i = \frac{Hr}{2\pi n}\,\frac{\tan\alpha}{\cos\beta \pm \operatorname{sen}\beta\tan\alpha},$$

dove si deve adottare il segno — quando lo spostamento β dell'anello è in senso contrario a quello della deviazione α dell'ago. Riflettendo che β è sempre piccolissimo e quindi *cos* β assai prossimo all'unità, si vede che per un dato valore di β la correzione ha sempre il medesimo segno, e va crescendo continuamente mentre l'ago devia da 0 a 90°.

Invece nella mia bussola compensata la formola, dove si tien conto dello spostamento β, è

$$i = \frac{Hr}{2\pi n} \frac{\tan\alpha}{(1+\tan\alpha)\cos\beta \pm (\tan\alpha - 1)\operatorname{sen}\beta}.$$

Dunque per deviazioni dell'ago da 0 fino a 45° la correzione è di segno opposto a quella della bussola delle tangenti; la correzione stessa va diminuendo e si riduce nulla per una deviazione che differisce poco da 45°, poi cambia segno. Il fatto che la correzione dovuta a una imperfetta orientazione è nulla per deviazioni intorno a 45°, ha una certa importanza, ed è un vantaggio notevole di questo strumento rispetto agli ordinari galvanometri.

Rapporto *sul lavoro dell'Ing.* Luigi dell'Erba.

(Adunanza del dì 12 dicembre 1891)

Molti geologi si sono occupati della roccia di Pianura, denominata *piperno*, cercando specialmente di indagarne la sua origine. È noto che vi sono a tal riguardo due opinioni distinte, alcuni cioè credono che il piperno sia una roccia di natura lavica, altri che sia un tufo metamorfizzato. L'Ing. Dell'Erba, con la memoria presentata, porta un novello contributo allo studio di questa roccia. Egli, dopo aver riportate e confutate le argomentazioni per le quali alcuni geologi erano propensi a ritenere che il piperno fosse una lava, fa lo studio petrografico sia della roccia in parola che dei tufi di varie località della Campania. Dalla comparazione dei risultati avuti l'Autore è portato a ritenere il piperno essere un tufo che abbia subíto uno speciale metamorfismo.

La vostra Commissione, tenuto conto dell'importanza dell'argomento e dei metodi con i quali è stato trattato, propone che il lavoro dell'Ing. Dell'Erba sia inserito per intero negli Atti dell'Accademia.

L. Palmieri
F. Bassani
E. Scacchi, *relatore.*

Considerazioni sulla genesi del Piperno; memoria *dell'Ing.* Luigi dell'Erba.

(Adunanza del dì 12 dicembre 1891) — (Sunto dell'Autore)

In questo lavoro mi sono proposto di dimostrare come il piperno sia una roccia metamorfica, originariamente di natura tufacea. Ho confutato le opinioni di quei geologi, come il Breislak, il Guiscardi, il Kalkowsky, il Freda, ecc., i quali ritengono il piperno essere una lava, non che le loro ipotesi sul modo di formazione e sulla disposizione e forma prese dalle *fiamme,* ed ho cercato di provare come la eruzione del piperno ebbe un carattere speciale, che non si discosta molto da quello dei tufi; essa dovette seguire con una successiva emissione, a brevi intervalli, di ceneri e brandelli di lava, sicchè le *fiamme* e la massa fondamentale della roccia furono dall'origine due parti distinte e separate, riunitesi poscia insieme per azione metamorfica.

Ho cercato in oltre di spiegare il modo onde le *fiamme* presero la forma e la disposizione, che presentano, cioè la prima per movimento vorticoso dei brandelli di masse pastose lanciati in alto e la seconda per legge di equilibrio nel cadere di queste masse allungatesi. Dal diverso stato originario delle *fiamme* e della massa fondamentale della roccia ho dimostrato come emergono le differenze fra esse di colore, durezza e tenacità. Ho avvalorata l'idea della natura tufacea primitiva del piperno, prendendo ad esame la grande porosità della roccia, le alterazioni che subisce in contatto degli agenti atmosferici, ed il confronto vicendevole fra esso piperno e diversi tufi grigi della Campania, tanto nei caratteri esteriori che in quelli microscopici. Da ultimo, ribattendo le opinioni sin'ora messe innanzi sulla natura del metamorfismo, che presiedette alla formazione del piperno, ho espressa la nuova veduta di un metamorfismo di contatto, provocato dai brandelli lavici infuocati sulle ceneri caldissime, a misura che avveniva la loro eruzione, e coadiuvato dalla pressione del materiale stesso e dall'impedita dispersione subitanea del calore dalle parti interne, per la poca conducibilità delle materie eruttate. Queste condizioni spiegherebbero ancora la maggiore compattezza della roccia nelle parti inferiori, e la sua friabilità in quelle superiori.

Rapporto *sulla Nota del D.r* Italo Amaldi.

(Adunanza del dì 12 dicembre 1891)

Il Prof. Porchiesi, in una Memoria inserita negli Atti dell'Accademia di Bologna, studiando i sistemi di coniche nel piano, che passano per due punti fissi, si occupò della Corrispondenza fra i cerchi del piano, ed i punti dello spazio ordinario. Ora in questa breve Nota l'Autore fa vedere come si possa ricavare dai risultati ottenuti in quella Memoria del Porchiesi il teorema « che nella detta rappresentazione dei « cerchi mediante i punti dello spazio, le Corrispondenze per raggi vettori reciproci « nel piano si convertono nello spazio in Omologie armoniche, aventi per centro e « piano di omologia rispettivamente un punto ed un piano, coniugati nel sistema po- « lare di quella quadrica, che è il luogo dei punti rappresentativi dei cerchi di raggio « nullo ».

Essendo questo teorema nuovo, ed abbastanza notevole, ed il modo di dimostrazione adoperato dall'Autore semplice e piano, crediamo che questa Nota del Dottor Amaldi possa essere inserita nel Rendiconto della nostra Accademia.

A. Capelli
D. Padelletti
G. Battaglini, *relatore*.

Una interpretazione delle Corrispondenze per raggi vettori reciproci nel piano; NOTA *del D.r* **Italo Amaldi.**

(Adunanza del dì 12 dicembre 1891)

È noto che i cerchi del piano costituiscono una totalità tre volte infinita. Il prof. Porchiesi in una Memoria inserita negli Atti dell'Accademia di Bologna *), studiando i sistemi di Coniche del piano passanti per due punti fissi, si occupò della Corrispondenza fra i cerchi del piano e i punti dello spazio ordinario. Ora mi sembra non del tutto inutile far osservare come si possa ricavare dai risultati ottenuti in quella Memoria questo teorema « che nella detta rappresentazione dei cerchi mediante i punti dello spazio, le Corrispondenze per raggi vettori reciproci nel piano si convertono nello Spazio in Omologie armoniche, aventi per centro e piano di omologia risp.e un punto e un piano, coniugati nel Sistema polare della quadrica Φ **), luogo dei punti rappresentativi dei Cerchi di raggio zero ».

§ 1.

Per riconoscere questa proprietà bastano i principii stabiliti nel n. 10 del Cap. II, della detta Memoria. È necessario però determinare le relazioni che legano le coordinate $p\ m\ n$ ***), $p'\ m'\ n'$ risp.e di due cerchi del piano Ω, dedotti l'uno dall'altro mediante la Corrispondenza per raggi vettori reciproci. Perciò, ricordo anzitutto che una tale Corrispondenza è determinata, quando sia fissato il centro $m_0\ n_0$ e una costante $\pm\rho^2$ (il valore del prodotto dei raggi corrispondenti) ****).

Sieno dunque $p\ m\ n$ le coordinate di un cerchio qualunque del piano Ω, e $p'\ m'\ n'$ le coordinate del cerchio corrispondente.

Trasformo prima le coordinate, prendendo per nuova origine il punto $(m_0\ n_0)$, e le rette condotte parallelamente ai primi assi delle $m\ n$, per nuovi assi: indico con P M N e P′ M′ N′ le nuove coordinate dei due Cerchi corrispondenti, e le formule di trasformazione delle coordinate saranno

$$\begin{cases} 2m_0m + 2n_0n - p - (m_0^2 + n_0^2) + \mathrm{P} = 0 \\ \mathrm{M} + m_0 = m \\ \mathrm{N} + n_0 = n \text{ *****).} \end{cases}$$

*) *Sui sistemi di coniche che passano per due punti fissi*, di A. Porchiesi — Memorie dell'Acc. di Scienze di Bologna, Serie IV, Tomo III.

**) Avverto che nel riferirmi alla detta Memoria ne seguirò anche la notazione.

***) m, n sono le coordinate cartesiane del centro del cerchio, p la potenza risp. la origine di queste coordinate.

****) V. Baltzer, *Planimetria*, § 14, numeri 13 e 14.

*****) Per stabilire la prima di queste formule basta ricordare, che per avere la potenza del punto $(x'\ y')$ rispetto al cerchio $-2mx - 2ny + p + x^2 + y^2 = 0$, bisogna sostituire nel primo membro $x'\ y'$ in luogo di $x\ y$.

Ora le relazioni che abbisognano sono quelle fra le coordinate P M N, P′ M′ N′, le quali si hanno immediatamente valendosi delle due seguenti osservazioni:

a) nella Corrispondenza per raggi vettori reciproci, due cerchi corrispondenti hanno le potenze, rispetto al Centro della Corrispondenza, sempre dello stesso segno, se nessuna delle due è zero; ai cerchi, per i quali è nulla, corrispondono rette, per le quali si può dire che è infinita;

b) per due cerchi corrispondenti il Centro della Corrispondenza è centro di similitudine; ora si sa che i due centri di similitudine di due cerchi dividono la retta dei centri in parti proporzionali ai raggi.

Con ciò si trova

$$P'P = \rho^4 \qquad M' = \pm \rho^2 \frac{M}{P} \qquad N' = \pm \rho^2 \frac{N}{P}.$$

Ricorrendo ora alle formole di trasformazione precedentemente stabilite, si otterranno le formule generali della Corrispondenza per raggi vettori reciproci, determinata dal Centro $(m_0\ n_0)$ e dalla Costante $\pm \rho^2$; esse sono

$$\text{A)} \begin{cases} p' - p_0 = \pm \rho^2 \dfrac{p - p_0}{-2m_0 m - 2n_0 n + p + m_0^2 + n_0^2} \\[2ex] m' - m_0 = \pm \rho^2 \dfrac{m - m_0}{-2m_0 m - 2n_0 n + p + m_0^2 + n_0^2} \\[2ex] n' - n_0 = \pm \rho^2 \dfrac{n - n_0}{-2m_0 m - 2n_0 n + p + m_0^2 + n_0^2} \end{cases}$$

ove con p_0 si indica $m_0^2 + n_0^2 \mp \rho^2$.

§ 2.

Ora siccome i due spazii rappresentativi delle due totalità di cerchi del piano Ω, riferite fra loro in virtù della corrispondenza per raggi vettori reciproci, si riconoscerà che sono in relazione proiettiva; così, senza nuocere alla generalità dei risultati, si può prendere in luogo delle formule 9′) 10′) del n. 10, Cap. II, della citata Memoria, semplicemente le identità *), porre cioè

$$X = p \qquad Y = m \qquad Z = n,$$

e quindi anche

$$X' = p' \qquad Y' = m' \qquad Z' = n'.$$

Allora osservando che le relazioni A) sono lineari in $p\ m\ n$ e $p'\ m'\ n'$, si vede che i due spazii (X Y Z) (X′ Y′ Z′) risulteranno proiettivi: ma dalle formule A) si ricava pure

$$\frac{p - p_0}{p' - p_0} = \frac{m - m_0}{m' - m_0} = \frac{n - n_0}{n' - n_0},$$

*) Devo al prof. Porchiesi, al quale aveva comunicato questa mia aggiunta alla sua Memoria, il suggerimento di tale semplificazione nella dimostrazione.

onde le coppie di punti corrispondenti (X Y Z) (X' Y' Z') sono allineate con il punto $(p_0\, m_0\, n_0)$. Allora ricordando che nel piano Ω, nella Corrispondenza per raggi vettori reciproci, a un punto corrisponde un punto, o in altri termini a un cerchio di raggio zero corrisponde un cerchio di raggio zero, si vede che nella corrispondenza fra i due spazii (X Y Z) (X' Y' Z') la quadrica Φ sarà una quadrica unita, e quindi preso il piano polare del punto $(p_0\, m_0\, n_0)$ rispetto Φ, questo sarà *un piano di punti uniti*. Adunque i due spazii (X Y Z) (X' Y' Z') proiettivi, avendo un piano di punti uniti, saranno omologici e quel piano sarà il piano di omologia; il centro di omologia poi è evidentemente il punto $(p_0\, m_0\, n_0)$, e il centro e il piano di omologia sono elementi polari rispetto la quadrica Φ.

Considerando allora due punti corrispondenti della quadrica, il punto in cui la retta che li proietta dal centro di omologia incontra il piano di omologia, e il centro di omologia, si vede che questi quattro punti formano un gruppo armonico; quindi la omologia è armonica.

Resta pertanto dimostrato che nella rappresentazione in discorso, dei cerchi del piano, le Corrispondenze per raggi vettori reciproci si convertono nello spazio in Omologie armoniche, aventi per centro e per piano di Omologia un punto dello spazio e il suo piano polare rispetto Φ; secondochè la costante della Corrispondenza è positiva o negativa il Centro della Omologia è un punto esterno o interno a Φ *).

§ 3.

Osservo da ultimo, che le proprietà caratteristiche della Corrispondenza per raggi vettori reciproci sono:

1) che i cerchi si trasformano in cerchi (compreso il caso delle rette);

2) che gli angoli sono conservati.

Ora si è veduto come nella rappresentazione risulti espressa la prima; riguardo alla seconda, si vedrebbe facilmente che essa equivale alla permanenza del valore del rapporto anarmonico; perciò bisognerebbe prendere per l'*angolo* nel piano Ω la nota definizione proiettiva, di rapporto anarmonico dei due lati e delle due rette che dal vertice vanno ai punti ciclici, e osservare inoltre che, la Φ essendo a punti ellittici (n. 10, Cap. II, Mem. cit.), la involuzione delle tangenti coniugate in ciascun punto di essa sarà una involuzione negativa.

*) Corrispondentemente a questo risultato converrà assumere sotto una forma più generale il Teorema che trovasi in fine del N. 10, Cap. II, della citata Memoria, e precisamente sotto la forma offerta direttamente dalla dimostrazione stessa. Osservando che la quantità

$$m_1^2 + n_1^2 - p_1$$

potrà essere positiva o negativa, e indicandola quindi con $\pm r_1^2$ converrà enunciare quel Teorema sotto questa forma:

Il piano rappresentativo dei cerchi del piano Ω, aventi rispetto il punto $m_1\, n_1$ la potenza $\pm r_1^2 = m_1^2 + n_1^2 - p_1$ è il piano polare rispetto la Φ del punto $(X_1\, Y_1\, Z_1)$, essendo le $X_1\, Y_1\, Z_1$ date dalle 9' (o 10') del detto n. 10, quando vi si ponga $p_1\, m_1\, n_1$ in luogo di $p\, m\, n$, o in altri termini, essendo $(X_1\, Y_1\, Z_1)$ il punto rappresentativo del Cerchio $(p_1\, m_1\, n_1)$ (ammesso che questo possa anche essere a raggio immaginario) ».

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

SETTEMBRE 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	48.8	48.3	49 4	48.80	24.5	27.5	21.4	20.4	27.8	23.52	17.6	15.9	16.9	16.80	77	58	89	73.7	4	1	0	ESE	WSW	NE	0	2	0	—	1.8
2	50.2	49.4	50.4	50.00	24 3	27.9	23.1	20.4	28.3	24.03	13.6	17.1	14.6	15.10	60	61	70	63.7	0	1	0	—	WSW	WNW	0	?	0	—	2.2
3	51.6	49.7	51.5	50.93	25.1	28.3	22.7	21.2	28.4	24.35	16.3	16.5	16.8	16.53	69	58	82	69.7	0	1	0	SE	WSW	ENE	1	4	0	—	2.2
4	52.4	51.2	51.8	51.80	24.8	28.9	24.0	21.2	28 9	24.72	16.0	11.8	11.8	13.20	69	40	54	54.3	2	0	0	E	WSW	W	0	3	0	—	2.8
5	51.4	50.1	49.7	50.04	25.0	27.9	22.6	20.5	28.6	24.17	15.7	16.8	17.2	16.57	67	60	84	70.3	2	2	0	SE	S	NE	0	4	0	—	2.7
6	49.1	48.6	49.2	48.97	24.5	25.3	22.8	20.1	27.1	23.63	15.0	18.0	17.9	16.97	66	75	88	76.3	2	9	0	SW	SW	SW	1	3	0	—	2.7
7	50.1	49.9	50.8	50.27	24.3	26.7	22.4	20.5	26.8	23.50	13.8	15.7	17.5	15.67	61	61	87	69.7	0	0	1	SSW	SE	N	0	0	1	—	1.4
8	49.0	49.7	50.3	49.67	22.2	25.3	21.6	21.5	25.5	22.70	15.7	17.1	16.6	16.47	79	71	87	79.0	9	2	0	NE	SW	WSW	2	10	0	27.0	2.1
9	50.7	50.2	51.2	50.70	23.0	24.9	21.2	19.6	26.1	22.48	13.4	12.7	9.5	11.87	64	55	51	56.7	0	3	0	NE	NE	ENE	0	0	0	—	1.7
10	52.0	51.5	52.4	51.97	22.5	25.2	21.2	19.0	26.5	22.30	10.3	12.5	10.1	10.97	51	53	54	52.7	0	4	0	NE	NE	NE	1	0	0	—	3 8
11	53.4	52.2	52.7	52.77	22.1	26.0	21.6	19.3	26.1	22.27	10.9	11.9	14.5	12.43	55	48	75	59.3	0	1	0	ENE	SW	WNW	0	2	1	—	4.1
12	52.8	51.4	51.8	52.00	22.7	25.9	21.6	19.6	26.8	22.68	12.6	13.9	15.7	14 07	62	57	82	67.0	2	0	8	ENE	W	NW	0	10	0	—	3.1
13	52.0	51.3	52.8	52.03	22.7	26.5	21.4	20.0	27.0	22.77	13.6	12.6	14.7	13.63	66	49	78	64 3	3	1	1	E	SW	ENE	0	7	0	—	2 8
14	54.8	54.9	55.2	54.97	23.9	27.0	22.3	20.1	27.0	23.32	13.0	11.8	13.8	12.87	60	44	69	57.7	0	0	0	NNE	WSW	WSW	0	5	0	—	3.2
15	55.2	53.1	48.0	52.10	23.5	26.9	21.6	20.7	27.1	23.23	16.4	14.5	17.8	16.23	77	56	93	75.3	1	0	4	SE	SW	ENE	0	2	0	—	2.6
16	51.0	49.4	48.5	49.63	22.8	26.4	22.0	20.2	26.4	22.85	17.0	15.9	17.2	16.70	83	63	87	77.7	10	1	10	WSW	SW	SE	3	1	1	0.2	1.7
17	49.8	48.4	48.7	48.97	22.0	24.4	19.6	16.8	24.6	20.75	12.9	13.7	11.9	12.83	66	60	70	65.3	8	7	10	ENE	E	NNW	0	0	2	23.0	2.2
18	50.0	49.3	50.6	49.97	20.0	23.4	20.5	17.2	23 4	20.28	11.7	13.6	10.5	11.93	67	64	58	63.0	8	7	10	N	SSW	NW	1	0	1	—	2.8
19	51.8	51.4	52.0	51.73	21.1	24.7	21.0	18.6	24.7	21.35	10.6	13.2	13.1	12.30	57	57	71	61.7	0	1	7	NE	WSW	NNW	1	1	0	—	2 4
20	51.8	50.7	50.4	50.97	22.5	21.7	20.0	19.9	25.1	21.87	13.7	13.9	14.9	14.17	68	72	86	75.3	6	9	2	SE	W	SW	0	5	0	3.0	2.3
21	48.8	47.7	47.9	48.13	19.0	19.9	19.7	17.7	22.6	19 75	15.1	14.2	13.4	14.23	92	82	79	84.3	6	10	6	NE	SE	SW	1	6	1	19.9	1.9
22	48.5	48.1	48.6	48.40	20.9	21.9	18.5	17.4	22 8	19.90	13.7	13.8	13.2	13.57	75	71	83	76.3	2	10	3	WSW	SW	W	1	14	7	8.2	1.7
23	48.1	47.6	47.5	47.73	20.4	21.2	17.5	17.5	21.8	19.30	11.0	11.6	12.0	11.53	62	62	81	68.3	2	9	7	SW	SW	NNW	6	8	2	0.7	2 2
24	46.0	45.1	48.2	46.43	15.0	17.7	15.0	12.6	18.1	15.18	9.6	9 5	7.6	8.90	75	63	60	66.0	0	9	6	E	W	NW	1	14	11	12.8	2.3
25	52.7	52.9	49.5	51.70	16.3	19.4	14.9	13.5	19.4	16.02	7.0	9.0	6.8	7.93	51	54	54	53.0	1	0	0	NE	ENE	ENE	3	5	4	0.2	2.3
26	55.4	54.3	55.8	55.17	16.0	18.9	15.6	13.1	19.5	16.05	7.8	8.2	7.5	7.83	57	51	57	55.0	0	0	0	ENE	ENE	E	1	3	0	—	2.8
27	55.0	53.4	54.0	54.13	15.2	20.2	16.5	12.1	20.2	16.00	7.0	10.1	10.4	9.17	54	57	74	61.7	0	0	0	N	WNW	W	1	2	0	—	2.9
28	53.8	52.6	53.2	53.20	16.5	19.7	16.9	15.0	20.2	17.15	10.8	10 0	11.1	10.63	77	64	78	73 0	8	10	0	NE	NW	NW	0	0	7	—	1.4
29	53.5	52.0	52.5	52.67	18.5	21.4	17.4	14.8	22.0	18.17	9 2	9.4	8.0	8.87	58	50	54	54.0	0	1	0	NE	ENE	NE	1	1	1	—	2.0
30	51.4	50.2	51.2	50.93	17.8	22.2	18.0	14.9	22.2	18.23	8.6	9.9	10.2	9.57	57	50	66	57.7	0	1	0	NE	ENE	N	1	0	0	—	3.0
31																													
Medi mens.	51.37	50.49	50.86	50.91	21.30	21.18	20.15	15.56	24.70	20.43	12.62	12.83	13.11	12.85	66.1	58.9	73.4	66.13	2.5	3.3	2.5							somma 95.0	somma 73.1

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

OTTOBRE 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3 s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.7	49.7	50.7	50.37	18.8	21.2	18.0	16.2	21.6	18.65	11.4	12.5	11.8	11.90	70	67	77	71.3	9	1	0	E	SW	W	0	1	0	—	**2.5**
2	50.8	49.6	49.9	50.10	19.2	21.6	17.8	16.2	21.9	18.77	13.1	12.8	12.0	12.63	79	67	79	75.0	1	1	0	S	N	S	0	1	0	—	1.8
3	48.3	46.7	47.0	47.33	19.5	18.4	17.2	15.7	20.2	18.15	12.4	14.3	13.2	13.30	74	91	91	85.3	9	10	0	SSE	E	W	0	1	2	27.6	1.0
4	48.3	49.1	50.1	49.17	19.0	18.0	17.2	15.6	20.1	17.98	12.0	10.0	13.4	11.80	74	65	92	77.0	5	10	0	WNW	SSW	SW	0	10	0	—	1.0
5	50.5	50.2	50.3	50.33	19.0	20.8	17.7	15.6	21.1	18.35	11.7	12.7	13.5	12.63	72	70	90	77.3	6	10	10	E	SW	SE	0	0	1	1.1	1.8
6	51.5	50.9	51.7	51.37	20.0	22.3	18.8	16.8	23.0	19.65	13.2	14.8	14.4	14.13	76	74	89	79.7	3	4	0	E	N	W	4	1	2	2.6	1.0
7	51.9	50.5	51.5	51.30	20.0	23.3	18.8	16.8	23.3	19.72	14.5	**14.9**	13.8	14.40	83	70	85	79.3	0	4	0	E	NW	E	0	0	0	—	0.9
8	50.6	49.4	48.8	49.60	19.4	21.8	18.5	17.9	22.0	19.45	14.4	14.5	14.6	14.50	87	75	92	84.7	0	0	0	E	E	SW	1	0	0	—	1.0
9	47.3	46.9	47.7	47.30	20.3	20.8	18.0	16.7	21.9	19.23	13.2	14.8	13.4	13.80	74	81	87	80.7	5	7	0	WSW	N	NW	0	0	0	2.2	2.0
10	49.2	47.4	47.8	48.13	19.3	21.7	17.0	15.9	21.7	18.47	11.8	11.7	11.1	11.53	71	61	77	69.7	0	9	10	E	ENE	N	0	0	0	—	1.5
11	47.3	46.1	46.4	46.60	18.8	21.2	17.5	15.9	21.2	18.35	11.0	11.1	10.8	10.97	68	60	72	66.7	1	3	0	N	ENE	NW	0	1	0	0.8	2.0
12	45.4	44.6	44.3	44.77	18.8	20.2	16.7	15.7	21.0	18.05	11.7	13.1	11.5	12.10	72	74	81	75.7	0	3	0	N	SW	E	0	5	0	—	**2.5**
13	41.8	41.7	44.0	42.50	17.0	18.4	17.4	16.3	18.6	17.32	14.3	14.2	11.4	13.30	**99**	90	77	88.7	10	10	10	SE	WSW	NNW	6	0	4	66.7	1.0
14	47.5	48.2	50.1	48.60	20.7	22.9	19.9	16.8	23.3	20.18	13.4	**14.9**	14.0	14.10	74	72	81	75.7	4	1	7	NNW	E	NNW	3	0	5	—	1.0
15	51.2	50.2	51.0	50.77	20.8	23.4	19.5	17.5	**23.4**	20.30	12.7	11.7	12.4	12.27	70	55	74	66.3	2	0	0	N	NNW	N	2	1	0	—	2.0
16	51.7	50.5	51.7	51.30	20.0	22.2	18.5	17.5	22.2	19.55	11.4	12.6	14.6	12.87	66	64	92	74.0	0	0	0	NW	SW	N	0	0	0	—	1.8
17	52.1	51.0	52.4	51.83	19.0	21.6	18.3	17.7	21.7	19.17	13.5	14.3	13.6	13.80	83	75	87	81.7	0	2	2	SE	SSE	NNW	0	1	0	—	1.0
18	**52.7**	51.6	51.8	52.03	17.5	20.8	18.0	16.0	21.3	18.20	13.7	14.6	13.8	14.03	92	80	90	87.3	6	3	0	N	SW	W	1	1	3	—	0.6
19	51.7	50.7	51.0	51.13	19.0	21.7	19.2	17.0	21.7	19.23	14.7	13.2	12.6	13.50	90	63	76	76.3	8	1	2	NE	W	SW	0	7	1	—	1.0
20	50.9	50.0	50.0	50.30	19.0	22.1	18.1	16.7	22.3	19.02	14.3	12.8	13.3	13.47	87	65	86	79.3	4	2	1	ENE	E	W	1	0	2	—	0.6
21	48.4	46.2	44.9	46.50	18.8	20.9	17.5	15.7	21.4	18.35	13.6	14.5	11.9	13.33	85	79	80	81.3	7	1	0	ESE	E	NE	0	2	0	—	0.8
22	43.7	43.9	45.8	44.47	18.8	20.2	17.5	17.5	20.4	18.55	14.5	14.6	12.5	13.87	90	83	84	85.7	10	10	0	NE	W	W	2	5	6	4.3	1.4
23	46.6	45.7	46.5	46.27	17.6	20.9	16.8	16.0	20.9	17.83	12.9	12.2	11.2	12.10	86	67	78	77.0	0	1	0	ENE	SW	N	0	2	1	—	**0.5**
24	47.0	46.2	46.6	46.60	17.6	20.4	17.2	15.0	20.6	17.60	11.5	10.8	11.8	11.37	77	61	81	73.0	0	0	0	SE	SW	NE	0	0	0	—	1.0
25	46.0	43.9	45.3	45.07	19.6	21.9	18.2	16.5	23.1	19.35	11.1	11.4	14.0	12.17	65	59	90	71.3	8	4	10	NW	NE	SSE	16	7	13	2.4	1.8
26	46.8	47.3	48.3	47.47	17.7	20.3	17.0	16.1	23.1	18.48	14.5	12.6	12.8	13.30	96	71	89	85.3	4	1	0	N	SSE	SE	2	2	0	11.4	1.2
27	48.7	46.5	45.1	46.77	17.4	20.7	17.7	15.0	20.8	17.72	10.7	9.8	8.3	9.60	72	54	56	60.7	6	9	1	NE	N	NE	4	1	5	—	1.5
28	38.2	**36.6**	37.5	37.43	18.0	16.5	14.8	13.8	19.1	16.43	12.9	11.1	11.3	11.77	84	79	90	84.3	10	9	10	WSW	SW	SSW	5	3	8	20.1	2.0
29	39.1	39.9	42.1	40.37	13.5	14.8	11.1	11.1	16.1	12.95	9.2	8.0	6.7	7.97	80	64	68	70.7	7	9	10	N	E	ENE	5	2	7	2.8	1.0
30	44.8	45.1	47.0	45.63	10.0	10.6	7.6	7.6	13.5	9.67	5.0	4.6	4.3	4.63	55	48	56	53.0	8	10	10	ENE	ENE	NE	8	6	3	—	2.0
31	48.3	49.0	50.3	49.20	7.2	7.7	3.6	**3.6**	8.7	5.78	4.5	3.3	3.6	3.80	60	**42**	60	54.0	0	0	0	ENE	ENE	NE	7	6	2	—	2.2
Medi mens.	48.03	47.27	47.99	47.76	18.11	19.98	16.81	15.43	20.68	17.76	12.22	12.21	11.86	12.09	77.8	68.6	80.9	75.7	4.3	4.4	2.7							somma 142.0	somma 43.4

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

NOVEMBRE 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	49.3	48.0	48.6	48.63	5.6	7.2	4.0	**2.8**	7.2	4.90	3.9	**3.6**	3.8	3.77	58	**47**	63	5.60	0	0	0	NNE	ENE	ENE	6	7	6	—	3.0
2	47.4	46.1	46.5	46.67	5.4	7.9	6.5	2.9	9.1	5.98	4.0	5.1	5.0	4.70	60	64	70	64.7	4	8	1	ENE	E	ENE	7	8	8	—	2.0
3	47.2	46.7	46.7	46.87	8.0	9.3	7.0	6.9	10.1	8 00	6.6	6.7	7.2	6.83	82	76	96	84.7	10	10	10	ENE	ENE	NE	9	4	8	17.1	1.5
4	48.0	48.5	49.6	48 70	9.0	11.7	9.8	6.4	12.0	9.30	6.1	6.7	6.6	6.47	71	66	73	70.0	10	10	0	NNE	S	NNE	2	0	0	—	1.0
5	51.1	50.8	50 7	50.87	11.0	9.3	8.4	8.4	11.1	9.72	7.2	7.8	7.1	7.37	74	89	87	83.3	10	10	10	NE	NE	NNW	0	1	7	6.6	1.0
6	51.1	49.7	49.6	50.13	7.8	10.3	7.2	6.1	11.0	8.03	5.8	6.0	4.6	5.47	73	64	61	66.0	10	1	10	NNE	E	ENE	7	4	9	9.1	0.8
7	48.1	48.7	51.1	49.30	8.3	10 0	6.3	6.1	11.2	7.97	5.0	5.1	4.7	4.93	61	56	66	61.0	10	1	0	ENE	E	N	6	4	3	—	2.2
8	53.6	52.2	51.4	52.40	8.3	12.7	10.5	5.0	12.7	9.13	5.3	7.0	7.9	6.73	65	65	84	71.3	9	10	10	N	NNE	NNE	2	1	7	3.6	1.0
9	49.9	48.8	49.5	49.40	13.7	13.8	11.0	10.0	15.2	12 47	10.3	8 7	7.7	8.90	95	74	79	82 7	3	9	9	SSW	SW	NE	10	4	1	9.5	0.5
10	48.5	47.3	49.4	48.40	10.2	13.5	10.6	8.2	13.8	10.70	7.4	6.9	7.3	7.20	79	60	75	71.3	0	0	0	N	WNW	E	8	3	0	—	1.0
11	50.2	49.2	50.0	49.80	11.8	14.4	15.0	9 9	15.1	12.95	8.8	9.4	9.9	9.37	86	77	78	80.3	10	10	10	SW	WNW	WNW	0	2	2	0.8	1.4
12	51.1	50.6	51.3	51.00	16.4	16.5	15.1	13.6	17.1	15.55	12.1	11.4	11.0	11.50	87	81	86	84.7	6	1	6	SW	E	N	6	2	0	2.6	0.5
13	50.3	48.4	47.9	48.87	15.4	17.9	14.3	13.3	18.6	15 40	9.7	9.5	9.4	9.53	75	63	78	72 0	0	0	2	E	E	NE	0	0	0	—	1.0
14	45.7	44.5	44.8	45.00	16.0	18.3	15.7	14.0	**19.0**	16.18	10.3	12.1	12.6	11.67	76	78	94	82.7	0	0	0	N	E	SE	0	2	0	—	2.5
15	46.2	46.1	47.0	46.43	17.2	17.0	15.5	15.5	18.1	16.57	12.8	11.5	12.3	12.20	88	80	93	87.0	4	8	6	SSW	ESE	NW	2	2	1	—	0.7
16	46.5	45.7	46.8	46.33	14.6	16.9	16.5	8.8	17.1	14.25	11.1	12.3	12.4	11.93	90	86	88	88.0	10	10	10	E	SE	WSW	0	5	15	—	0.6
17	50.4	50.8	52.4	51.20	15.5	15.4	13.2	13.2	17.2	14.78	10.6	9.0	9.2	9.60	81	69	82	77.3	5	5	0	WSW	WSW	SE	2	12	11	—	0.6
18	54.9	53.7	55.3	54.63	13.6	15.7	14.5	11.5	16.3	13.97	9.7	9.4	9.9	9.67	85	70	81	78.7	3	2	0	N	SE	SE	0	2	0	—	2.8
19	**56.9**	56.1	55.3	56.10	14.2	16.6	14.9	11.1	16.8	14.25	8.6	9.7	7.1	8.47	72	69	56	65.7	0	0	0	SW	N	SW	0	0	0	—	1.0
20	55.6	53.5	53.0	54.03	13.5	16.0	13.5	11.9	16.5	13.85	8.9	10.7	10.1	9.90	77	79	88	81.3	0	0	10	E	N	E	0	0	0	—	1.5
21	49.2	46.3	45.7	47.07	14.7	15.2	15.5	13.1	15.6	14.72	10.9	10.8	12.1	11.27	88	84	92	88.0	10	10	8	SSW	W	ESE	0	4	16	10.1	0.5
22	45.4	45.1	46.7	45.73	13 3	15.5	14.5	11.6	16.1	13.88	11.0	10.2	9.3	10.17	**97**	78	76	83.7	10	2	3	NW	SE	SE	0	9	0	8.8	0.5
23	47.1	46.1	46.1	46.43	14.5	16.0	15.0	13.1	16.1	14.67	11.1	10.7	9.3	10.37	91	79	73	81.0	9	0	10	N	SW	SE	0	1	0	—	0.5
24	47.3	46.8	47.7	47.27	16.5	16.9	15.1	15.0	17.8	16.10	12.8	**13.0**	11.4	12.40	92	91	89	90.7	6	10	5	SSW	S	SW	0	2	1	0.8	1.0
25	48.3	46.2	45.7	46.73	16.0	17.4	17.5	14.7	18.1	16.58	11.0	11.6	10.8	11.13	81	79	72	77.3	10	10	10	SE	E	NE	2	3	5	2.0	1.0
26	46.8	46.6	47.6	47.00	18.2	18.7	17.5	17.1	**19.0**	17.95	12.3	12.5	12.3	12.37	79	78	83	80.0	10	10	10	S	E	SE	2	1	4	0.2	1.8
27	48.0	46.1	46.5	46.87	17.5	17.6	16.5	16.4	18.5	17.22	12.3	12.6	12.1	12.33	83	84	86	84.3	10	10	2	S	E	ESE	0	5	3	—	1.4
28	47.0	46.8	45.8	46.53	16.7	16.9	14.6	14.6	18.0	15.98	**13.0**	11.3	11.0	11.77	92	79	89	86.7	9	10	0	S	ESE	SW	0	0	0	—	0.8
29	**42.1**	43.2	46.3	43.87	11.5	12.9	13.0	11.4	13.2	13.47	9.7	9.5	9.5	9.57	**97**	87	86	90.0	10	10	1	NNW	SE	NNE	8	0	15	14.4	1.0
30	51.4	51.0	51.0	51.13	13.4	15.6	14.0	11.2	15.7	14.15	9.4	9.4	8.1	8.97	81	71	68	73.7	4	8	6	W	NNE	SW	0	0	1	—	0.8
Medi mens.	49.15	48.32	48.87	48.78	12.93	14.44	12.76	10.79	15.35	12.96	9.26	9.34	9.06	9.22	80.6	74.1	79.7	78.1	6.4	5.8	5.0							somma 85.6	somma 35.9

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

DICEMBRE 1891

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.0	48.3	48.6	48.97	11.8	11.0	12.0	10.6	15.5	12.47	8.9	9.2	7.6	8.57	87	94	73	84.7	10	10	0	W	S	ESE	0	0	3	22.4	0.5
2	48.2	47.4	47.6	47.73	11.8	12.9	10.6	9.6	13.5	11.38	7.7	7.9	6.7	7.43	75	72	71	73.3	7	9	1	NE	NE	NW	0	0	2	—	0.5
3	46.8	47.5	51.0	48.43	10.3	13.3	10.5	8.8	13.5	10.77	6.6	7.0	5.8	6.47	71	62	62	65.0	1	0	0	N	E	ENE	1	4	6	—	1.0
4	54.4	55.4	56.8	55.53	12 0	14 3	11.2	9.1	14 5	11.70	6.6	7.4	6 9	6.97	64	61	69	64.7	0	0	0	NNE	NE	NNE	4	2	2	—	1.4
5	57.6	56.0	55.8	56.47	11.4	14.8	10.7	9.3	14.8	11.55	6.8	8.0	8.0	7.60	67	64	84	71.7	0	0	0	NNE	NNW	NNE	1	2	4	—	2.0
6	55.1	53.6	53.7	54.13	10.4	13.4	11.2	9.0	14.3	11.22	6.2	8.0	6.4	6.87	66	70	65	67.0	0	0	0	N	NE	NW	0	0	7	—	1.8
7	53.8	53.2	53.8	53.60	10.0	12.9	10.6	9.2	14.4	11.05	6.4	7.8	8.6	7.60	69	70	91	76.7	0	0	0	N	E	NW	0	0	3	—	1.0
8	52.4	50.3	50.7	51.13	11.8	13.5	11.1	9.8	13.5	11.55	8.9	9.0	9.4	9.10	87	79	95	87.0	10	10	10	NW	SW	E	0	9	0	3.6	0.5
9	51.2	49.9	49.8	50.30	11.8	14.4	12.0	10 1	14.4	12.08	7.6	7.6	7.2	9.47	74	62	69	68.3	1	0	0	ENE	E	E	2	0	0	—	0.5
10	49.5	49.7	51.5	50.23	10.5	14.0	12.1	9.1	14.0	11.43	7.9	8.1	7.9	7.97	84	68	75	75.7	10	10	7	ENE	ENE	SE	1	0	0	3.5	1.0
11	53.3	52.4	53.0	52.90	12 0	14.5	12.5	10 5	14.5	12.37	7.1	9.3	10.0	8.80	68	76	94	79.3	10	10	9	N	WSW	WSW	0	3	7	—	2.0
12	52.7	52.6	54.0	53.10	12.0	14 4	11.1	11.1	14.5	12.18	9.4	8.0	8.4	8 60	91	65	85	80.3	8	0	0	S	W	NE	0	6	0	0.5	0.0
13	54.9	53.7	53.4	54.00	11.5	13.8	11.8	10.1	13.8	11.77	7.3	8.5	8.3	8.03	72	72	81	75.0	2	9	3	NNE	SW	W	0	3	4	—	1.8
14	48.0	44.5	45.8	46.10	13.8	14.4	12.4	11.0	15.0	13.05	9 4	8.9	6.3	8.20	80	73	59	70.7	10	7	0	SW	WSW	WNW	8	14	14	1.0	0.7
15	47.7	47.7	49.4	48.27	11.3	13.5	11.1	9.3	14.0	11.42	6.7	6.9	6.4	6.67	67	60	64	63.7	5	1	0	N	NW	NE	0	1	0	—	2.2
16	52.0	50.3	47.7	50.00	9.7	13.5	12.8	8.8	13.5	11.20	4.6	7.0	8.4	6.67	51	61	77	63.0	0	1	10	N	WSW	SW	2	1	8	—	1.0
17	41.8	38.1	38.4	39.43	12.0	11.6	8.6	7.1	13.5	10.30	9.4	8.0	7.3	8.23	91	79	88	86.0	0	9	5	NW	W	NNE	0	1	11	10.8	1.2
18	43.5	44.2	44.7	44.13	5.8	5.4	3.0	3.0	8.1	4.98	3 3	3 5	3.0	3.27	48	52	53	51.0	9	5	10	ENE	W	ENE	8	5	6	5.7	1.4
19	49.3	49.6	50.5	49.80	2.5	3.8	1.5	1.3	4.3	2.40	3.3	2.7	2.9	2.97	60	45	56	53.7	4	1	3	NE	E	NNE	2	3	3	—	3 0
20	51.2	50.5	52.8	51.50	1.6	2.7	0.5	0.1	3.3	1.63	3.3	3.1	4.5	3 97	64	55	94	71.0	2	0	0	ENE	E	E	1	3	1	—	1.0
21	56.0	56.7	58.7	57.13	2.6	4.8	3.0	0.5	5.0	2 67	3 3	3.6	3.9	3.60	60	56	69	61.7	1	4	10	ENE	E	E	1	1	1	—	1.0
22	60.0	59.3	59.8	59.70	3.5	6.9	3 9	2.6	7 0	4.25	3.6	3.9	3.9	3.80	62	52	64	59.3	2	1	0	NNE	NE	NE	1	0	0	—	1.8
23	58.7	57.0	57.4	57.70	4.8	8.7	6.7	3 0	8.9	5.85	4.1	5.1	4 4	4.53	64	60	60	61.3	0	0	0	N	NE	NE	1	1	0	—	0.5
24	59.3	59.0	60 1	59.47	6.8	10.0	7.7	5.4	10.0	7 47	5.1	5.6	5.2	5.30	70	61	67	66.0	0	0	0	N	ENE	N	0	0	0	—	1.0
25	62.0	61.4	62.1	61.83	8.5	10.7	8.7	6 4	11.1	8.67	5.2	6.9	6.5	6.20	62	72	77	70.3	4	5	0	NE	ESE	NE	0	0	0	—	1.8
26	61.8	60.8	60.2	60.93	9 7	12.2	11.0	7.7	12.7	10.27	6.6	7.7	7.2	7.02	74	73	74	73.3	8	10	10	NE	NW	N	0	0	0	—	1.0
27	57.6	55.1	55.2	55.97	10.7	12.5	11.9	10.0	13.0	11.40	9.1	9.0	9.4	9.17	95	85	93	91.0	10	10	10	SE	E	SSW	0	4	7	47.6	1.0
28	57.1	55.6	56.7	56.47	10.8	13.1	10.8	9.2	13.5	11.33	8.3	8 1	8.3	8.23	86	73	87	82.0	3	2	0	WSW	S	SW	0	4	3	—	0 0
29	56.5	54.5	54.4	55.13	10.0	10.8	10.0	9.5	11.0	10.12	7.0	8.4	7.5	7.63	76	89	82	82.3	10	10	0	NNW	S	S	5	1	0	6.6	1.5
30	51.8	48.5	47.1	49.13	9.4	10.3	10.5	8.3	11.4	9.90	8.2	9.3	9.3	8.93	93	100	99	97.3	10	10	6	SSW	SW	W	0	0	0	7.2	0.3
31	47.4	47.2	48.4	47.66	10.7	12.9	12.0	10.0	13.3	11.50	8.7	9.5	9.8	9.33	92	87	95	91.3	8	10	10	W	N	N	0	0	0	0.5	0 1
Medi mens.	52.96	51.93	52.55	52.48	9.40	11.42	9.44	7 59	12.12	9.64	6.63	7.23	6.95	6.94	73.2	69.3	76.5	73.0	5.0	4.7	3.4							somma 109.4	somma 34 9

CATALOGO *dei libri venuti in dono nei mesi di settembre e ottobre 1891.*

Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle . . ROMA
Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1890.
— Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, luglio, agosto e settembre 1891.
— Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno VIII, luglio-agosto 1891.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica . . . . . ROMA
Annuario statistico italiano, 1889-1890.
— Annali di Statistica. Statistica industriale. Fasc. XXXIII, (Belluno); fasc. XXXIV (Pesaro e Urbino), 1891.
— Annali di Statistica. Atti della Commissione per la statistica giudiziaria, civile e penale. Sessione del 1890.
— Statistica giudiziaria, civile e commerciale per l'anno 1889.
— Statistica giudiziaria e penale per l'anno 1889.

Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele. . . . . ROMA
Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, Vol. IV, 1889; Indice alfabetico, Vol. VI, 1891, N.° 8 e 9, agosto e settembre.

Reale Accademia dei Lincei. . . . . ROMA
Atti, Anno 1891, Ser. IV. Rendiconti, Vol. VII, fasc. 2-6, 2° Sem.
— Atti, Anno 1891, Ser. IV (Classe di Scienze morali, storiche e filologiche), Parte 2ª, Notizie degli Scavi, 1890, Vol. VIII, Indice topografico, 1891, gennaio e febbraio.

Società degli Spettroscopisti italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XX, disp. 7-8, luglio-agosto 1891.

Istituto d'Igiene sperimentale della R. Università di . . . . ROMA
Annali, Vol. I (N. S.), fasc. 2°, 1891.

Periodico di matematica per l'insegnamento secondario. . . ROMA
Anno VI, 1891, fasc. 4 e 5, luglio-ottobre.

Rassegna delle Scienze geologiche in Italia . . . . . ROMA
Anno I, 1891, fasc. 1-2.

Reale Istituto d'Incoraggiamento di. . . . . NAPOLI
Rendiconto. Anno IV, fasc. 7° e 8°, luglio ed agosto 1891.

Biblioteca Nazionale Centrale di. . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1891, N. 135-139

Rivista scientifico-industriale. . . . . FIRENZE
Anno XXIII, 1891, N. 13-19, luglio-ottobre.

R. Accademia dei Fisio-critici. . . . . SIENA
Atti, Ser. IV, Vol. III, fasc. 7-8.

Reale Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti . . . . MILANO
Memorie, Vol. XVIII (IX della Ser. 3ª), fasc. 4° e 5°, 1891.
— Rendiconti, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 15°, 1891.

L'Elettricità . . . . . MILANO
Anno X, N. 32-43, agosto-ottobre 1891.

R. Accademia delle Scienze di . . . . . TORINO
Memorie, Ser. II, To. XLI, 1891.
— Atti, Vol. XXVI, disp. 14-15; 1890-91.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. II, Vol. XI, N. 7-9, luglio-settembre 1891.

Ateneo Ligure. Società di letture e conversazioni scientifiche . GENOVA
Rassegna mensile. Anno XIV, luglio-settembre, 1891.

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . . VENEZIA
Atti, To. XXXVIII (Ser. VII, To. II), disp. 7-9, 1891.

Neptunia . . . . . VENEZIA
Rivista mensile per gli studii di Scienza pura ed applicata sul mare e suoi organismi. Anno I, N. 5-8, maggio a agosto 1891.

Accademia di agricoltura, arti e commercio . . . . . VERONA
Memorie, Vol. LXVI, Ser. III, fasc. unico.

Società Veneto-Trentina di Scienze naturali . . . . . PADOVA
Bullettino, To. V, N. 1, luglio 1891.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di Agricoltura per gl'interessi della regione Marchigiana. Anno LI, N. 8-9, agosto-settembre 1891.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XXI, fasc. 1-3, luglio-settembre 1891.

Real Società Economica . . . . . SALERNO
Il Picentino, Anno XXXIV, fasc. 7-9, luglio-settembre 1891.

Reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. . . . . PALERMO
Bullettino. Anno VIII, N. 3, maggio-giugno 1891.

R. Accademia Gioenia di Scienze naturali . . . . . CATANIA
Bullettino mensile (Nuova Serie), fasc. XX-XXII, maggio a giugno 1891.

Accademia di Scienze, Lettere ed Arti dei Zelanti e PP. dello studio . . . . . ACIREALE
Atti e Rendiconti, Nuova Serie, Vol. II, 1890.

NICOLUCCI GIUSTINIANO — I Celti e la formazione delle odierne nazionalità francese, spagnuola ed inglese — Saggio storico-antropologico. Napoli 1891.

PINTO Prof. LUIGI — Trattato elementare di Fisica, compilato ad uso dei licei. 8ª edizione. Napoli 1891.

DE BLASIO ABELE — L'uomo preistorico in Italia, considerato principalmente dal punto di vista craniologico. Napoli 1891.

COZZOLINO Prof. VINCENZO — Igiene dell'orecchio. 5ª ediz., Napoli 1891.

Le eruzioni dell'isola di Vulcano incominciate il 3 agosto 1888 e terminate il 22 marzo 1890. Relazione scientifica della Commissione incaricata degli studii dal R. Governo. Roma 1891.

MERCALLI GIUSEPPE — I terremoti napoletani del Secolo XVI ed un manoscritto inedito di *Cola Aniello Pacca*. Roma 1891.

— L'isola di Vulcano e lo Stromboli dal 1886 al 1888. Nota. Milano 1888.

— Sopra alcune lave antiche e moderne dello Stromboli. Milano 1891.

RAJNA Dott. MICHELE — Sulle eclissi solari del 6 giugno 1891 e del 16 aprile 1893. Milano 1891.

— Calendario astronomico di Milano per l'anno bisestile 1892. Milano 1891.

— Prof. *Wilhelm von Belzold* — La Meteorologia moderna e la formazione delle precipitazioni. Traduzione con note. Milano 1891.

DI BLASI Prof. ANTONIO — La Sicilia Geologica e la Vulcanologia dell'Etna. Torino 1891.

RICCARDI Dott. PAOLO — Crani e oggetti degli antichi Peruviani. Memoria. Firenze 1886.

NENCINI FLAMINIO — De Terentio ejusque fontibus. Liburni 1891.

MARTONE M. — Introduzione alla teoria delle Serie. Parte I.: I determinanti Wronskiani e la legge suprema. Catanzaro 1891.

— La funzione Alef di *Hoëné Wronski*. Catanzaro 1891.

— Sulle radici comuni a più equazioni. Catanzaro 1891.

RICCO A. — Variations périodiques en latitude des protubérances solaires. Paris 1891.

TODARO AUGUSTINUS — Hortus Botanicus Panormitanus. To. II, fasc. 8. Panormi 1891.

Académie des Sciences . . . . . PARIS

Comptes rendus hebdomadaires des Séances. To. CXIII, Nos. 5-16, août-octobre, 1891.

École normale supérieure. . . . . PARIS

Annales scientifiques, III Série, To. VIII, Nos. 9-10, septembre-octobre, 1891.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale . . . . PARIS

Compte rendu bi-mensuel des Séances, No. 13.

— Bulletin, 4ᵉ Série, To. VI, Nos. 68-69, août-septembre, 1891.

Société mathématique de France . . . . . PARIS

Bulletin, To. XIX, No. 6, 1891.

La Lumière électrique . . . . . PARIS

Journal universel d'électricité. Vol. XLI, Nos. 32-39; Vol. XLII, Nos. 40-43.

L'Électricien. . . . . PARIS

Revue internationale de l'électricité et de ses applications, 2ᵉ Série, To. II, Nos. 32-43; 1891.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées . . . . . PARIS
2e Année, 1891, Nos. 15-19.

L'Astronomie . . . . . PARIS
(Revue mensuelle), 10e Année, 1891, No. 9, septembre.

Bulletin des Sciences mathématiques . . . . . PARIS
2e Série, To. XV, juillet-septembre, 1891.

Nouvelles annales de Mathématiques . . . . . PARIS
3e Série, juillet-septembre, 1891.

Société des Sciences de . . . . . NANCY
Bulletin des Séances. 3e Année, 1891, Nos. 4-7.

LANGLEY S. P. — Recherches expérimentales aérodynamique et données d'experience. Paris 1891.

Société Royale Malacologique de Belgique. . . . . . BRUXELLES
Procès verbaux, 1889, Nos. 10-16; 1890, Nos. 1-8.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
18e Année, 1891, Nos. 3-5, juin-août.

Société Hollandaise des Sciences . . . . . HARLEM
Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. To. XXV, 2e livraison, 1891.

École Polytecnique . . . . . DELFT
Annales, To. VII, 1891, 1re, 3me et 4me livraisons.

Royal Society . . . . . LONDON
List of Fellows for 1890.
— Philosophical Transactions, for the year 1890. Vol. 181, A. 13.
— Proceedings, Vol. L, No. 302.
— *Frans Cornelis Donders* (1818-1889) (Extract from the Proceedings).

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal, Vols. LIX & LX, Nos. 345-347, august to october 1891.

Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, Nos. 414-420.

Nature. . . . . LONDON
A weekly illustrated journal of Science, Vol. 44, Nos. 1136 to 1147.

Royal Dublin Society . . . . . DUBLIN
Scientific proceedings (N. S.). Vol. VI, 1890, parts 10; Vol. VII, 1891, parts 1-2.
— Scientific transactions. Ser. II, Vol. IV, 1890-91, Parts 6-8.

Royal Irish Academy . . . . . DUBLIN
Proceedings, III Series, Vol. II, No. 1, august 1891.

Biological Society. . . . . LIVERPOOL
Proceedings and transactions, Sess. 1890-91, Vol. V.

Geological Society . . . . . MANCHESTER
Transactions, Sess. 1890-91, Vol. XXI, Parts 7-10.

Osservatorio Marittimo di . . . . . TRIESTE
Rapporto annuale ecc. per l'anno 1888, redatto dai Professori *Osnaghi* e *Mazelle*. Vol. V, 1891.

K. K. Geologische Reichsanstalt. . . . . WIEN
Jahrbuch, XLI Bd., 1 heft., 1891.
— Verandlungen, 1891, N.° 8-13.

K. K. Zoologische botanische Gesellschaft . . . . . WIEN
Verhandlungen, XLI Bd., 1, 2 quartal, 1891.

Ornithologische Vereines in . . . . . WIEN
Mittheilungen, XV Jah., N.° 17 a 20, 1891.

Les Roumains Hongrois et la Nation Hongroise. Reponse au Mémoire des étudiants universitaires de Roumenie. Publié par les Etudiants. Budapest 1891.

Kon. Akademie der Wissenschaften zu . . . . . BERLIN
Abhandlungen, 1890, con tav.

Kon. Preussische Meteorologische Institut . . . . . BERLIN
Ergebnisse der Meteorologischen Beobactungen in Jahre 1888, und 1891, Heft. 1.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik . . . . . BERLIN
Begündret von Carl Ohrtmann.

Academia Caesaria Leopoldino-Carolina. . . . . HALLE
Nova Acta. Tom. LIV, con tav.
— Leopoldina, 1889, 1890. Heft 25 e 26.
— Geschichte der letsten 36 Jahre 1852-1887, Halle 1889.

Kon. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften . . . . . LEIPZIG
Bericht über die Verhandlungen Math.-Phys. Classe II, 1891.
— Preisschriften Gekront und herausgegeben von der fürstlich Jablonowski' schen Gesellschaft zu Leipzig. Nr. XVIII der historisch-national ökonomischen Section.
— *Krehl L.* Beiträge zur kenntniss der Füllung und Entleerung des Herzens. N. V, con tavv., 1891.
— Jahresbericht der fürstlich Jablonowski' schen Gesellschaft, 1891.

Archiv der Mathematik und Physik . . . . . LEIPZIG
X Teil, 2 Heft, 1891.

Naturhistorische Gesellschaft zu . . . . . NÜRNBERG
Jahresbericht 1890.

Naturhistorische Vereines . . . . . BONN
Verhandlungen. 1ª Hälfte 1891.

Medizinisch. naturwissenschaftliche Gesellschaft zu . . . . JENA
Jenaische Zeitschrift für naturvissenschaft. XXVI Bd., N. F. XIX Bd. Heft 1, u. 2, 1891, con tavv.

Senckenbergische naturforschende Gesellschaft . . . . . FRANKFURT A M.
Bericht. 1891, con tavv.

Vereins für vaterländisch Naturkunde . . . . . STUTTGART
Jahreshefte, 47. Jahrg. 1891, con tavv.

Kaiser Wilhelms-Universität . . . . . STRASSBURG

Inaugural Dissertation.

Wedel Richard. Ueber das Dolerilgebiet ihrer Nachbarschaft, 1890.

Urban Karl. Ueber die Oxydation der Allylessigsäure mil Kalium permanganat und ueber die Zersetzungsprodukte des Bromvalerolactons mit Wasser, 1890.

Kochs Ewald. Beitrag zur Isomerie der festen und flussigen Crotonsäure, 1890.

Valentin Jean. Die Geologie des kronthals i. E. und Seiner Urngebung, 1890.

Luib Alfons. Ueber die Einwirkung von Natronlauge auf die Phenylisocroton säure, 1890.

Shrader William. Ueber den Ausbreitungswiderstand electrischer ströme, 1891.

Ström Knut Torststeinsön. Ueber die Einwirkung von Natriumathylat auf Butyrolacton, 1891.

Glaser Fritz. Ueber Aethylitaconsaure und die durch Umlagerung darans gebildeten isomeren Säuren, 1891.

MALERBA PASQUALE — Untersuchungen über die Natur der von dem Gliscrobacterium gebildeten schleimigen Lubstanz. Strassburg 1891.

GASPERINI Prof. R. — Prilog Fauni Dalmatinskih Pauka *(Araneae et Opiliones)*. Usplietu 1891.

Regia Societas Scientiarum upsalienses . . . . . UPSAL

Nova Acta. Ser. 3ª, Vol. XIV, fasc. 2ª, 1891, con tav.

Acta Mathematica . . . . . STOCKHOLM

Journal redigé par *G. Mittag-Leffler*. XV, 1 e 2, 1891.

Smithsonian Institution . . . . . WASHINGTON

Smithsonian Miscellaneous Collection.

741. Index of the Literature of Thermodynamics, 1890.

764. The corrections of Sextants for errors of Eccentricity and graduation by *Joseph A. Rogers*, 1890.

Journal of Comparative Neurologie. . . . . CINCINNATI

Edited by *C. L. Herrick*. Vol. I, pag. 107-200, con tav.

Royal Society of Canada . . . . . MONTREAL

Proceedings and Transactions. Vol. VIII, 1890, con tavv.

Sociedad Cientifica « Antonio Alzate » . . . . . MÉXICO

Memorias y revista, Tom. IV, N. 9, 10, 1891.

Observatorio Astronómico nacional de. . . . . TACUBAYA

Boletin, Tom. I, N.° 5.

Observatorio Meteorológico-Magnético Central de . . . . . MÉXICO

Boletin mensual, Tom. III, N. 1.

Observatorio meteorológico del Colegio Pio de Villa Colon . . MONTEVIDEO

Boletin mensual, Año III, N. 4 y 5, 1891.

PHILIPPI R. A. — Descripcion de alcunos Idolos Peruanos del Museo Nacional de Chile. Santiago de Chile 1891, con tav. col.

Geological Survey of India . . . . . CALCUTTA
Records, Vol. XXIV, Part. 3d, 1891.

Deutschen Gesellschaft fur Natur-und Volkerkunde Ostasiens. TOKIO
Mittheilungen 46, Heft. 1891.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di novembre 1891.*

R. Accademia dei Lincei . . . . . ROMA
Atti Ser. 4a, Rendiconti Vol. VII, N. 7 e 8.
— » » Vol. IX, parte 2a. Notizie degli Scavi, Marzo 1891.

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei. . . . . . ROMA
Atti Anno XLIII. Sess. VII, del 15 Giugno 1890.

Biblioteca Nazionale Centrale V. E. . . . . . ROMA
Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Vol. VI, N. 10.

Biblioteca Nazionale Centrale di . . . . . FIRENZE
Bollettino delle Pubblicazioni Italiane ricevute per diritto di stampa 1891, N. 140, 141.

Società degli Spettroscopisti Italiani. . . . . . ROMA
Memorie Vol. XX, disp. 9a.

L'Elettricità . . . . . MILANO
Rivista Settimanile illustrata. Anno X, N. 44, 45 e 46.

Comizio Agrario del Circondario di Ancona . . . . . JESI
Giornale di Agricoltura. Anno LI. N. 10.

Rivista Scientifico-industriale . . . . . FIRENZE
Compilata da Guido Vimercati Anno XXIII. N. 20, 1891.

Giornale Medico del R. Esercito e della Marina . . . . . ROMA
Anno XXXIX. N. 10, 1891.

PARETO VILFREDO — Il protezionismo in Italia ed i suoi effetti. Firenze 1891.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes rendus hebdomadaires Tom. CXIII. N. 17, 18 e 19 Second sem. 1891.

Société d'encouragement pour l'Industrie Nat. . . . . . PARIS
Bulletin. 90e année Tom. VI, N. 70, Oct. 1891.
— Compte rendu bimensuel, 1891, N. 14.

École normale supérieure. . . . . . PARIS
Annales Scientifiques, 3e Ser. Tom. VIII, N. 11, 1891.

Journal de Mathématiques pures et appliqués . . . . . PARIS
4e Ser. Tom. VII, 1891, fasc. 2.

Nouvelles Annales de Mathématiques . . . . . PARIS
Journal des Candidats, 3e Série Tom. X, Oct. 1891.

Revue Générale des Sciences . . . . . PARIS
2ᵉ Année, 1891, N. 20 et 21.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
Rédigé par MM. Barbonx et Tannery — 2ᵉ Ser. Tom. XV. Oct. 1891.

L'Astronomie . . . . . PARIS
Revue mensuelle d'Astronomie populaire, publiée per Cam. Flammarion, X, année, N. 10.

La Lumière Électrique . . . . . PARIS
Journal Universel d'Électricité Tom. XLII. N. 44, 45, 46, 1891.

L'Électricien . . . . . PARIS
Revue Internationale de l'Électricite et de ses applications 2ᵉ Ser. Tom. II, N. 44, 45, 1891.

Archives du Musée Teyler . . . . . HAARLEM
Ser. 2ᵃ, Vol. III, 6ᵉ partie, 1891.

Revue Homoeopathique Belge . . . . . BRUXELLES
Publiée par M.ʳ le D.ʳ Martiny 18ᵉ année N. 6, 1891.

Royal Astronomical Society . . . . . LONDON
Monthly Notices, Vol. LI, N. 9.

Chemical Society . . . . . LONDON
Journal. Vol. LIX e LX. N. 348.

Nature . . . . . LONDON
A Weekly illustrated Journal of Science. Vol. XLIV, 1148, Vol. XLV, 1149.

Kaiserliche Akademie der Wissenschaften . . . . . WIEN
Sitzungsberichte, Phil.-hist. Classe Band CXXII e CXXIII.
— Math. naturw. Classe, Abth. I 1890 N. 4-10.
» II a. 1890 » 4-10.
» II b. 1890 » 4-10.
» III 1890 » 4-10.
Denkschrifften, Phil.-hist. Classe Band. XXXVIII v. XXXIX.
— Math. Naturw. Classe Band LVII.
— Archiv. fur kunde österr. Geschichts quellen Band. LXXVI, 1-2; Band LXXVII, 1.
— Fontes rerum austriacarum Band. XLV, 2.
— Almanach. 1890.

Académie des Sciences de . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes Rendus des Séances de l'Année 1891. Juillet, Octobre.

K. K. Sternwarte zu . . . . . PRAG
Magnetische und meteorologische. Beobactungen. Im Jahre 1890, 51 Jahrgang.

Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft . . . . . FRANKFURT A M.
Abhandlungen. XVI. Band, 3, 4 Heft. con tavv.

Kon. Preuss. Akademie der Wissenschaften . . . . . BERLIN
Sitzungsberichte, 1891, N. 25 a 40 — con tavv.

Königl. Christian-Albrechts-Universität . . . . . KIEL

I seguenti opuscoli.

Unzer D.r Adolf. Herkbergs Anteil an den prenkisch. osterreichischen Verhandlungen 1878-79. Habilitationschrift 1890.

Below Albert. Ueber Hernia properitoneales — Inaugural Dissertation, 1890.

Bernstorff von Ernst. Ein eigenthümlicher Fall von hernienartiger Verwölbung des Zwerchfelles, 1890.

Boltz Reinhold. Ein Beitrag zur Statistik und Anatomie der Tuberkulose im Kindesalter, 1890.

Friedmann Isidor Hermann. Patologisch-Anatomische Befunde bei Selbstmördern, 1890.

Friese Karl. Ueber den äusseren Gang der Verhandlungen beim Frieden von Oliva, 1890.

Halm Jacob. Ueber zwei honnegem lineare Differential gleichungen m. n.ter Ordnung mit m+n — 1 resp. n endlichen singularen Puncten 1890.

Hamann Hans. Statistik der Tuberkulose im Alter von 16-90 Jahren, 1890.

Harding W. Ein Beitrag zur Kentniss der congenitalen Halsfisteln. 1890.

Heilbrunn K. Ein Beitrag zur Histology der Milz. 1890.

Heinemann Karl. Beitrag zur Lehre von Ileus, 1890.

Hofmann Fritz. Avoir und estre in den umschreibenden zeiten des altfranzösischen intransitiven zeilworts, 1890.

Krey Johann. Das Uleus corneae rodens, 1890.

Laakmann Wilhelm. Ueber maligne Recidive nach Ovariotomien, 1890.

Lackemann W. Beitrag zur pathologischen Anatomie und Statistik der Myokarditis, 1890.

Lehmann Wilhelm. Ueber Hereditätsverhaltnisse und ophtalmoscopischen Befund bei der Myopie, 1890.

Lubinus Johann. Ueber Coma diabeticum, 1890.

Luib Theodor. Ueber Geschwülste der Blase, 1890.

Martin Robert. Drei Fälle von primärer amter flegmonöser Faryngitis und Laryngitis, 1890.

Neyman Edgar H. Ein Beitrag zur Zimdhütchenverletzung, 1890.

Peters Heinrich. Gallenstein-Statistik nach den Befunden des pathologischen Institus zu Kiel vom Jahre 1873-1889 u. 1890.

Paulsen Johannes. Ueber Tuberkulome der Nasenhohle, 1890.

Pohl Willy. Pyoktanin als Antisepticum, 1890.

Rode Albert. Ueber die Margaretenlegende des Hartwig vom dem Hage, 1890.

Rohde Hugo. Zur Pathologie des Pankreas, 1890.

Schantz Hermann. Vier Fälle von accessorischen Ovarien, 1890.

Schmidt Carl. Beitrag zur Casuistik der Retinitis traumatica, 1890.

Schütze Karl. Die Lieder Heinrichs von Morungen, 1890.

Scegers Hermann. Neue Beiträge zur Textkritik von Hartmanns Gregorius, 1890.

Seidel Carl. Beiträge zur Anatomie der Saxifrageen, 1890.

Stender August. Ein Fäll von Hodenkrebs wahrscheinlich von einer accessorischen Nebenniere ausgehend, 1890.

Verzeichniss der Vorlesungen au der K. Chr.-Al.-Universität zu kiel, im Winterhalbjahr, 1890-91.

— im sommerhalbjahr, 1891.

Reinke J. Die preussischen Universitäten im Lichte der Gengenwart, 1891.

Deussen Paul. Der kategorische Imperativ, 1891.

— Oratio profaustissima solemnia diei natalis Guilelmi II, 1891.

Gerber Teodorus. Quae in Commentariis a Gregorio Corinthio in Hermogenem scriptis vetustiorum Commentariorium vestigia deprehendi possint, 1891.

Baehr August. Ueber die Bekandlung acuter krankheiten der Haut und anter ihr Hegender Gewehe mis Thiol, 1891.

Beckmann Hermann. Ein Beitrag zur Statistik und therapie der Malaria in kiel, 1891.

Berlin Wilhelm. Ueber einen Fäll von Atelektatischer Bronchiektasie, 1891.

Bliedtner Ewald. Beitrag zur kentniss der Wirkung des Lobelin, 1891.

Borgert Adolf. Ueber die Dictyochiden insbesondere uber Distephanus speculum sowie studien an phaeodarien, 1891.

Bork Gustav. Ueber die Misbildungen bei Taenien, 1891.

Brüning Karl. Ueber Morphin und Codein, 1891.

Bratz Emil. Ueber Strychnin und Brucin, 1891.

Bremen (von) Otto. Befund bei einen Fall von cronischem universellen Ekzem, 1891.

Bütefisch Hermann. Ueber Encephalopathia Saturnina, 1891.

Coesfeld Hermann. Ueber Flimmerepithelcysten des Oesophagus, 1891.

Cohn Selmar. Beitrag zur Statistik des runden Magengeschwürs, 1891.

Cromme Franz. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Nitroprussidnatrium, 1891.

Dannemann Adolf. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Physostigmin, 1891.

Demohn Gustav. Ueber einen Fall von grossem Darmstein, 1891.

Elgehausen Friedrich. Eine seltene Misbilldung des weiblichen Urogenital apparates, 1891.

Fischer Karl. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Pilocarpin, 1891.

Frantz Otto. Ein Fall von Hernia diafragmatica congenita, 1891.

Friedrichs Eduard. Beitrag zur kenntniss des Wirkung des Veratrin, 1891.

Giese Johannes. Ueber den ophtalmoscopischen Befund bei Myopie, 1891.

Glawatz Emil. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Erithrophleim, 1891.

Goldbeck-Loewe Adolf. Zur Geschichte der freien verse in der Deutschen Dichtung. Von Klopstock bis Goethe, 1891.

Grentzenberg Max. Die Spongienfauna der Ostsee, 1891.

Grimm Carl. Uber Thebain und Landanin, 1891.

Grote Heinrich. Ein Fall von angeborener Ektasie und Hypertrofie, 1891.

Haars Gustav. Beitrag zur Lehre von der diffusen congenitalen Lebersyfilis, 1891.

Harries Hermannus. Tragici Graeci qua arte usi sint in describenda insania 1891.

Hövener Otto. Sectionsbefunde bei tuberculösen nach Koch'scher Methode Behandelten, 1891.

Jessen Johann. Ueber Papaverin und Kryptopin, 1891.

Kaup Johannes. Zwei Fälle von Hernia diafragmatica congenita mit Abtrennung eines Lungenteils, 1891.

Karutz Richard. Zur Kasuistik der Myomotomie, 1891.

Keimer Wenzel. Ueber Zwei Falle von intermitterender Bluterkrankheit, 1891.

Kehmptzow Franciscus. De Quinti Smyrnaei fontibus ac mytopoeia, 1891.

Klein Fr. Einige an Eiweisskörpern der Leber und anderer Organe gemachte Beobachtungen, 1890.

Krancke Karl. Ueber tötliche Duodenalblutungen bei Neugeborenen, 1891.

Krückel Friedrich. Ueber die toxische und therapeutische Wirkung des Kalium chloricum, 1891.

Köppen Robert. Beitrag zur Aetiologie der Blasendilatation, 1891.

Kuhlmann Hermann. Die Konzessivsätze im Nibelungenliede und in der Gudrun mit Vergleichung der ubrigen mittelhochdeutschen Volksepen, 1891.

Lehrich Albert. Die Azoospermie, 1891.

Leupold Bernhard. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Punicin, 1891.

Link Mathias. Ein Fall von Cangraen des Trachea, 1891.

Lutzen Adolf. Beitrag zu dem lokalen Befunden nach Calome linjectionem, 1891.

Mass Carl. Statistischer Beitrag zur Behandlu der Anaemie und Chlorose, 1891.

May Theodor. Ueber Arthropathia tabica, 1891.

Meier Joh. Beitrag zur kenntniss der Werkung des Aspidospermia, 1891.

Mensing Otto. Untersuchungen über die Syntax der Concessivsätze im Alt und Millelhochdeutschen mit besonderes Rücksicht auf Wolframs Parzival, 1891.

Meyer Jacob. Beitrag zur kenntnis der Wirkung des Nicotin, 1891.

Meyersahm Hans. Deorum nomina hominibus imposita 1891.

Mitter Julius. Beitrag zur kenntnis des Balantidium coli im menschlichen Darmkanale, 1891.

Moecke Hans. Ueber Geschwulstbildung der Thränendrüse, 1891.

Overbeck Franz. Beitrag zu den feineren Verhänderungen bei Nierenverletzungen.

Philipps Paul. Ueber die Neubildung von Arterien mit stark verdickter Muskularis in Pleuraschwarten, 1891.

Rossau Georg. Ueber sarcomatose des Dünn darms 1891.

Rassler Adalbert. Beitrag zur Aetiologie des morbus gallicus, 1891.

Reinke Friedrich. Untersuchungen über das Verhältnis der von Arnold beschriebenen kernformen zur Mitose und Amitose, 1891.

Richter Walther. Ueber die Beteiligung der Aorta an endocarditischen Prozessen, 1891.

Rohrbach Franz. Ueber das Trachom in Schlewig-Holstein 1891.

Rudolphi Gustav. Beitrag zur kenntnis der Wirkung des Cyankalium, 1891.

Rumpf William. Alkalimetrische Untersuchungen des Blutes bei krankheiten, 1891.

Schintz Eduard. Beitrag zur Lehre vom Glioma retinae, 1891.

Schluter Karl. Zur Statistik und Aeteologie der Pleuritis, 1891.

Schow Wilhelm. Zur operativen Behandlung der Pleuritis, 1891.

Schultz Wolfgang. Ueber die discission des Nachstaares, 1891.

Schulze Bernhard. Beitrag zur Statistik der Tuberculose verbunden mit Herzkloppenerkrankungen, 1891.

Schütt Paul. Bietrag zur Lehre von den Schilddrüsenkrebsen, 1891.

Schwarz Ernst. Ueber Hydronefrose im kindesalter, 1891.

Siegl Paul. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Pikrotoxin, 1891.

Snell Richard. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Cocains, 1891.

Spangenberg Ernst. Beitrag znr kenntniss der Wirkung des Cytisin, 1891.

Steckhan Otto. Beitrag zur kenntniss der Wirkung des Aconitin; 1891.

Struve Gustav. Ueber das Benzoylhydrazin und einige Derivate desselben, 1891.

Tiedmann Fr. Zur kasuistik des primären Gallenblas enkrebses, 1891.

Vermeulen Franz Hendrik Adriaan. Statistische Untersuchungen zur Morbiditat und Mortalität im Wochenbette, 1891.

Weicker Hans. Beitrag zur kenntnis der Wirkung des Curarin, 1891.

Wigger Bernhard. Ueber Hernien mit besomderem Inhalt, 1891.

Wolthers Johannes. Ueber Hydrocele feminae, 1891.

Zäpernick Wilhelm. Ueber Schneunaht und Sehnenplasik, 1891.

Grossh Badischen Rufrechts-Karls Universität zu . . . . . HEIDELBERG

Inaugural dissertation, 1890.

Bayerthal J. Ueber die im fruhesten kimdesalter entstehende Meningocele spuria traumatica.

Förg Gotthilf. Ueber Rachenadenome und hire seitherige Behandlung, etc.

Futterer Karl. Die « Ganggramte » von Gross sachsen und die Quarzporphyre von thal im Thüringer wald.

Gärtner Friederich. Ueber Ranula.

Herczel E. Ueber Nierenexstirpation.

Kolder Friedrich. Ueber Hernia properitonea.

Keller Heinrich. Ueber der amputation des Männlichen gliedes.

Klaatsch Hermann. Ueber den Descensus testiculorum.

Klaus Paul. Das gonalgische schragverengte Becken.

Krumm Ferdinand. Zur frage der primären darmresektion wegen Darmgangrän.

Kühner Karl. Augustin's Auschanung von der Erlösungsbedentung Christi etc.

Le Nobel C. Ueber Ferrum albuminatum und peptonatum dialysatum.

Neuber Oskar. I. Eine Synthese des Dehydrotheotoluidins. II. Ueber die Einwirkung von Säurechloriden auf Phenolaether.

Persenaire J. B. C. Ueber Friedreïch's hereditäre Ataxie.

Schrodt Franz. Beitrage zur kenntniss der Pliocänfauna Süd-Spaniens.

Schulhofer Louis. Ueber einige neue Derivate des Zimontalkohols.

Sebald Franz Joseph. Die Anzeigen der Gebursszange.

Sissingh C. H. Die sacrale operation nach kraske bei Carcinoma Recti.

Vulpius O. Die radikal operation der Hernien in der vorderen Banchwand.

Weinkauff Kurl. Ueber perforationen grösserer Gefässe in Abscesshöhlen.

Weissenberg S. Ein Beitrag zu Lehre von den Lesestörungen auf Grund eines Falles von Dyslexie.

Schöll Fritz. Akademische Rede sum Gebursfeste des bochstseligen Grossherzogs Karl Friedrich am 22 Nov.

Anzeige der Vorlesungen welche im sommer — Halbjahr, 1891.

Beginn des semesters: 15 April.

— des semesters: 15 Oktober.

Inaugural Dissertation; 1891.

Bartsch Hugo. Ueber einen Fall von ehrdweiser Sklerose des Centralnervensystems.

Bender Ernst. Beiträge zur kenntnis der tuberkulose der Brustdrüse.

Behrend Wilhelm. Wie ist die Lösung praktischer Düngungsfragen zu behandeln.

Blesch Erhard. Restitution der Pfalz und Bezichungen Karl Ludwigs zu England.

Braunn Hermann. Beitrag zur konservativen Behandlung der knochenen chondrome.

Buddeberg Max. Beiträge zur kenntnis der substituierbarkeit der Methylenwasserstoffatome im Desoxybenzoïn und Benzyleganid.

Cantzler August. Zur kenntnis der Isocyanate der aromatischen Reihe.

Ehrhard Lion. Sources historiques des maximes de La Rochefoucauld.

Erlanger R. v. Zur Entwicklung von Paludina vivlpara.

Ettlinger Josef. Christian Hofman von Hofmanswaldau.

Frankenbacher Alexander. Bildungsprozesse von aromatischen Thioanhydroverbindungen.

Galewsky Paul. Ueber das Diphenylenoxyd. Zur kenntnis der Nitromethanazofarbstoffe.

Göppert Ernst. Die Entwicklung und das spätere Verhalten des Pankreas der Anfibien.

Grüler I. Sprachstorungen durch Gaumenspalten.

Hoffmann Eduard. Ueber Oxime halogenirter Benzophenone und ueber die Dioxime des Cuminils.

Huismans L. Ueber die ausgange der Tuberkulösen coxitis.

Jost Philipp. Ueber das vorkommen der Hyalinen Degeneration in den angiomen der Leber.

Krause Albert H. I. Einige Versuche über Dampf dichtebestimmungen. II. Notiz über den Diamant. III. Ueber die isomeren Formen des Hydrazons der Orthonitrophenylglyoxilsaüre.

Krug Otto. Beiträge zur kenntniss der negativen Natur organischer Radicale.

Kuh Sidney. Ein Fall von Tabes dorsales mit Meningitis cerebrospinales syphilitica.

Landfried Richard. Ueber operative Behandlung des Prolapsus uteri et vaginae.

Lehmann Arthur. Ueber die Errichtung von deutschen Handelskammern in Anslande.

Lehmann Ernst Richard. Beiträge zur Aetiologie und Therapie der Osteomyelitis acuta langer Röhrenknochen.

Lehonard Michael. Beiträge zur Anatomie der Apocynaceen.

Liebig Johannes. Ueber die Ursarhen des raschen Gerinnens der Misch bei Gewitter und die Mittel, dossebbe zu verhindern.

Makinnon James. Ninian und sein Einflusse auf die Ausbreitung des Christenthuns in Nord-Britannien.

Meess Ludwig. Ueber die Pharyngitis sicca.

Mohring P. Ueber die verhandlungen des Gewichts, der temperatur und des Haemoglobingehaltes bei Neugeborenen.

Reissner Richard. Casuisticher Beiträg zur Wahl der Blasenstein operationen beim Manne.

Ricker Eduard. Beiträge zur Entwicklungsgeschichte des angeborenen Aderhant-Coloboms.

Sattler Enrique. Ueber die Resultate der Tracheotomie bei Croup und Diphtherie.

Schafer Adolf. Ueber Oxime unsyonmetrischer ketone.

Schenck Otto. Ein Fall von Strumm congenita hereditaria.

Schüle Adolf. Ist die «Spastische *Spinalparalyre*» eine krankheit sui generis?

Schumann Paul. Beiträge sur kenntniss der Grenzen der Variation im anaiomischen Bau derselben Pflanzenart.

Seydel Otto. Ueber die Nasenhöhle der höheren Sängethiere und des Mensehen.

Spitzer Rudolf. Beiträge zur Geschichte des Spieles in Abt-Frankreich.

Stork Maœ August. Ueber franzosisch *r* im Auslaute nach den Grammatikerzengnissen des 16. Jahrhunderts.

Sutter Carl. Johann von Vicenza und die italienische friedensbewecung in Jahre 1233.

Sutterlin Ludwig. Zur geschichte der Verba denominativa im Altgriechischen.

Thilly Frank. Leibnizens streit gegen Locke in Anschung der angeborenen Ideen.

Vüllers Hermann. Beitrage zur kenntniss der Gastrostomie.

Wagner Carl. Ueber metastatische Aderhauttumoren.

Witsenhausen Oskar. Beiträge zur casuistik des primären urethralcarcinoms.

Wolf R. Beiträge zur radicaloperation der Leisten-und Schenkelhernien.

Zinsser Ferdinand. Ueber keratoconns.

Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië . . . . . BATAVIA

Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, Deel. L, 1891.

Académie Impériale des Sciences . . . . . ST. PÉTERSBOURG

Mémoires Tom. XXXVIII.

N. 3. *Wild F.* Induction inclinatorium neuer construction und bestimmung der absoluten inclination mit demselben in Pawlowsk, 1891.

N. 4. *Famintzin A.* Beitrag zur sympiose von Agen und Thieren, 1891.

Tabulas IV, VI et VII ad Maximowiczii Diagnoses plantarum Asiaticarum, VII.

— Bulletin, Nouv. Serie II (XXXIV), N. 1.

Societé Impériale des Naturalistes de . . . . . MOSCOU

Bulletin, 1890, N. 4.

— Meteorologische Beobactungen 1890, Juli.

Smithsonian Institution . . . . . WASHINGTON
Annual Report, 1887, 1888, 1889.
— Smithsonian Miscellaneous Collections.
708 *Allen Harrison.* A Clinical Study of the skull, 1890.
741 *Tuckerman Alfred.* Index to the Literature of Thermodynamics 1890.

Academy of Natural Sciences of . . . . . PHILADELPHIA
Proceeding. 1891, part. I.

Academy of Science . . . . . ST. LOUIS
The total eclipse of the sun, Januaris 1, 1889. Report of Washington University Eclipse party.

Observatorio Astronomico Nacional de . . . . . TACUBAYA
Boletin Tom. I, N. 6.

Observatorio meteorològico Central de . . . . . MÈXICO
Boletin mensual. Tom. III, 2.

CATALOGO *dei libri venuti in dono nel mese di dicembre 1891.*

Ministero delle Finanze . . . . . ROMA
Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno VIII, Sett.-Ott. 1891.
— Statistica del Commercio speciale di importazione ed esportazione dal 1° genn. a 31 Ott. 1891.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. . . . . . ROMA
Annali di Statistica. — Statistica Industriale Fasc. XXXV. Provincia di Napoli.

R. Accademia de' Lincei . . . . . ROMA
Atti, Serie 4ª. Rendiconti Vol. VII, fasc. 9° a 10°.

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei . . . . . ROMA
Atti, Anno XLIV, Sess. 4ª, 5ª e 6ª, 1891.

Biblioteca Nazionale Centrale V. E. . . . . . ROMA
Boltettino delle Opere straniere che si acquistano dalle Biblioteche Pubbliche Governative, Vol. VI, N. 11.

Società degli Spettroscopisti Italiani . . . . . ROMA
Memorie, Vol. XX, disp. 10ª.

Periodico di Matematica per l'insegnamento secondario . . ROMA
Anno VI, fasc. 6°.

Le Stazioni sperimentali agrarie italiane . . . . . ASTI
Vol. XXI, fas. 4, Ottobre 1891.

Biblioteca Nazionale Centrale di . . . . . FIRENZE
Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per dritto di stampa, 1891. N. 142.

Rivista Scientifico Industriale . . . . . FIRENZE
Anno XXIII. N. 21, 1891.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . MILANO
Memorie, Vol. XVI (VII, della Ser. 3ª) fasc. 3° ed ultimo.
— Rendiconto, Ser. II, Vol. XXIV, fasc. 17, 1891.

Società Italiana di Scienze Naturali . . . . . MILANO
Atti, Vol. XXXIII, fasc. 3°, 1891.

L'Elettricità . . . . . MILANO
Rivista Settimanile illustrata Anno X, Numeri 47, 48, 49 e 50, 1891.

Il Picentino . . . . . SALERNO
Giornale della R. Società Economica di Salerno. An. XXXIV, fasc. 11.

R. Accademia de' Fisio-critici . . . . . SIENA
Atti, Ser. 4ª, vol. III, fasc. 9.

Osservatorio Centrale del R. Collegio Carlo Alberto . . . . . MONCALIERI
Bollettino mensuale, Ser. 2, vol. XI, N. 11.

Le opere di Galileo Galilei, Edizione Nazionale sotto gli auspicii di S. M. il Re d'Italia, vol. II. Firenze 1891.

Académie des Sciences . . . . . PARIS
Comptes rendus hebdomadaires, Tom. CXII. Second Semestre 1891, N. 20, 22.

École normale supérieure. . . . . . PARIS
Annales, 3e Ser. Tom. VIII, N. 19.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale . . . . PARIS
Bulletin 90e. Tom. VI, Ser. N. 71.
— Compte-rendu bi-mensuel des séances 1891, N. 15 e 16.

La Lumière électrique . . . . . PARIS
Journal universel d'Électricité, Tom. XLII, N. 49 e 50.

L'Électricien . . . . . PARIS
Revue international de l'Électricité, 2ª Ser., Tom. II, N. 47-50.

L'Astronomie . . . . . PARIS
Revue mensuelle d'Astronomie populaire, par Camille Flammarion, 10e Année, N. 12.

Bulletin des Sciences Mathématiques . . . . . PARIS
2ª Série, Tom. XV, Nov. 1891.

Nouvelles Annales de Mathématiques . . . . . PARIS
Journal des Candidats, 3ª Ser. Tom. X, Nov. 1891.

Journal de Mathématiques pures et appliquées . . . . . PARIS
4ª Ser. Tom. VII, fasc. N. 3.

Revue Homoeopathique belge . . . . . BRUXELLES
XVIII année, N. 7.

Institut National Génevois . . . . . GENÈVE
Bulletin, Tom. XXX, 1890.

Botanischen Vereins der Provinz Brandenburg . . . . . BERLIN
Verhandlungen, Band. XXXI e XXXII, 1890 e 1891.
— Register uber die Verhandlungen des Botanischen Vereins der Provinz Brandenbdrg Band. I-XXX Jahr. 1879-1888, von *Max Gürke.*

Archiv. der Mathematik und Physik . . . . . LEIPZIG
X, Teil. 4 Heft. 1891.

K. Bayer. Akademie der Wissenschaften . . . . . MÜNCHEN
Neue Annalen der K. Sternwarte in Bayenhausen bei München von *Hugo Scaliger.* Band. II, 1891.

Ornithologische Vereines in . . . . . WIEN
Mittheilungen XV. Jahrg, N. 22.

K. K. Geologischen Reichsanstalt . . . . . WIEN
Verhandlungen, N. 14, N. 1891.

Académie des Sciences . . . . . CRACOVIE
Bulletin international. Comptes rendus des Séances de l'année 1891 Nov.

Royal Society of . . . . . LONDON
Philosophical Transactions. for the year 1889, vol. 180 (A.) vol. 180 (B.).
— The Royal Society, 30th Nov. 1889.

Mathematical Society . . . . . LONDON
Proceedings, N. 421-425, 1891.

Chemical Society . . . . . LONDON
Proceedengs, N. 101 e 102, 1891.

Nature . . . . . LONDON
A Weekly illustrated Journal of Science, vol. XLV, Numeri 1051-1054.

Royal Society of . . . . . EDINBURGH
Transactions, vol. XXXIV, vol. XXVI, part. 1ª, con tavv.
— Proceedings, vol. XVII, Session 1889-90.

Radcliffe Observatory . . . . . OXFORD
Results of astronomical and meteorological Observations in the year 1886, vol. XLIV, 1890.

Smithsonian Institution . . . . . WASHINGTON
Smithsonian Miscellaneous Collections.
785 Bibliography of the chemical influence of Light by *Alfred Tuckerman,* 1891.
669 Index of the literature of Columbium 1801-1887 by *Frank W. Traphagen,* 1888.
594 The Toner Lectures. Lecture IX, by *Charles K. Mills,* 1885.
— Smithsonian Contributions to knowledge — 801. Experiments in Aerodynamics by *S. P. Langley,* 1891.

Journal of Comparative Neurology . . . . . CINCINNATE
A Quarterly periodical devoted to the comparative study of the Nervous system edited by C. L. Herrick. Oct. 1891.

Society of Natural History . . . . . BOSTON
Proceedings, vol. XXV, part. 1ª, May 1890 — Dec. 1890.

Bulletin mensuel de Statistique municipale . . . . . BUENOS-AYRES
1891 Septembre, N. 9.

Observatorio Astronómico nacional de Tacubaya. . . . . MÈXICO
Anuario para el año 1892, Año XII, 1891.

Sociedad cientifica « Antonio Alzate » . . . . . MÈXICO
Memorias y Revista. Tom. IV, N. 11 e 12.

Observatorio Meteorológico del Collegio Pio de Villa Colon . . MONTEVIDEO
Boletin mensual. Anno III, N. 6.

Deutschen Wissenschaftlichen Vereins zu . . . . . SANTIAGO
Verhandlungen, II. Band. 3 Heft.

Nova Scotian Institute of Natural Science . . . . . HALIFAX
Proceedings and Transactions, vol. VII, 1889-90, Part. 4.

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

A. Oglialoro — *Rapporto dei lavori compiuti dall' Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche nell' anno 1890* . . . . . pag. 3

Programma di concorso . . . . . » 11

F. Bassani — *Alla venerata memoria di* Antonio Stoppani, *Socio corrispondente nazionale della R. Accademia delle Scienze di Napoli*. . . . » 13

G. Nicolucci — *Sguardo sull' Etnologia dell' Egitto* . . . . . » 23

G. Battaglini — *Rapporto intorno a due Note del D.r* R. Marcolongo . . . . . » 24

R. Marcolongo — *Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo indefinito limitato da un piano indefinito, per speciali condizioni ai limiti* . » 25

R. Marcolongo — *Osservazioni alla Nota « Sulle Geodetiche tracciate sulle quadriche prive di centro »*. . . . . » 32

G. Battaglini — *Rapporto intorno alla Nota del Prof.* L. Berzolari . . . . . » 34

L. Berzolari — *Sulla teoria dell' involuzione, specialmente dell' involuzione cubica* » 35

A. Oglialoro — *Rapporto sulla nota del Sig.* V. Vetere . . . . . » 41

V. Vetere — *Sopra alcuni sali dell' acido fenolglicolico e sull' acido fenolparaossicinnamico* . . . . . » ivi

A. Capelli — *Relazione sulla Memoria del Sig.* Francesco Chizzoni . . . . » 46

A. Capelli — *Sulla teoria degli irrazionali algebrici* . . . . . » 61

G. Battaglini — *Relazione intorno ad una Nota del Prof.* L. Berzolari . . . . » 70

L. Berzolari — *Sull' involuzione cubica* . . . . . » 71

D. Padelletti — *Sul movimento del pendolo semplice quando si tien conto dell' effetto della rotazione terrestre*. . . . . » 79

A. Oglialoro e O. Forte — *Azione dell' acido iodidrico e fosforo rosso sopra l' idrato di picrotosside* . . . . . » 124

G. Battaglini — *Rapporto sulla Nota del D.r* G. Pirondini. . . . . » 137

G. Pirondini — *Alcune questioni sulle evolute successive di una linea piana* . . » 139

L. Pinto — *Rapporto sulla nota del Prof.* Guido Grassi. . . . . » 150

G. Grassi — *Galvanometri compensati a sensibilità costante* . . . . . » 151

F. Contarino — *Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell' anno 1889*. . . . . » 155

L. Palmieri — *Ripetizione, nel dì 7 Giugno di questo anno, dei fenomeni notati nello scorso anno il 17 dello stesso mese, all' Osservatorio vesuviano, in occasione delle due ecclissi solari avvenute in detti giorni*. . . . . » 161

L. Palmieri — *Il Vesuvio e la Solfatara contemporaneamente osservati* . . . » ivi

G. Nicolucci — *Avanzi di animali fossili rinvenuti presso Gioia del Colle, in Provincia di Bari*. . . . . » 162

F. Bassani — *Rapporto su la Nota del prof.* A. Piutti. . . . . » 174

A. Piutti — *Osservazioni sui lavori di* Hantzsch e Cramer « *Sulle monossime dell' acido succinico* » . . . . . » 175

F. Angelitti — *Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite nell' anno 1890.* . . . . pag. 177
F. Contarino — *Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell' anno 1890* . . . . » 181
E. Villari — *Relazione sulla Nota dei Signori* Ciccone e Campanile. . . . . » 187
L. Ciccone e F. Campanile. — *Determinazione del Coefficiente di elasticità dell' Avorio e misura della velocità di propagazione del suono nella stessa sostanza* . . . . . » ivi
L. Palmieri — *Sul periodo diurno dell' elettricità atmosferica.* . . . . . » 197
L. Palmieri — *Le osservazioni sulla corrente tellurica fatte all' Osservatorio vesuviano dal mese di Agosto del 1889 fino al dì 1° Novembre del 1891.* . . . . . » 216
F. Bassani — *Relazione su la Memoria del Dottor* V. R. Matteucci. . . . . » 223
V. R. Matteucci — *Sulla fase eruttiva del Vesuvio cominciata nel giugno 1891.* . . » ivi
L. Palmieri — *Sul periodo diurno dell' elettricità atmosferica; lettera del Signor* C. André *al Prof.* Palmieri, *preceduta da alcuni chiarimenti.* . » ivi
G. Paladino — *Contribuzione alla migliore conoscenza dei componenti i centri nervosi mercè il processo del joduro di palladio* . . . . . » 227
G. Grassi — *Galvanometro compensato a sensibilità costante.* . . . . . » 233
E. Scacchi — *Rapporto sul lavoro dell' Ing.* Luigi dell' Erba . . . . . » 236
L. dell' Erba — *Considerazioni sulla genesi del Piperno* . . . . . » ivi
G. Battaglini — *Rapporto sulla Nota del D.r* Italo Amaldi . . . . . » 237
I. Amaldi — *Una interpretazione delle Corrispondenze per raggi vettori reciproci nel piano.* . . . . . » 238
E. Fergola — *Osservazioni Meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte* » 48
il seguito alle pagine 126, 202, 212, 241.

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 2.ª — VOL. VI.

(ANNO XXXI).

NAPOLI
TIP. DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE
DIRETTA DA MICHELE DE RUBERTIS

1892

Fascicolo 1° a 3° ANNO XXXI. Gennajo a Marzo 1892

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 *Dicembre* 1891.
Presidenza del signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci Albini, Bassani, Battaglini, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese e Villari.

È pure presente il socio corrispondente E. Scacchi.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che rimane approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia. Legge inoltre una circolare del Segretario generale del Comitato di pubblicazione degli *Annales de l'Université de Lyon*, con la quale si propone il cambio delle pubblicazioni. Si delibera di spedire il Rendiconto a cominciare dalla 2ª Serie.

Il socio corrispondente E. Scacchi legge il rapporto sulla memoria del professore dell'Erba, presentata dal socio Bassani nell'adunanza del 5 dicembre, e ne propone la pubblicazione negli Atti. Fattasi la votazione, le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità. La Memoria prenderà il posto N. 3, del Vol. V.

Il socio Battaglini legge il rapporto sulla Nota del D.r Amaldi, presentata nella precedente tornata, proponendone la pubblicazione nel Rendiconto. Anche questa proposta è approvata ad unanimità.

Il socio Fergola presenta per essere pubblicate nel Rendiconto le Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nel mese di Novembre.

Il Presidente scioglie l'adunanza mezz'ora dopo mezzodì.

Processo verbale dell'adunanza straordinaria del dì 2 Gennajo 1892.
Presidenza del signor **E. Fergola.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci Albini, Bassani, Battaglini, Capelli, Costa, Fergola, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese e Villari.

Il Segretario legge il processo verbale della seduta precedente, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Sulla proposta della Sezione di Matematica, si approva il seguente Programma di concorso per l'anno 1892:

« L'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche della Società Reale di Napoli conferisce per l'anno 1892 un premio di L. 1000 all'autore della migliore Memoria *Sulle parti fondamentali della teoria delle sostituzioni*, *secondo le più recenti generalizzazioni di questa teoria e delle sue principali applicazioni*.

« La Teoria delle sostituzioni, che da principio fu il fondamento delle ricerche intorno alla risoluzione generale delle equazioni algebriche, ha ricevuto in questi ultimi anni un'importantissima generalizzazione, mutandola in *Teoria generale delle trasformazioni*; così generalizzata, essa ha dato luogo ad importantissime applicazioni alla Geometria, all'Analisi infinitesimale, specialmente alla Teoria delle equazioni differenziali ed alla Meccanica. L'Accademia desidera che nelle Memorie inviate al concorso sieno svolte in modo chiaro e conciso solo le proprietà fondamentali della Teoria generale delle trasformazioni, sviluppando il concetto di *Gruppi di trasformazioni* e mostrandone le più importanti applicazioni ».

Le condizioni restano le stesse di quelle pubblicate per l'ultimo concorso, cioè:

1° Le memorie devono essere scritte in italiano, latino o francese; e devono inviarsi al Segretario dell'Accademia non più tardi del mese di Marzo 1893;

2° Esse non devono portare il nome dell'autore, ma essere distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore;

3° Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit* saranno aperte dal Presidente nell'Adunanza generale, la quale ha luogo nella prima Domenica del Gennajo 1894;

4° La memoria premiata sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie;

5° Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

Il Presidente scioglie l'adunanza a ore dodici.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 *Gennajo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Villari.

Il Segretario legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Quindi l'Accademia si riunisce in Comitato segreto per trattare affari di amministrazione interna.

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 *Gennajo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Villari.

Il Segretario legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Fergola presenta in nome del dott. Angelitti una Nota intitolata « *Determinazioni assolute dell'inclinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite negli anni 1889, 1890, 1891* » per l'inserzione nel Rendiconto

Dietro richiesta della Direzione della Biblioteca Vittorio Emanuele di Roma, si delibera di mandare alla Biblioteca stessa i volumi 3°, 4°, 5°, 6°, 9°, Serie 1ª degli Atti, facendo però osservare alla Direzione della Biblioteca che l'Accademia ha sempre inviato regolarmente tutte le sue pubblicazioni, e che le lacune riscontrate nella collezione degli Atti non possono attribuirsi a sua mancanza.

Il socio Pinto dà lettura, anche a nome del socio Capelli, del rapporto dei Revisori dei conti. Il Rapporto conclude per l'approvazione dei Conti 1891, con parole d'encomio per il Segretario e il Tesoriere. Le conclusioni del Rapporto sono accettate ad unanimità.

Il Presidente toglie la seduta a ore dodici.

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 *Febbrajo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci Albini, Bassani, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese, Villari.

Il Segretario legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che è approvato, e presenta l'elenco de' libri venuti in dono all'Accademia.

Il socio Bassani presenta in nome del prof. Emilio Chaix, di Ginevra, un opuscolo intitolato: *La Vallée du Bove et la végétation de la région supérieure de l'Etna*, Genève 1891, e una Carta vulcanologica e topografica dell'Etna, Scala 1 : 100,000, Genève 1892.

Il Presidente annunzia la dolorosa perdita fatta dall'Accademia in persona del suo socio ordinario non residente Barone Achille de Zigno, morto in Padova il 15 Gennaio 1892; e dà la parola al socio Bassani, che ricorda brevemente i meriti scientifici dell'illustre estinto. L'Accademia delibera che la commemorazione fatta dal socio Bassani sia inserita nel Rendiconto.

Il Segretario presenta a nome del socio Battaglini, assente per infermità, una Nota intitolata: *Intorno a una serie di linee di secondo grado*, e destinata al Rendiconto.

L'Accademia si riunisce poi in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 13 *Febbrajo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinari Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese, Villari, ed il socio corrispondente Paladino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Si approva di inviare il Rendiconto a cominciare dall'anno 1892 all'Accademia di Scienze ed Arti di Barcellona e al Club Alpino di Crimea in Odessa in cambio delle loro pubblicazioni.

Il socio Paladino, anche a nome dei colleghi Albini e Trinchese, legge la relazione sulla Memoria presentata dal dottor Achille Russo intitolata: « *Embriologia dell'Amphiura squamata*, Sars. (*Morfologia dell'apparecchio riproduttore*) ». La Commissione ne propone la inserzione negli Atti e le conclusioni del Rapporto sono accettate ad unanimità.

Il Presidente scioglie l'adunanza pubblica a mezzodì.

Processo verbale dell'adunanza del dì 20 *Febbrajo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinari Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Padelletti, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese, Villari ed i soci corrispondenti Comes e Paladino.

Il Segretario legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Si accetta il cambio del Rendiconto con il *Giornale entomologico*, pubblicato dalla Società entomologica di Stocolma, a cominciare dal Gennaio 1891.

Il socio Pinto presenta una Memoria destinata agli Atti e intitolata: « *Sull'azione reciproca di due elementi magnetici e sul modo con cui dovrebbero variare con la latitudine la intensità e la inclinazione magnetica terrestre nella ipotesi di Gilbert e nelle altre che analiticamente l'equivalgono* ».

La inserzione negli Atti è approvata all'unanimità.

Il socio Capelli presenta una Nota destinata al Rendiconto e intitolata: « *Sulla risoluzione generale delle equazioni ed in ispecie delle trinomie per mezzo di integrali definiti* ».

Il socio Trinchese presenta una Memoria del dott. Francesco Saverio Monticelli intitolata: « *Appunti sui Cestodaria* ». Il Presidente incarica i socii Trinchese, Costa e de Martini di esaminarla e riferirne all'Accademia.

A mezzogiorno il Presidente scioglie l'adunanza pubblica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 5 *Marzo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinari Albini, Bassani, Capelli, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Trinchese, Villari ed i soci corrispondenti Comes e Scacchi Eugenio.

Il Presidente prega il socio Bassani di sostituire il Segretario Padelletti, indisposto.

Il socio Bassani legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono all'Accademia.

Comunica poi l'invito della Presidenza del nuovo giornale *Napoli nobilissima* a prendere abbonamento al detto giornale.

L'Accademia ritiene opportuno che questo invito sia trasmesso alla consorella di Archeologia, Lettere e Belle Arti.

Il socio Fergola presenta le osservazioni meteoriche fatte nell'Osservatorio di Capodimonte nei mesi di Gennaio e di Febbraio e ne chiede l'inserzione nel Rendiconto.

Il socio Albini presenta un lavoro fatto dal sig. Adolfo Montuori nell'Istituto fisiologico dell'Università di Napoli: « *Influenza dell'asportazione della milza sul potere battericida del sangue* », e prega il sig. Presidente di nominare una Commissione per giudicarlo. Il Presidente incarica i soci Albini, de Martini e Paladino di riferirne.

Il socio Capelli offre in omaggio all'Accademia, a nome dell'autore prof. Francesco Caldarera, l'opera: *Primi fondamenti della geometria del piano*, e fa notare come questo trattato si distingua dagli altri del genere per la fusione dei metodi della geometria analitica con quelli della geometria proiettiva, e come sotto questo punto di vista l'opera presenti un interesse didattico tutto speciale.

L'Accademia se ne compiace e ringrazia.

Il Presidente scioglie l'adunanza pubblica a mezzodì.

Processo verbale dell' adunanza del dì 12 *Marzo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinari Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Trinchese e Villari ed il socio corrispondente Paladino.

Si rimanda alla prossima tornata la lettura del processo verbale dell'ultima adunanza.

Il Presidente annunzia la morte del socio segretario prof. Dino Padelletti, avvenuta l'altr'ieri, e comunica che ai funerali dell'amatissimo collega la Società reale di Napoli è stata rappresentata dal socio Albini e l'Accademia dal socio Pinto. Aggiunge che, interpretando i sentimenti dell'Accademia, egli, a nome di questa, ha fatto deporre sul feretro dell'estinto una corona di fiori.

Il socio Pinto commemora il caro defunto, pronunciando affettuosissime parole alla memoria di lui.

A queste parole si associano col cuore tutti gl'intervenuti.

Il Presidente, in segno di lutto, scioglie l'adunanza.

RAPPORTO

DEI LAVORI COMPIUTI DALL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

NELL'ANNO 1891

LETTO NELL'ADUNANZA GENERALE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

TENUTA NEL DÌ 3 GENNAIO 1892

DAL SEGRETARIO

A. Oglialoro-Todaro

Nell'anno passato la nostra Accademia ha pubblicato negli Atti o nel Rendiconto mensile parecchie memorie di suoi socî o di persone che dell'Accademia non fanno parte.

La prima memoria presentata, e che si trova inserita nel Vol. IV, Serie II. degli Atti, è stata quella del socio ord. NICOLUCCI GIUSTINIANO, *Sulla Etnologia dell'Egitto.* Accurati studî sui monumenti, sui cranî raccolti nelle tombe e sulle opere degli antichi scrittori, gli hanno permesso di stabilire:

1° Che gli Egiziani appartengono ad una famiglia di popoli bianchi imparentata, in tempi preistorici, col ceppo semitico;

2° Che i loro caratteri fisici ne formano un tipo a sè, che si rivela manifestamente ne' monumenti e ne' cranî raccolti nelle tombe di tutte le età;

3° Che questo tipo rappresentato nei monumenti è tanto più puro, quanto più i monumenti stessi si riferiscono ad epoche lontane;

4° Che le immigrazioni di altre genti nel suolo dell'Egitto modificarono in parte della popolazione le forme primitive, ma il maggior numero degli Egiziani ha sempre conservati intatti i suoi caratteri originali;

5° Che finalmente, al presente, benchè il tipo sia imbastardito per connubio con genti diverse nelle città e nei luoghi più frequentati da stranieri, si serba tuttavia immutato nei Fellach che sono i veri discendenti odierni de' costruttori delle piramidi.

In un altro lavoro sugli *Avanzi di animali fossili rinvenuti presso Gioia del Colle, in Provincia di Bari,* pubblicato nel Rendiconto del mese di Giugno, lo stesso nostro socio parla dello esame fatto per incarico del Ministro dalla Pubblica Istruzione di un deposito di ossa fossili trovato nel 1887 a circa tre miglia della menzionata città, e dovuto all'accumularsi, trasportatevi dalle acque per la natura speciale del terreno, di parte dello scheletro di animali diversi, cioè di elefanti, di bue, di cervo, di capriolo e di parecchi carnivori.

Il secondo lavoro di socî ordinarî è quello pubblicato dal Capelli, *Sulla teoria degli irrazionali algebrici*. Il nostro socio fa per gli irrazionali algebrici *numerici* relativi ad un dato *campo di razionalità* uno studio parallelo a quello già fatto in una memoria *Sulla teoria delle funzioni algebriche di più variabili*, pubblicata l'anno passato. Egli mostra come si giunga a risultati affatto analoghi applicando allo studio delle equazioni a coefficienti numerici i noti principî di Galois.

Viene dopo una lunga memoria del socio Dino Padelletti, *Sul movimento del pendolo semplice, quando si tien conto dell'effetto della rotazione della terra*. Le celebri esperienze fatte da Leone Foucault a Parigi nel 1851 mostrarono, che se si allontana un lungo pendolo dalla sua posizione di equilibrio e poi si abbandona a sè stesso, il pendolo non oscilla in un piano, ma si muove con una legge, che il Foucault credè potersi rappresentare mediante la combinazione di due movimenti, cioè l'ordinario movimento del pendolo in un piano e una rotazione del piano di oscillazione intorno alla verticale eseguita con una velocità angolare proporzionale al seno della latitudine. Ma poichè questa legge possa accettarsi come sufficientemente approssimata, bisogna fare una doppia ipotesi, cioè non soltanto che la velocità angolare della Terra sia, come è in realtà, piccolissima, ma anche che le oscillazioni del pendolo si mantengono entro limiti assai ristretti. Il socio Padelletti ha preso a esaminare il problema senza fare nessuna ipotesi restrittiva sulla grandezza della velocità angolare di rotazione e sull'ampiezza delle oscillazioni pendolari, e considerando anche il caso che il pendolo possa prendere posizioni superiori al centro di sospensione, il che è possibile quando la sospensione è fatta non mediante un filo flessibile e inestensibile, ma mediante un'asta rigida.

Avendo divise le sue ricerche in due parti, secondochè il centro di sospensione si trova a uno dei poli o in un luogo di latitudine qualunque, egli ha osservato che nel primo caso il moto del pendolo risulta composto da due movimenti, di cui uno è il movimento ordinario del pendolo sferico corrispondente a una velocità iniziale convenientemente scelta, mentre l'altro è una rotazione uniforme. Il problema può dunque risolversi completamente mediante le funzioni ellittiche. Fermati i due concetti essenziali di *Rotazione media* e di *Precessione del piano del pendolo*, mostra che la precessione, che dà un'idea del modo con cui sembrano spostarsi i punti culminanti della traiettoria del pendolo, segue una legge assai complicata, e può aver luogo sia nello stesso senso della rotazione della Terra, sia (come nelle esperienze di Foucault) in senso contrario.

Se s'introduce l'ipotesi che la velocità di rotazione sia piccolissima, la formola per la precessione si semplifica assai, e non contiene che gli integrali ellittici completi di 1ª e 2ª specie, e si può senza difficoltà costruire una Tabella, che dà i valori della precessione corrispondenti a una serie di dati valori dell'ampiezza iniziale della oscillazione pendolare. Da questa Tabella risulta, che la precessione invece di essere costantemente di 24 ore, come porterebbe la teoria di Foucault, è sempre maggiore di 24 ore, e raggiunge il suo massimo di circa ore 52 $^1/_4$ per un'ampiezza iniziale di 110°. Fino a 16° di ampiezza essa può rappresentarsi con grande approssimazione con la espressione 24 ore $+(n\pi)^2$ secondi, ove n è il numero dei gradi contenuti nell'angolo iniziale.

Quando poi si suppone che il centro di sospensione sia in un luogo di latitudine

qualunque, è necessario ricorrere alle equazioni del moto relativo: ma nell'ipotesi di una velocità angolare di rotazione molto piccola e di un'ampiezza pure molto piccola, le formole si riducono senza bisogno di calcolo alcuno a quelle del caso precedente. La memoria termina citando gli scarsi ed incerti passi di autori anteriori al nostro secolo, che si riferiscono all'influenza della rotazione della Terra sul moto dei pendoli, e illustrando specialmente i cenni che si trovano relativamente a tale questione nelle memorie degli Accademici del Cimento.

Il socio Palmieri che nel 1860, per mancanza di mezzi, dovè sospendere i suoi studî intrapresi sulla corrente tellurica all'Osservatorio vesuviano, nel 1889, mercè la spontanea concessione di una linea telegrafica di nove chilometri avuta dal Ministro di Poste e Telegrafi, potè istituire regolari osservazioni sul detto argomento. Nel 1890 egli diè conto all'Accademia dei risultamenti fin'allora ottenuti, e fece conoscere la impossibilità di avvalersi del Galvanometro, del quale avevano fatto uso coloro che lo avevano preceduto nelle istesse indagini. Per la qual cosa, avendo fatto costruire un nuovo strumento, che egli denomina *Reometro*, ha potuto nel corso del 1891 proseguire le osservazioni quotidiane della corrente tellurica, e di queste dà conto all'Accademia in una nota inserita nel Rendiconto.

Egli in occasione dell'ecclisse solare del 17 giugno 1890 aveva notato un forte incremento nell'attività dinamica del cratere vesuviano, ed in pari tempo aveva osservato che l'indice del Galvanometro intercalato nel circuito della corrente tellurica era in continue e singolari oscillazioni; è poichè il dì 6 giugno 1891 accadeva un'altra ecclisse solare, fu curioso di trovarsi all'Osservatorio per vedere se il doppio fenomeno si ripetesse; ed in fatti ebbe occasione di rivedere esattamente ciò che nell'anno precedente aveva veduto.

Essendosi dagli scrittori delle cose vesuviane spesso affermata e non di rado negata ogni corrispondenza tra l'attività del Vesuvio ed il dinamismo, non interamente spento, della grande fumarola della Solfatara di Pozzuoli, il nostro socio profittando di un osservatorietto impiantato nella Solfatara dal Prof. Giuseppe de Luca, proprietario della medesima, e della diligenza dell'assistente Achille Barbieri, che abita nell'Osservatorio suddetto, pensò di dare a costui delle istruzioni, perchè giornalmente notasse il grado di attività della grande fumarola, e dopo alcuni anni di osservazioni sincrone, avendo potuto notare che le coincidenze sono quasi immancabili, informò l'Accademia di questi risultamenti, dichiarando che le osservazioni si continueranno, aspettando qualche fase eruttiva del Vesuvio di maggiore intensità, per meglio assicurarsi, di quello che le precedenti osservazioni sembrano indicare.

Il nostro socio che per 40 anni si è versato sugli studî d'elettricità atmosferica, dando fra le altre cose le curve esprimenti il periodo diurno dell'intensità di questa, nelle giornate calme e serene, presa occasione di una comunicazione fatta sullo stesso argomento all'Istituto di Francia, dal Signor Carlo André, Direttore dell'Osservatorio di Lione, credette opportuno dileguare alcuni equivoci nei quali parea incorso il sapiente Direttore dello Osservatorio di Lione, leggendo in proposito una nota all'Accademia. Il Signor André con una cortesissima lettera al Prof. Palmieri, convenendo in parte, e in parte discordando dalle idee di costui, lo premurava a presentare la sua risposta a quest'Accademia, la quale accogliendola insieme colle nuove osservazioni del nostro socio la faceva inserire nel Rendiconto.

Dal Direttore del R. Osservatorio Astronomico di Capodimonte, socio Fergola, sono state presentate le *Osservazioni meteoriche* per tutto l'anno 1891, ed i *Riassunti decadici e mensili di quelle fatte negli anni 1889 e 1890,* che, sul tipo di quelli dati negli anni antecedenti, vennero preparati per la pubblicazione dall'astronomo aggiunto Dott. Contarino. L'altro assistente Dott. Angelitti, in una nota, ha presentate le determinazioni assolute della declinazione magnetica eseguite durante il 1890. Lo strumento adoperato è stato lo stesso magnetometro unifilare Elliot, impiegato negli anni precedenti, e il metodo di osservazione quello stesso che fu sempre seguíto fin dal 1885. Il medio di 11 determinazioni dà la declinazione magnetica occidentale di 10°5'9"2.

Il socio Oglialoro, assieme all'Assistente dell' Istituto chimico, Dott. Oreste Forte, ha provato l'azione dell'acido jodidrico e del fosforo rosso sopra l'idrato di picrotosside, ottenendo un nuovo acido monobasico, corrispondente alla formola $C_{15}H_{18}O_4$, fusibile a 134°, ed al quale è stato dato il nome di acido picrotossinico.

Due socî corrispondenti hanno presentato delle note per essere pubblicate nel Rendiconto. Una è del socio Paladino Giovanni, ed ha per titolo: *Contribuzione alla migliore conoscenza dei componenti i centri nervosi mercè il processo al joduro di palladio.* Dopo alcune avvertenze tecniche, che valgono sempre più a precisare il modo di adoperare il suo processo al joduro di palladio, per le indagini microscopiche dei centri nervosi, il Paladino s'intrattiene: 1) su una disposizione particolare a gomitolo del cilindrasse da lui trovata nelle fibre nervose delle radici spinali ed in quelle del cordoni o della sostanza bianca del midollo spinale; e 2) sui rapporti dei prolungamenti delle cellule nevrogliche tra loro stessi e la pia meninge.

Si sa che il cilindrasse è la parte principale della fibra nervosa, ed in considerazione dell'assoluta importanza sua, la predetta disposizione gomitolare, che presenta nelle fibre delle radici spinali e dei cordoni ventrali e laterali del midollo spinale, deve essere di notevole significazione morfologica e funzionale.

Difatti, eliminando tutte le possibili obbiezioni, l'autore la ritiene come disposizione di rinforzo dei filí conduttori nervosi, ed in altri termini un modo di accrescimento di massa degli stessi, e quindi un aumento del loro uffizio conduttore, essendo i cilindrassi attivi nella loro funzione conducibile, ed avendo dimensioni in ragione diretta della lontananza di distribuzione e della maggiore attività funzionale.

In riguardo poi ai rapporti delle cellule nevrogliche dimostra, che i prolungamenti di queste sono in continuità tra loro e colla pia meninge. Senonchè i rapporti di continuità tra i primi non sono semplici, ma devono distinguersi in *prossimali* e *distali* di differente ordine. Considerando ora questi rapporti insieme a quelli già dallo stesso autore in una precedente nota illustrati, e riflettenti i rapporti dei prolungamenti delle cellule nevrogliche colle cellule e le fibre nervose, si ha nel tutto insieme un complesso ed intricato scheletro nevroglico, la cui nozione non può restare senza effetto sulla migliore conoscenza dell'organizzazione della sostanza intermediaria dei centri nervosi.

L'altro socio corrispondente che ha presentato lavori all'Accademia è il Prof. Guido Grassi, il quale in due note dal titolo: *Galvanometri compensati a sensibilità co-*

stante, espone la teoria e la descrizione di una nuova forma di galvanometri. Al circuito ordinario del galvanometro l'autore aggiunge un secondo circuito disposto normalmente al meridiano magnetico, in guisa da creare un campo magnetico opposto a quello terrestre. L'effetto di tale circuito, detto *compensatore*, è di rendere la sensibilità del galvanometro quasi costante anche per grandi deviazioni dell'ago fin oltre 90°. Il Grassi ha fatto costruire, dietro i principî esposti, un galvanometro compensato, che egli presentò all'Accademia nell'adunanza del 5 dicembre, mostrandone i vantaggi, ed indicando tutte le avvertenze e formole necessarie per rettificare lo strumento e calcolare l'intensità della corrente misurata.

Parecchi, come fu già detto, sono stati i lavori di non soci fatti pubblicare dall'Accademia. Per il Vol. V, Serie II, degli Atti fu accettata una memoria del Prof. Francesco Chizzoni della R. Università di Catania « *Sopra i gruppi di punti d'uno spazio lineare ad* n *dimensioni* », nella quale l'A. considera, nello spazio ad n dimensioni, dei gruppi di v punti, dei quali m possono darsi ad arbitrio, dopodichè i rimanenti $v-m$ punti restano determinati in modo unico. L'A. dà all'insieme di siffatti gruppi il nome di *involuzione* di *grado* v e di *specie* m, ed ha diviso la sua memoria in tre paragrafi: nel primo dei quali si occupa specialmente delle involuzioni di specie m sulla linea retta, e mediante considerazioni geometriche negli iperspazi ritrova alcuni teoremi soliti a stabilirsi per via algebrica; nel secondo tratta dapprima dei gruppi di v punti *tutti arbitrarii* in uno spazio lineare ad n dimensioni, per passare quindi al problema delle involuzioni di specie qualunque; il terzo paragrafo, come conseguenza dei precedenti, è specialmente dedicato allo studio della rappresentazione univoca dei punti di uno spazio a 4 dimensioni sulle coppie di punti di un piano.

Anche nel Vol. V degli Atti venne pubblicata una memoria del Dott. Matteucci V. R., *Sulla fase eruttiva del Vesuvio cominciata nel giugno 1891*. La memoria è divisa in sei parti: nella 1ª l'A. descrive lo stato in cui si trovava il Vesuvio prima che prorompesse in questa fase eruttiva; nella 2ª svolge un diario dei fenomeni da lui constatati ad intervalli dall'8 giugno al 15 novembre; nella 3ª studia microscopicamente la lava eruttata; nella 4ª riporta il risultato delle sue indagini fisiche e chimiche fatte sulle ceneri; nella 5ª prende ad esame i prodotti delle fumarole stabilitesi in corrispondenza delle bocche di fuoco e le analizza qualitativamente; nella 6ª l'autore riepiloga i fatti più salienti che precedettero e accompagnarono l'eruzione.

Alla memoria sono unite due tavole: la 1ª è la carta al 1 : 10000 dell'intera colata lavica, in cui, a diversi segni convenzionali, sono indicati i progressi fatti dalla colata stessa; la 2ª comprende quattro fotografie di cui, due dei coni-fumarole formatisi nell'Atrio del Cavallo, una del cono terminale col profilo che aveva prima dell'eruzione, ed una del cratere rimasto dopo di essa.

Una terza memoria, in fine, si trova ancora nel volume degli Atti cennato, ed è del Prof. Luigi dell'Erba, *Sulla genesi del piperno*.

In questo lavoro l'A. si è proposto di dimostrare come il piperno sia una roccia metamorfica, originariamente di natura tufacea. Confuta le opinioni di quei geologi, i quali ritengono il piperno essere una lava, non che le loro ipotesi sul modo di forma-

zione e sulla disposizione e forma prese dalle *fiamme*, ed ha cercato di provare come la eruzione del piperno ebbe un carattere speciale, che non si discosta molto da quello dei tufi; essa dovette seguire con una successiva emissione, a brevi intervalli, di ceneri e brandelli di lava, sicchè le *fiamme* e la massa fondamentale della roccia furono dall'origine due parti distinte e separate, riunitesi poscia insieme per azione metamorfica.

Nel Rendiconto sono state inoltre pubblicate:

Una nota del Dott. G. Pirondini, *Sopra alcuni problemi relativi al sistema delle evolute successive di una curva piana.* L'A. ricerca prima quelle curve piane nelle quali ogni punto è sopra la retta che passa per i centri corrispondenti di seconda e di quarta curvatura, e ne deduce varie conclusioni; riguarda dopo le curve piane coincidenti con la loro quarta evoluta, e determina l'esistenza di quelle sole definite da un'equazione intrinseca; stabilisce di più i rapporti speciali tra le curve determinate e le loro evolute. Il Pirondini estende i suoi studî alle curve piane coincidenti con la loro ottava evoluta e perviene a due sistemi, ciascuno di quattro equazioni differenziali, che dànno ben 64 combinazioni, che l'A. esamina, e ne detrae esistere «una sola famiglia di curve piane che coincidono con la loro ottava evoluta, ed è rappresentata da un'equazione intrinseca. Conclude in ultimo con alcune considerazioni sui problemi precedentemente trattati.

Due note del Dott. A. Marcolongo, *Sulla teoria dell'elasticità* l'una, e su quella *delle linee geodetiche* l'altra.

La prima «*Sulla deformazione di un corpo elastico isatropo indefinito limitato da un piano indefinito per speciali condizioni ai limiti*» è la continuazione di studî antecedentemente pubblicati nel Rendiconto del 1889, ove l'A. dava l'espressione degli spostamenti di un punto del corpo elastico sulle normali alle tre superficie cilindriche, che s'incrociano in quel punto, riguardando la deformazione prodotta o per spostamenti superficiali, o per forze agenti in superficie. Ora l'A. estende i risultati del Boussinesq e del Cerruti, che considerano altri due casi di deformazione, essendo note in superficie, la componente normale delle forze, e le componenti tangenziali degli spostamenti, o viceversa, e considera il corpo sottoposto in ogni suo elemento a date forze, giovandosi nella dimostrazione del metodo d'integrazione del Cerruti, e del noto teorema del Betti.

Nella seconda nota «*Sulle geodetiche tracciate sulle quadriche prive di centro,* il Marcolongo rende più facile la ricerca delle geodetiche sopra superficie di 2° grado prive di centro, osservando che l'uso delle funzioni p e σ del Weierstrass, anzichè delle funzioni θ del Jacobi, fa ottenere assai semplicemente l'integrazione dell'equazione differenziale delle geodetiche sul paraboloide ellittico.

Due lavori del Prof. Berzolari. L'A. dimostra come la soluzione del problema «*Data un'involuzione cubica, trovare la coniugata*» non è che un caso particolare di una proprietà comune alle involuzioni di grado qualunque, e si riduce ad un caso particolare della questione «*Date due forme binarie dello stesso grado* n, *determinare le forme di grado* n, *apolare tanto all'una quanto all'altra*». Avvalendosi dell'osservazione

dello Stephanos; relativamente ad una invariante studiata da Gordan si risolve l'ultima questione, e così si è in grado di ricavare proprietà tali da identificare la teoria dell'involuzione di grado n con la teoria di una unica forma di grado superiore. Applicando i risultati ricavati dallo Stephanos e dal Gordan al caso di $n=3$, il Berzolari risolve la questione proposta sull'involuzione cubica.

A questo primo lavoro l'A. ne ha fatto seguire un secondo, che è la continuazione di quello sopra cennato e di un altro « *Intorno alla rappresentazione delle forme binarie cubiche e biquadratiche sulla cubica gobba* », pubblicato nei Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. Per mezzo di teoremi, alcuni dei quali originali, sulle involuzioni cubiche e sopra una involuzione biquadratica, determinata da due combinanti delle forme cubiche, che determinano la data involuzione, egli dimostra una proprietà di cui gode l'involuzione cubica formata dai punti di appoggio delle rette trisecanti una curva gobba razionale di 4° ordine.

Una nota del D.r Italo Amaldi, intitolata « *Una interpretazione delle Corrispondenze per raggi vettori reciproci nel piano* », nella quale, partendo dagli studî fatti del Prof. Porchiesi due sistemi di coniche nel piano, che passano per due punti fissi, si dimostra il teorema « *che nella rappresentazione dei cerchi mediante i punti dello spazio, le Corrispondenze per raggi vettori reciproci nel piano si convertono nello spazio in Omologie armoniche, aventi per centro e piano di omologia rispettivamente un punto ed un piano, coniugati nel sistema polare di quella quadrica, che è il luogo dei punti rappresentativi dei cerchi di raggio nullo* ».

Di tre altri lavori mi resta finalmente a parlarvi.

Il Prof. Ciccone e il D.r Campanile hanno studiato la velocità del suono nell'avorio e l'elasticità dello stesso. Siccome i metodi grafici dovettero essere esclusi per la trepidazione continua delle verghe di avorio e per la acutezza ed irregolarità del suono, gli autori si avvalsero del metodo di Kundt e di Chladni e ottennero risultati abbastanza esatti.

Saputo così la velocità del suono, poterono colla formola del Laplace ed altre stabilire l'elasticità dell'avorio.

Il Prof. A. Piutti, in continuazione delle sue ricerche *sull'etere ossimidosuccinico* ha aggiunto nuovi fatti a quelli già pubblicati, e riassume in un quadro sinottico i composti ottenuti, che sono in numero di ventisette.

Il S. P. Vetere ha descritto i nuovi sali di piombo, cadmio e zinco dell'acido fenolglicolico, l'acido fenolparaossicinnamico ed i suoi sali di bario e di argento.

Nessuno si è presentato al concorso, scaduto nel marzo ultimo, per un premio di lire mille alla migliore memoria: « *Sulla esposizione sistematica dei principî fondamentali della teoria delle funzioni iperellittiche ed abeliane, secondo i concetti di Klein e della sua scuola* »; l'altro concorso, pure di lire mille, che avrà in premio la migliore « *Monografia degli anellidi tubicoli del Golfo di Napoli* » scade colla fine del prossimo marzo. Per l'anno corrente l'Accademia ha determinato di aprire il seguente:

PROGRAMMA DI CONCORSO

L'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche della Società Reale di Napoli, conferirà, per l'anno 1892, un premio di lire mille all'autore della migliore memoria « *Sulle parti fondamentali della teoria delle sostituzioni, secondo le più recenti generalizzazioni di questa teoria e delle sue principali applicazioni* ».

La teoria delle sostituzioni, che da principio fu il fondamento delle ricerche intorno alla risoluzione generale delle equazioni algebriche, ha ricevuto in questi ultimi anni un'importantissima generalizzazione, mutandola in *teoria generale delle trasformazioni*; così generalizzata, essa ha dato luogo ad importantissime applicazioni alla Geometria, all'Analisi infinitesimale (specialmente alla Teorica delle equazioni differenziali) ed alla Meccanica. L'Accademia desidera che nelle memorie inviate al concorso sieno svolte, in modo chiaro e conciso, le proprietà fondamentali della teoria generale delle trasformazioni, sviluppando il concetto di *gruppi di trasformazioni*, e mostrandone le più importanti applicazioni.

CONDIZIONI

1° Le memorie devono essere scritte in italiano, latino o francese, e devono inviarsi al Segretario dell'Accademia non più tardi del mese di Marzo 1893;

2° Esse non devono portare il nome dell'autore, ma essere distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore;

3° Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit* saranno aperte dal Presidente nell'Adunanza generale, la quale ha luogo nella prima Domenica del Gennajo 1894;

4° La memoria premiata sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie;

5° Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

Ho finito, amici carissimi; non mi resta che dare a voi un cordiale saluto con i più sentiti ringraziamenti per la benevolenza così gentile avuta verso me durante il mio segretariato, in cui succede oggi il simpatico nostro Padelletti. Sono stato nunzio di liete e tristi novelle; liete per valorosi studiosi, che vennero compagni a noi in questa Accademia; tristi per colleghi non meno valorosi che abbiamo perduti. Un augurio, ardentemente desiderato e felicemente avverato, reca al mio cuore gioja infinita. Io lascio il mio ufficio sotto buoni auspicî, giacchè nello scorso anno non perdemmo compagni, e nel collega Grassi, nominato socio corrispondente nazionale, acquistammo un bravo scienziato e un caro amico.

Determinazioni assolute della Inclinazione Magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte, eseguite negli anni 1889, 1890 e 1891 [1]; NOTA *del Dottor* **F. Angelitti**, *Assistente nel suddetto Osservatorio.*

(Adunanza del dì 16 Gennajo 1892)

§ I.

Valori assoluti dell'Inclinazione Magnetica negli anni 1889, 1890 e 1891.

I valori qui riportati sono stati ottenuti nel Padiglione Magnetico del R. Osservatorio di Capodimonte con l'Inclinometro di John Dover, n.° 62, fornito di due aghi identici, ciascuno della lunghezza di $0^m.089$, adottando la stessa maniera di osservare, che è stata descritta nelle precedenti pubblicazioni.

Rammentiamo il significato dei simboli:

f, dinota l'inclinazione dell'ago nello stato di poli diretti e nella posizione di facce dirette;
g, l'inclinazione nello stato di poli diretti e nella posizione di facce invertite;
f', l'inclinazione nello stato di poli invertiti e nella posizione di facce dirette;
g', l'inclinazione nello stato di poli invertiti e nella posizione di facce invertite;
α, medio di f e g, dinota l'inclinazione nello stato di poli diretti;
β, medio di f' e g', dinota l'inclinazione nello stato di poli invertiti;
I, medio di α e β, dinota l'inclinazione assoluta.

L'ago sta nella posizione di facce dirette, quando la faccia contrassegnata con le lettere **A** e **B** è rivolta ai microscopii, ed è nello stato di poli diretti quando l'estremo **B** è rivolto a nord.

[1]) Le osservazioni furono fatte alternativamente dai Signori Contarino e Angelitti.

Valori assoluti della Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte con l'Inclinometro di John Dover n.° 62.

Data 1889		T. M. di Napoli	Ago N.°	Inclinazione	$\beta - \alpha$	$I - f$	$I - g$	$I - f'$	$I - g'$	Osservatore
		h m		° ′	′	′	′	′	′	
Gennajo	27	10 54 a. m.	1	56 49.7	+24.1	+12.2	+11.9	— 8.4	—15.7	A.
	27	10 55 a. m.	2	56 45.3	+34.2	+14.4	+19.8	—14.9	—19.3	A.
Marzo	10	9 14 a. m.	1	56 49.3	+16.8	+ 7.7	+ 9.1	— 5.3	—11.5	C.
	10	9 15 a. m.	2	57 3 3	—11.8	— 2.8	— 9.0	+ 7.0	+ 4 8	C.
Marzo	24	4 42 p. m.	1	56 41.6	+33.4	+26.2	+ 7.2	—14.5	—18.9	A.
Aprile	11	9 18 a. m.	1	56 47.4	+19.5	+10.2	+ 9.3	—10.1	— 9.4	C.
	11	9 18 a. m.	2	56 49 8	+22.1	+11.3	+10.7	— 7.7	—14.4	C.
Maggio	5	9 1 a. m.	1	56 47.6	+16.2	+ 6.9	+ 9.3	— 7.7	— 8.5	C.
	5	9 2 a. m.	2	56 48.0	+20.9	+ 8.9	+12.0	— 7.5	—13.4	C.
Maggio	19	1 18 p. m.	1	56 46.6	+28.6	+14.4	+14 2	—12.4	—16.2	A.
	19	1 19 p. m.	2	56 49.3	+29.9	+12.8	+17.1	—12.8	—17.1	A.
Giugno	2	10 33 a. m.	1	56 51.3	+16.2	+ 4.0	+12.2	— 8.3	— 7.9	C.
	2	10 33 a. m.	2	56 49.7	+23.3	+12.0	+11.3	— 9.0	—14.3	C.
Giugno	30	8 46 a. m.	1	56 49.2	+18.9	+ 9.5	+ 9.4	— 8.4	—10.5	C.
	30	8 46 a. m.	2	56 51.7	+21.6	+13.2	+ 8.4	— 9.2	—12.4	C.
Luglio	28	9 13 a. m.	1	56 52.5	+11.0	+11.9	— 0.9	— 5.3	— 5.7	C.
	28	9 15 a. m.	2	56 49.2	+18.9	+ 8.9	+10.0	— 8.2	—10.7	C.
Agosto	11	1 14 p. m.	1	56 44.7	+32.6	+16.9	+15.7	—15.2	—17.4	A.
	11	1 16 p. m.	2	56 47.4	+34.6	+19.8	+14.8	—16.4	—18.2	A.

Valori assoluti della Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte con l'Inclinometro di John Dover n.° 62.

Data 1890		T. M. di Napoli	Ago N.°	Inclinazione	$\beta-\alpha$	$I-f$	$I-g$	$I-f'$	$I-g'$	Osservatore
		h m		° ′	′	′	′	′	′	
Febbrajo	26	2 0 p. m.	1	56 44.6	+27.6	+12.7	+14.9	—13.7	—13.9	A.
	26	2 2 p. m.	2	56 45.3	+36.9	+19.4	+17.5	—15.4	—21.5	A.
Marzo	13	9 4 a. m.	1	56 45.3	+20.1	+ 9.6	+10.5	— 8.4	—11.7	C.
	13	9 1 a. m.	2	56 45.2	+23.2	+11.9	+11.3	— 9.2	—14.0	C.
Giugno	27	5 12 p. m.	1	56 45.6	+23.6	+ 9.0	+14.5	—12.7	—10.9	A.
	27	5 37 p. m.	2	56 46.3	+29.7	+16.8	+12.9	—18.0	—11.7	A.
Luglio	11	8 43 a. m.	1	56 46.4	+20.5	+10.8	+ 9.7	—10.9	— 9.6	C.
	11	8 41 a. m.	2	56 46.1	+27.7	+11.2	+16.5	—11.0	—16.7	C.
Luglio	26	5 24 p. m.	1	56 49.7	+29.9	+12.3	+17.6	—14.7	—14.2	A.
	26	5 52 p. m.	2	56 48.4	+30.6	+14.4	+16.2	—16.6	—14.0	A.
Agosto	13	9 0 a. m.	1	56 46.2	+22.4	+ 9.6	+12.8	— 9.6	—12.8	C.
	13	9 1 a. m.	2	56 46.4	+24.6	+10.4	+14.2	—11.1	—13.5	C.
Settembre	12	8 56 a. m.	1	56 49.3	+21.2	+10.7	+10.5	—11.5	— 9.7	C.
	12	8 57 a. m.	2	56 50.3	+26.0	+11.4	+14.6	—12.7	—13.3	C.
Settembre	26	1 9 p. m.	1	56 33.3	+ 8.0	+ 3.5	+ 4.5	+ 2.2	—10.2	A.
	26	1 28 p. m.	2	56 59.1	+23.7	+ 4.0	+19.7	— 1.9	—21.8	A.
Novembre	21	1 9 p. m.	1	56 50.0	+26.8	+12.2	+14.6	—12.2	—14.6	A.
	21	1 37 p. m.	2	56 47.4	+42.8	+21.9	+20.9	—14.9	—27.9	A.

Valori assoluti della Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte con l'Inclinometro di John Dover n.° 62.

Data 1891		T. M. di Napoli	Ago N.°	Inclinazione	$\beta-\alpha$	$I-f$	$I-g$	$I-f'$	$I-g'$	Osservatore
		h m		° ′	′	′	′	′	′	
Maggio	1	1 17 p. m.	1	56 43.1	+28.7	+16.5	+12.2	—13.6	—15.2	A.
	1	1 38 p. m.	2	56 56.6	+53.7	+22.8	+30.9	—20.2	—33.5	A.
Giugno	18	9 5 a. m.	1	56 45.8	+19.7	+ 9.1	+10.6	—13.7	— 6.0	C.
	18	9 8 a. m.	2	56 50.2	+20.1	+20.2	— 0.1	— 8.2	—11.9	C.
Luglio	7	10 8 a. m.	1	56 44.3	+27.4	+13.3	+14.1	— 9.9	—17.5	A.
	7	10 34 a. m.	2	56 43.5	+35.8	+19.4	+16.4	—13.5	—22.3	A.
Luglio	13	9 8 a. m	1	56 45.5	+20.6	+ 9.4	+11.2	—10.2	—10.4	C.
	13	9 10 a. m.	2	56 43.3	+26.7	+12.3	+14.4	—10.0	—16.7	C.
Novembre	9	9 13 a. m.	1	56 44.7	+16.5	+12.3	+ 4.2	—18.6	— 2.1	C.
	9	9 15 a. m.	2	56 42.5	+28.4	+11.8	+16.6	—11.3	—17.1	C.

§ II.

Medii mensili e medio annuo dell'Inclinazione Magnetica per gli anni 1889, 1890 e 1891.

Sono registrati qui appresso i medii mensili e il medio annuo dei valori dell'Inclinazione Magnetica, distinti per ciascun ago, non che il medio generale dei valori dati complessivamente da tutti e due gli aghi. Nella formazione di tali medii non si è avuta alcuna considerazione alle ore, in cui sono state fatte le osservazioni, e i pesi dei diversi valori medii si sono ritenuti proporzionali ai numeri delle osservazioni.

Medii mensili e medio annuo dei valori assoluti della Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1889.

Mese (1889)	Inclinazione magnetica media (Ago N.° 1)	N.° delle osservazioni	Inclinazione magnetica media (Ago N.° 2)	N.° delle osservazioni	Inclinazione magnetica media (Medio de' 2 aghi)	N.° delle osservazioni
Gennajo	56° 49'.70	1	56° 45'.30	1	56° 47'.50	2
Marzo	56 45.45	2	57 3.30	1	56 51.40	3
Aprile	56 47.40	1	56 49.80	1	56 48.60	2
Maggio	56 47.10	2	56 48.65	2	56 47.88	4
Giugno	56 50.25	2	56 30.70	2	56 50.47	4
Luglio	56 52.50	1	56 49.20	1	56 50.85	2
Agosto	56 44.70	1	56 47.40	1	56 46.05	2
Anno	56 47.99	10	56 50.41	9	56 49.14	19

I massimi e minimi dei valori osservati della Inclinazione Magnetica risultano come appresso:

Ago N.° 1 { Massimo valore = 56°52'.5 (Luglio 28)
Ago N.° 1 { Minimo » = 56 41 .6 (Marzo 24)
Ago N.° 2 { Massimo » = 57 3 .3 (Marzo 10)
Ago N.° 2 { Minimo » = 56 45 .3 (Gennajo 27).

In tutto havvi l'escursione di 21'.7.

Medii mensili e medio annuo dei valori assoluti della Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1890.

Mese (1890)	Inclinazione magnetica media (Ago N.° 1)	N.° delle osservazioni	Inclinazione magnetica media (Ago N.° 2)	N.° delle osservazioni	Inclinazione magnetica media (Medio de' 2 aghi)	N.° delle osservazioni
Febbrajo	56° 44'.60	1	56° 45'.30	1	56° 44'.95	2
Marzo	56 45.30	1	56 45.20	1	56 45.25	2
Giugno	56 45.60	1	56 46.30	1	56 45.95	2
Luglio	56 48.05	2	56 47.25	2	56 47.65	4
Agosto	56 46.20	1	56 46.40	1	56 46.30	2
Settembre	56 41.30	2	56 54.70	2	56 48.00	4
Novembre	56 50.00	1	56 47.40	1	56 48.70	2
Anno	56 45.60	9	56 48.28	9	56 46.94	18

I massimi e minimi valori osservati della Inclinazione Magnetica risultano come appresso:

Ago N.° 1 { Massimo valore = 56°50'.0 (Novembre 21)
Minimo » = 56 33.3 (Settembre 26)

Ago N.° 2 { Massimo » = 56 59.1 (Settembre 26)
Minimo » = 56 45.2 (Marzo 13).

In tutto havvi l'escursione di 25'.8.

Medii mensili e medio annuo dei valori assoluti della Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1891.

Mese (1891)	Inclinazione magnetica media (Ago N.° 1)	N.° delle osservazioni	Inclinazione magnetica media (Ago N.° 2)	N.° delle osservazioni	Inclinazione magnetica media (Medio de' 2 aghi)	N.° delle osservazioni
Maggio	56° 43'.10	1	56° 56'.60	1	56° 49'.85	2
Giugno	56 45.80	1	56 50.20	1	56 48.00	2
Luglio	56 44.90	2	56 43.40	2	56 44.15	4
Novembre	56 44.70	1	56 42.50	1	56 43.60	2
Anno	56 44.68	5	56 47.22	5	56 45.95	10

I massimi e minimi valori osservati della Inclinazione Magnetica risultano come appresso:

Ago N.° 1	Massimo valore	= 56°45'.8	(Giugno 18)
	Minimo »	= 56 43.1	(Maggio 1)
Ago N.° 2	Massimo »	= 56 56.6	(Maggio 1)
	Minimo »	= 56 42.5	(Novembre 9).

In tutto havvi l'escursione di 14'.1.

§ III.

Variazione annuale della Inclinazione Magnetica a Capodimonte.

Paragonando i valori medii della Inclinazione Magnetica ottenuti per gli anni 1889, 1890 e 1891 con quelli degli anni precedenti, si ha:

1882	57° 0'.00	
1883	56 56.60	—3'.40
1884	56 53.53	—3.07
1885	56 52.31	—1.22
1886	56 51.75	—0.56
1887	56 52.54	+0.79
1888	56 51.05	—1.49
1889	56 49.14	—1.91
1890	56 46.94	—2.20
1891	56 45.95	—0.99.

Capodimonte, 1° Gennaio 1892.

Alla venerata memoria di ACHILLE DE ZIGNO, Socio ordinario non residente della r. Accademia delle scienze di Napoli; PAROLE *del Socio ordinario* **Francesco Bassani.**

(Adunanza del dì 6 Febbrajo 1892)

Nel mattino del 15 Gennaio moriva in Padova, dov'era nato, un altro elettissimo socio della nostra Accademia: il barone Achille de Zigno. Avea compiuto il giorno avanti settantanov'anni; eppure la sua scomparsa, profondamente rimpianta, fu anche per la scienza gravissima perdita, giacchè ad essa Egli consacrava tuttora, con giovanile vigore e con mirabile attività, una gran parte di sè.

Benchè ricco di censo e nobile di nascita, attese (esempio rarissimo) fin da giovinetto e con vera passione alle scienze naturali e sopratutto alla paleontologia, a cui de-

dicò mezzo secolo di vita e nella quale divenne illustre. Il suo primo lavoro geologico — intorno alla giacitura dei terreni di sedimento nel Trevigiano — vide la luce nel 1841; l'ultimo, sui pesci triasici di Lumezzane in Val Trompia, nello scorso mese di luglio. In questi cinquant'anni pubblicò un gran numero di memorie assai pregevoli, che gli diedero molta rinomanza in Italia ed all'estero. Alcune concernono la Lombardia ed il Piemonte; tutte le altre riguardano le provincie venete, la cui storia geologica ebbe, mercè gli studî del compianto naturalista, un efficacissimo incremento. Contribuì in modo notevole alla conoscenza della stratigrafia prealpina, dando successivamente alle stampe il risultato delle sue ricerche sulle formazioni mesozoiche e terziarie, che riassunse nel 58 in un *Prospetto dei terreni sedimentarî del Veneto*, al quale i geologi fanno tuttora ricorso. Scoperse importanti depositi fossiliferi, come quelli di Chiavon e di Rotzo. Oltre ad alcuni invertebrati, svelò molta copia di vertebrati terziarî, illustrando con somma cura e spesso con erudizione sirenii, pachidermi, proboscidati, cheloniani, coccodrilli, ofidii, teleostei, ganoidi ed elasmobranchi. Dedicò interessanti studî all'ittiologia eocenica dei monti Bolca e Postale, facendo conoscere a più riprese nuove forme di pesci e pubblicando un utilissimo catalogo ragionato di tutte le specie scoperte in quel famoso giacimento del Veronese. Nè si applicò solamente allo studio dei fossili animali, ma coltivò in pari tempo la paleofitologia, alla quale rese eminenti servigî. Le sue osservazioni sulle piante franconiane di Recoaro, le monografie sui generi *Dichopteris* e *Cycadopteris* e, sopratutto, la splendida opera *Flora fossilis formationis oolithicae*, cominciata nel 53 e premiata con medaglia d'oro dalla Società italiana delle scienze, provano quant'Egli fosse profondo anche in questo difficile ramo della paleontologia.

Quasi tutto il materiale scientifico illustrato da lui si conserva nel palazzo de Zigno in Padova. Questa preziosissima collezione, alla quale traevano molti naturalisti italiani e stranieri, fu oggetto di cure infinite da parte del povero estinto, che vi spese una porzione non lieve del suo patrimonio. In quelle stanze, fra quei tesori paleontologici, Egli passava lunghissime ore, lavorando sempre a prò della scienza. E la scienza, riconoscente, gli fu larga di onori, ch'Egli accolse con animo grato, ma non sollecitò mai. A ventidue anni, fu eletto socio della reale Accademia di scienze lettere ed arti di Padova, che, mezzo secolo dopo, nell'85, gli procurava novella compiacenza celebrandone il giubileo accademico. Appartenne a molti Sodalizi scientifici di ogni parte d'Europa. Fu membro del Comitato geologico d'Italia e cavaliere del merito civile di Savoia.

Gentiluomo perfetto, nutrì sentimenti nobilissimi; ottimo padre, amò con tutte le forze i degni figliuoli; marito esemplare, pianse amaramente l'adorata consorte, che gli era morta da circa quattr'anni. Ora, Egli riposa nella tomba della sua villa di Vigodarzere, vicino alle spoglie della sua diletta compagna; mentre a noi resta nel cuore un sentimento di grata ammirazione e di tristezza ineffabile.

Intorno ad una Serie di linee di 2° grado; NOTA *del Socio Ordinario* **G. Battaglini.**

(Adunanza del dì 6 Febbrajo 1892).

Notevolissimo sistema di linee di 2° grado è la serie delle linee di 2° grado omofocali. In questa Nota ho esaminato una serie di linee di 2° grado, di cui è caso speciale quella delle linee omofocali. Le linee della serie sono concentriche, con la stessa direzione dei loro assi, e le grandezze dei quadrati di questi assi sono funzioni razionali, di 1° grado, frazionarie di un parametro variabile. Variando il parametro, gli assi, tra i valori zero e l'infinito, passano per alcuni valori notevoli, che si riferiscono alle linee degeneri della serie. Ad ogni linea della serie si può far corrispondere una certa retta, che determina sugli assi due punteggiate proiettive; costruita questa retta si determinano immediatamente gli assi della linea corrispondente della serie. Per ogni punto del piano passano due linee della serie, sicchè, considerando queste linee come locali dei loro punti, la serie è *d'indice* 2. L'inviluppo di queste linee è una curva del 4° grado, che si decompone in due linee di 2° grado, simmetricamente situate rispetto agli assi; ognuna delle linee della serie tocca questo inviluppo in due coppie di punti, simmetricamente situati rispetto al centro comune.

Fra le linee della serie vi sono due circoli. Se le due linee della serie, che passano per un punto dato, sono omofocali, esse s'incontrano ad angoli retti, e viceversa; ora, per ogni punto di un certo circolo, le due linee della serie, che passano per esso, sono appunto omofocali.

La locale dei poli di una retta data, rispetto a tutte le linee della serie è una linea di 2° grado, che incontra la retta nei due punti di contatto di essa con le due linee della serie che la toccano; sicchè la serie di queste linee, considerate come inviluppi delle loro tangenti, è anche *d'indice* 2. Le ricerche sulle linee della serie si possono trattare in modo analogo, sia considerando quelle linee come locali dei loro punti, sia come inviluppo delle loro tangenti. In fine sono date le formole che esprimono i quadrati delle coordinate di un punto qualunque, o di una retta qualunque, del piano per mezzo dei semiassi delle due linee della serie che passano per quel punto, o che toccano quella retta.

1. Siano, in coordinate cartesiane ortogonali, le equazioni di due linee di 2° grado S' ed S'', rispettivamente

$$S'=\frac{x^2}{a'^2}+\frac{y^2}{b'^2}-1=0,\quad S''=\frac{x^2}{a''^2}+\frac{y^2}{b''^2}-1=0; \tag{1}$$

per due simboli qualunque u e v dinotiamo per brevità con (uv) il determinante $u'v''-u''v'$; indicando con $\lambda=\lambda':\lambda''$ un parametro variabile, con $\alpha=\frac{\alpha'}{\alpha''}$, $\beta=\frac{\beta'}{\beta''}$ due costanti, e ponendo

$$a^2=\frac{a'^2\alpha'\lambda''-a''^2\alpha''\lambda'}{\alpha'\lambda''-\alpha''\lambda'}=\frac{(a^2\alpha,\lambda)}{(\alpha\lambda)},\quad b^2=\frac{b'^2\beta'\lambda''-b''^2\beta''\lambda'}{\beta'\lambda''-\beta''\lambda'}=\frac{(b^2\beta,\lambda)}{(\beta\lambda)},$$

vogliamo considerare la serie delle linee di 2° grado S che, al variare di λ, sono rappresentate dall'equazione

$$S=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0; \tag{2}$$

esse sono evidentemente concentriche, e con la stessa direzione degli assi. Se $\alpha=\beta$, e le linee S' ed S'' sono omofocali, onde $a'^2-b'^2=a''^2-b''^2=c^2$, sarà ancora $a^2-b^2=c^2$, sicchè la serie, che consideriamo, delle linee S, ha come caso speciale, la serie delle linee di 2° grado omofocali. Le linee S' ed S'' diremo che costituiscono la *base* della serie delle linee S, ed α e β sono le *costanti* della serie.

Dai valori generali di a^2 e b^2, si ha per

$$\lambda'=0;\quad a^2=a'^2,\, b^2=b'^2;\quad \lambda''=0;\quad a^2=a''^2,\, b^2=b''^2,$$

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\lambda'}{\lambda''}=\dfrac{a'^2}{a''^2}\dfrac{\alpha'}{\alpha''};\quad a^2=0,\quad b^2=\dfrac{a'^2\alpha'b''^2\beta''-a''^2\alpha''b'^2\beta'}{a'^2\alpha'\beta''-a''^2\alpha''\beta'}=\dfrac{(a^2\alpha,b^2\beta)}{(a^2\alpha,\beta)}=B_0^2,\\[2ex]
\dfrac{\lambda'}{\lambda''}=\dfrac{b'^2}{b''^2}\dfrac{\beta'}{\beta''};\quad b^2=0,\quad a^2=\dfrac{b'^2\beta'a''^2\alpha''-b''^2\beta''a'^2\alpha'}{b'^2\beta'\alpha''-b''^2\beta''\alpha'}=\dfrac{(b^2\beta,a^2\alpha)}{(b^2\beta,\alpha)}=A_0^2,\\[2ex]
\dfrac{\lambda'}{\lambda''}=\dfrac{\alpha'}{\alpha''};\quad a^2=\infty,\quad b^2=\dfrac{b'^2\beta'\alpha''-b''^2\beta''\alpha'}{\beta'\alpha''-\beta''\alpha'}=\dfrac{(b^2\beta.\alpha)}{(\beta\alpha)}=B_\infty^2,\\[2ex]
\dfrac{\lambda'}{\lambda''}=\dfrac{\beta'}{\beta''};\quad b^2=\infty,\quad a^2=\dfrac{a'^2\alpha'\beta''-a''^2\alpha''\beta'}{\alpha'\beta''-\alpha''\beta'}=\dfrac{(a^2\alpha,\beta)}{(\alpha\beta)}=A_\infty^2.
\end{array}\right\} \tag{3}$$

Da queste formole si scorge facilmente come, al variare del parametro λ, variino i semiassi a e b delle linee S, tra zero e l'infinito, passando per i valori speciali A_0, B_0, A_∞, B_∞, che si riferiscono alle linee degeneri della serie.

Si ponga

$$\frac{(a^2\alpha,b^2\beta)}{(\alpha\beta)}=A^2B^2, \tag{4}$$

si avrà subito

$$A_0B_\infty=B_0A_\infty=AB.$$

Eliminando il parametro $\lambda':\lambda''$ tra i valori generali di a^2 e b^2, si troverà

$$\frac{a^2}{A_0^2}+\frac{b^2}{B_0^2}-1=\frac{a^2b^2}{A^2B^2},\quad \text{o sia}\quad B_\infty^2a^2+A_\infty^2b^2-A^2B^2=a^2b^2, \tag{5}$$

relazione che ha luogo tra i semiassi a e b della linea S della serie.

Essendo $x=\mu$ ed $y=\nu$ due rette fisse qualunque, parallele rispettivamente agli assi coordinati, ponendo $\frac{a^2}{\mu}=p$, $\frac{b^2}{\nu}=q$, saranno p e q le parti *) OP ed OQ, che le tangenti della linea S, nei punti M ed N, il primo di ascissa μ, ed il secondo di ordinata ν, tagliano rispettivamente sull'asse delle x, e sull'asse delle y, a partire dal centro O di S. Cerchiamo l'inviluppo della retta PQ, o sia della retta

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}-1=0.$$

*) Il lettore è pregato di fare la figura.

Si ha $\left(\text{posto } \frac{a'^2}{\mu}=p', \frac{a''^2}{\mu}=p'', \frac{b'^2}{\nu}=q', \frac{b''^2}{\nu}=q''\right)$

$$p=\frac{p'\alpha'\lambda''-p''\alpha''\lambda'}{\alpha'\lambda''-\alpha''\lambda'}=\frac{(p\alpha,\lambda)}{(\alpha\lambda)}, \quad q=\frac{q'\beta\lambda''-q''\beta''\lambda'}{\beta'\lambda''-\beta''\lambda'}=\frac{(q\beta,\lambda)}{(\beta\lambda)},$$

onde

$$\frac{p-p'}{p-p''}=\frac{\alpha''\lambda'}{\alpha'\lambda''}, \quad \frac{q-q'}{q-q''}=\frac{\beta''\lambda'}{\beta'\lambda''}, \quad \text{quindi} \quad \frac{p-p'}{p-p''}:\frac{q-q'}{q-q''}=\frac{\beta'\alpha''}{\beta''\alpha'},$$

e si avrà per quattro posizioni della retta PQ

$$\frac{p_1-p'}{p_1-p''}:\frac{p_2-p'}{p_2-p''}=\frac{q_1-q'}{q_1-q''}:\frac{q_2-q'}{q_2-q''}; \tag{6}$$

segue da ciò che la retta PQ determina sugli assi due punteggiate proiettive, e quindi essa inviluppa una linea di 2° grado Λ, tangente ai medesimi assi.

Per avere l'equazione della linea Λ, si ordini l'equazione della retta PQ rispetto a λ', λ''; verrà

$$\left.\begin{aligned}&\lambda'^2\alpha''\beta''(q''x+p''y-p''q'')+\lambda''^2\alpha'\beta'(q'x+p'y-p'q')\\&-\lambda'\lambda''[\alpha'\beta''(q''x+p'y-p'q'')+\beta'\alpha''(q'x+p''y-q'p'')]=0;\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

per ogni punto (α, y) del piano passano due rette PQ, ed i valori di $\lambda':\lambda''$, che ad esse corrispondono, sono le due radici di questa equazione di 2° grado in $\lambda':\lambda''$; ma per ogni punto dell'inviluppo Λ delle rette PQ quelle due rette sono coincidenti, si otterrà quindi l'equazione di Λ supponendo che quelle due radici siano eguali; si avrà così:

$$[\alpha'\beta''(q''x+p'y-p'q'')+\beta'\alpha''(q'x+p''y-q'p'')]^2=4\alpha'\beta'\alpha''\beta''(q'x+p'y-p'q')(q''x+p''y-p''q''),$$

ovvero

$$[\alpha'\beta''(q'x+p'y-p'q'')-\beta'\alpha''(q'x+p''y-q'p'')]^2=4\alpha'\beta'\alpha''\beta''(p''-p')(q'-q'')xy. \tag{8}$$

Dalla forma di questa equazione apparisce che la linea Λ tocca l'asse delle x e l'asse delle y, nei punti ove questi assi sono incontrati rispettivamente dalla retta

$$\alpha'\beta'(q''x+p'y-p'q'')-\beta'\alpha''(q'x+p''y-q'p'')=0, \tag{9}$$

vale a dire, come è facile vedere per le formole precedenti, nei punti degli assi, che distano rispettivamente da O per $\frac{A_0^2}{\mu}$ e $\frac{B_0^2}{\nu}$.

Evidentemente le rette $\frac{x}{p'}+\frac{y}{q'}-1=0, \frac{x}{p''}+\frac{y}{q''}-1=0$, sono due tangenti di Λ; conoscendo inoltre che Λ tocca l'asse delle x, e l'asse delle y, si potrà costruire una tangente qualunque PQ di Λ, osservando, come si è detto, che la dipendenza tra i punti P e Q è proiettiva.

Per ogni posizione della retta PQ si costruiscono immediatamente i semiassi a e b della linea corrispondente S della serie.

2. Consideriamo l'equazione di una linea qualunque S della serie; ordinandola rispetto a λ', λ'', si otterrà un'equazione, che si può dedurre immediatamente dall'e-

quazione (7) del numero precedente, scambiando rispettivamente $x, y, p, q, p', q', p'', q''$ in $x^2, y^2, a^2, b^2, a'^2, b'^2, a''^2, b''^2$; l'equazione di S sarà dunque

$$\left.\begin{array}{l}\lambda'^2\alpha''\beta''(b'^2x^2+a'^2y^2-a'^2b'^2)+\lambda''^2\alpha'\beta'(b'^2x^2+a'^2y^2-a'^2b'^2)\\ -\lambda'\lambda''[\alpha'\beta''(b''^2x^2+a''^2y^2-a''^2b''^2)+\beta'\alpha''(b'^2x^2+a''^2y^2-b'^2a''^2)]=0;\end{array}\right\} \quad (1)$$

ponendo per brevità

$$\lambda'^2\alpha''\beta''b''^2+\lambda''^2\alpha'\beta'b'^2-\lambda'\lambda''(\alpha'\beta''b''^2+\beta'\alpha''b'^2)=M, \quad \lambda'^2\alpha''\beta'a''^2+\lambda''^2\alpha'\beta'a'^2-\lambda'\lambda''(\alpha'\beta''a'^2+\beta'\alpha''a''^2)=N,$$

$$\lambda'^2\alpha''\beta''a'^2b''^2+\lambda''^2\alpha'\beta'a'^2b'^2-\lambda'\lambda''(\alpha'\beta''a'^2b''^2+\beta'\alpha''b'^2a''^2)=L,$$

l'equazione (1) diverrà

$$Mx^2+Ny^2=L.$$

Per ogni punto (x, y) del piano passano due linee S della serie; sicchè questa serie di linee di 2° grado, considerate come locali di punti, è *d'indice* 2. I due valori di $\lambda':\lambda''$ che corrispondono a queste due linee S sono le due radici dell'equazione (1) di 2° grado in $\lambda':\lambda''$; se queste radici sono eguali il punto (x, y) è punto dell'inviluppo Σ delle linee S della serie; l'equazione di Σ si troverà così,

$$[\alpha'\beta''(b''^2x^2+a'^2y^2-a'^2b'^2)+\beta'\alpha''(b'^2x^2+a''^2y^2-b'^2a''^2)]^2=$$
$$4\alpha'\beta'\alpha''\beta''(b''^2x^2+a''^2y^2-a''^2b''^2)(b'^2x^2+a'^2y^2-a'^2b'^2),$$

ovvero

$$\left.\begin{array}{l}[\alpha'\beta''(b''^2x^2+a'^2y^2-a'^2b''^2)-\beta'\alpha''(b'^2x^2+a''^2y^2-b'^2a''^2)]^2=\\ 4\alpha'\beta'\alpha''\beta''(a''^2-a'^2)(b'^2-b''^2)x^2y^2,\end{array}\right\} \quad (2)$$

o sia, per le formole (3) e (4) del numero precedente,

$$(B_\infty{}^2x^2+A_\infty{}^2y^2-A^2B^2)^2=4(A_\infty{}^2B_\infty{}^2-A^2B^2)x^2y^2.$$

Adunque Σ è una linea di 4° grado, che si decompone nelle due linee di 2° grado Σ_1 e Σ_2, simmetricamente situate rispetto agli assi, e rappresentate dall'equazione

$$B_\infty{}^2x^2+A_\infty{}^2y^2\pm2\sqrt{A_\infty{}^2B_\infty{}^2-A^2B^2}\,xy-A^2B^2=0, \quad (3)$$

secondo che si prende il segno superiore o l'inferiore del radicale.

Le due linee Σ_1 e Σ_2 s'incontrano sull'asse delle x, e sull'asse delle y, alle distanze da 0 eguali rispettivamente a $\pm A_0$ e $\pm B_0$; esse inoltre toccano entrambe le parallele all'asse delle y, e le parallele all'asse delle x, condotte rispettivamente alle distanze $\pm A_\infty$, e $\pm B_\infty$ da 0; le distanze rispettive dei punti di contatto dall'asse delle x, e dall'asse delle y, sono $\pm\sqrt{B_\infty{}^2-B_0{}^2}$, e $\pm\sqrt{A_\infty{}^2-A_0{}^2}$.

Sottraendo l'equazione di una linea qualunque S della serie

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0,$$

dall'equazione (3) scritta sotto la forma

$$\frac{x^2}{A_0^2}+\frac{y^2}{B_0^2}\pm 2\sqrt{\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}}\,xy-1=0,$$

si ottiene l'equazione

$$x^2\left(\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a^2}\right)\pm 2\sqrt{\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}}\,xy+y^2\left(\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b^2}\right)=0,$$

che è un quadrato esatto, essendo verificata la condizione

$$\left(\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b^2}\right)=\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}, \tag{4}$$

o sia

$$\frac{a^2}{A_0^2}+\frac{b^2}{B_0^2}-1=\frac{a^2b^2}{A^2B^2}, \quad \text{cioè} \quad B_\infty^2a^2+A_\infty^2b^2-A^2B^2=a^2b^2,$$

che è l'equazione (5) del numero precedente.

Segue da ciò che ogni linea S della serie ha doppio contatto con ciascuna delle linee Σ_1 e Σ_2, ed i punti di contatto, simmetricamente situati rispetto all'origine 0, si trovano sulle rette

$$x\sqrt{\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a^2}}\pm y\sqrt{\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b^2}}=0. \tag{5}$$

Siano S_1 ed S_2 le due linee della serie che passano pel punto (x_0, y_0), onde le condizioni

$$\frac{x_0^2}{a_1^2}+\frac{y_0^2}{b_1^2}-1=0, \quad \frac{x_0^2}{a_2^2}+\frac{y_0^2}{b_2^2}-1=0,$$

e siano $\pm\varphi_1$ e $\pm\varphi_2$ gli angoli che le rette (5), corrispondenti ad S_1 ed S_2, fanno con l'asse delle x; si avrà:

$$\tan^2\varphi_1=\frac{\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a_1^2}}{\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b_1^2}}, \quad \tan^2\varphi_2=\frac{\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a_2^2}}{\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b_2^2}},$$

e quindi, per la relazione (4);

$$\tan\varphi_1\sqrt{\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}}=\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a_1^2}, \quad \tan\varphi_2\sqrt{\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}}=\frac{1}{A_0^2}-\frac{1}{a_2^2},$$

$$\cot\varphi_1\sqrt{\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}}=\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b_1^2}, \quad \cot\varphi_2\sqrt{\frac{1}{A_0^2B_0^2}-\frac{1}{A^2B^2}}=\frac{1}{B_0^2}-\frac{1}{b_2^2},$$

$$\frac{\tan\varphi_1-\tan\varphi_2}{\cot\varphi_1-\cot\varphi_2}=\frac{\frac{1}{a_1^2}-\frac{1}{a_2^2}}{\frac{1}{b_1^2}-\frac{1}{b_2^2}}=-\frac{y_0^2}{x_0^2}=-\tan^2\varphi_0,$$

(a motivo delle equazioni di S_1 ed S_2), quindi finalmente

$$\tan\varphi_1 \tan\varphi_2 = \tan^2\varphi_0 . \tag{6}$$

L'equazione (4) che, come si è detto, dà la relazione fra i semiassi di una linea qualunque S della serie, mostra che tra queste linee S vi sono due circoli, poichè, fatto in (4) $a^2=b^2=r^2$ si ha, per determinare i quadrati dei raggi di questi circoli, l'equazione biquadratrica

$$r^4-(A_\infty{}^2+B_\infty{}^2)r^2+A^2B^2=0; \tag{7}$$

i valori del parametro $\lambda':\lambda''$ corrispondenti a questi circoli, sono dati dall'equazione

$$(a'^2-b'^2)\alpha''\beta''\lambda'^2+[(b'^2-a'^2)\alpha'\beta''+(b'^2-a'^2)\beta'\alpha'']\lambda'\lambda''+(a'^2-b'^2)\alpha'\beta'\lambda''^2=0, \tag{8}$$

che si ottiene esprimendo nei valori generali di a^2 e b^2 che $a^2=b^2$.

Se la linea

$$S=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0,$$

della serie passa pel punto (x_0, y_0), sarà

$$b^2x_0{}^2+a^2y_0{}^2=a^2b^2,$$

si ha inoltre tra a^2 e b^2 la relazione

$$B_\infty{}^2a^2+A_\infty{}^2b^2-A^2B^2=a^2b^2,$$

se tra queste due equazioni si elimina b^2, o pure a^2, si otterrà

$$\left.\begin{array}{l} a^4(B_\infty{}^2-y_0{}^2)+a^2(A_\infty{}^2y_0{}^2-B_\infty{}^2x_0{}^2-A^2B^2)+A^2B^2x_0{}^2=0, \\ \text{o pure} \\ b^4(A_\infty{}^2-x_0{}^2)+b^2(B_\infty{}^2x_0{}^2-A_\infty{}^2y_0{}^2-A^2B^2)+A^2B^2y_0{}^2=0; \end{array}\right\} \tag{9}$$

i due valori di a^2, ricavati dalla 1ª di queste equazioni biquadratiche, con i due valori corrispondenti di b^2, ricavati dalla 2ª delle stesse equazioni biquadratiche, saranno i quadrati dei semiassi $a_1{}^2, a_2{}^2$ e $b_1{}^2, b_2{}^2$ delle due linee

$$S_1=\frac{x^2}{a_1{}^2}+\frac{y^2}{b_1{}^2}-1=0, \quad \text{ed} \quad S_2=\frac{x^2}{a_2{}^2}+\frac{y^2}{b_2{}^2}-1=0,$$

della serie, che passano pel punto (x_0, y_0).

Se il punto (x_0, y_0) è un punto qualunque del circolo $x^2+y^2=r_0{}^2$, essendo $r_0{}^2$ una radice dell'equazione biquadratica (7), per una coppia di quei valori corrispondenti di a^2 e b^2, sarà $a^2=b^2=r_0{}^2$, e l'altra coppia dinoterà i quadrati dei semiassi della linea della serie, che, insieme col suddetto circolo, passa pel punto (x_0, y_0).

Consideriamo le due linee S della serie

$$S_1=\frac{x^2}{a_1{}^2}+\frac{y^2}{b_1{}^2}-1=0, \quad S_2=\frac{x^2}{a_2{}^2}+\frac{y^2}{b_2{}^2}-1=0,$$

che passano pel punto (x_0, y_0); sarà

$$\frac{x_0^2}{a_1^2}+\frac{y_0^2}{b_1^2}-1=0, \quad \frac{x_0^2}{a_2^2}+\frac{y_0^2}{b_2^2}-1=0, \tag{10}$$

ed inoltre, per la (4),

$$B_\infty^2 a_1^2+A_\infty^2 b_1^2-A^2B^2=a_1^2b_1^2, \quad B_\infty^2 a_2^2+A_\infty^2 b_2^2-A^2B^2=a_2^2b_2^2. \tag{11}$$

Siano θ_1 e θ_2 gli angoli, che fanno con l'asse delle x, le tangenti alle linee S_1 ed S_2 nel punto comune (x_0, y_0), cioè le linee

$$\frac{x_0x}{a_1^2}+\frac{y_0y}{b_1^2}=1, \quad \frac{x_0x}{a_2^2}+\frac{y_0y}{b_2^2}=1,$$

e sia θ l'angolo da esse compreso; sarà

$$\tan\theta_1=-\frac{b_1^2x_0}{a_1^2y_0}, \quad \tan\theta_2=-\frac{b_2^2x_0}{a_2^2y_0}; \quad \tan\theta=\frac{a_1^2b_2^2-b_1^2a_2^2}{a_1^2a_2^2y_0^2+b_1^2b_2^2x_0^2}.$$

Ora poichè dalle (10) si ricava

$$\frac{x_0^2}{a_1^2a_2^2}(a_1^2-a_2^2)+\frac{y_0^2}{b_1^2b_2^2}(b_1^2-b_2^2)=0,$$

se si suppone che S_1 ed S_2 siano omofocali, onde $a_1^2-a_2^2=b_1^2-b_2^2$, si avrà: $\frac{x_0^2}{a_1^2a_2^2}+\frac{y_0^2}{b_1^2b_2^2}=0$, quindi $\tan\theta=\infty$, sicchè S_1 ed S_2 si segheranno ad angoli retti; viceversa se S_1 ed S_2 si segano ad angoli retti, S_1 ed S_2 saranno omofocali; proprietà ben conosciuta. Da un'altra parte dalle equazioni (10) ed (11) si ricava ancora

$$(b_1^2-b_2^2)x_0^2+(a_1^2-a_2^2)y_0^2=a_1^2b_1^2-a_2^2b_2^2,$$
$$(b_1^2-b_2^2)A_\infty^2+(a_1^2-a_2^2)B_\infty^2=a_1^2b_1^2-a_2^2b_2^2,$$

e quindi, nella supposizione delle due linee S_1 ed S_2 omofocali, onde

$$a_1^2+b_2^2=b_1^2+a_2^2,$$

verrà

$$x_0^2+y_0^2=A_\infty^2+B_\infty^2;$$

segue da ciò che per ciascun punto (x_0, y_0) del circolo

$$x^2+y^2=A_\infty^2+B_\infty^2,$$

le due linee S_1 ed S_2 della serie, che passano per esso, sono tra loro omofocali, e quindi si tagliano ad angolo retto.

Più generalmente, se si pone la relazione (m ed n costanti)

$$\frac{a_1^2-a_2^2}{m}=\frac{b_1^2-b_2^2}{n},$$

onde

$$na_1^2+mb_2^2=mb_1^2+na_2^2,$$

si troverà

$$nx_0^2+my_0^2=nA_\infty^2+mB_\infty^2;$$

sicchè per ogni punto (x_0, y_0) della linea di 2° grado

$$nx^2+my^2=nA_\infty^2+mB_\infty^2,$$

tra i quadrati dei semiassi delle due linee S_1 ed S_2 della serie, che passano per esso, si avrà la supposta relazione.

Ponendo nelle equazioni (9) x ed y in vece di x_0 ed y_0, saranno

$$a^4(B_\infty^2-y^2)+a^2(A_\infty^2y^2-B_\infty^2x^2-A^2B^2)+A^2B^2x^2=0,$$
$$b^4(A_\infty^2-x^2)+b^2(B_\infty^2x^2-A_\infty^2y^2-A^2B^2)+A^2B^2y^2=0,$$

le equazioni che hanno rispettivamente per radici i quadrati dei semiassi a_1^2, a_2^2 o dei semiassi b_1^2, b_2^2, delle due linee S_1 ed S_2 della serie, che passano pel punto (x,y); si avranno quindi le relazioni

$$\left.\begin{aligned}\frac{B_\infty^2-y^2}{A_0^2}&=\frac{B_\infty^2x^2}{a_1^2a_2^2}=\frac{A_\infty^2B_\infty^2-A^2B^2}{A_0^2A_\infty^2-A_0^2(a_1^2+a_2^2)+a_1a_2^2},\\ \frac{A_\infty^2-x^2}{B_0^2}&=\frac{A_\infty^2y^2}{b_1^2b_2^2}=\frac{A_\infty^2B_\infty^2-A^2B^2}{B_0^2B_\infty^2-B_0^2(b_1^2+b_2^2)+b_1b_2^2},\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

per esprimere x^2 ed y^2 in funzione di a_1^2, a_2^2, o di b_1^2, b_2^2.

Da queste si deducono ancora le relazioni

$$x^2=A_\infty^2\frac{B_0^2B_\infty^2-b_1^2b_2^2}{A^4B^4-a_1^2a_2^2b_1^2b_2^2}a_1^2a_2^2,\quad y^2=B_\infty^2\frac{A_0^2A_\infty^2-a_1^2a_2^2}{A^4B^4-a_1^2a_2^2b_1^2b_2^2}b_1^2b_2^2.\tag{13}$$

3. Siano ξ, η le coordinate del polo della retta $R=Xx+Yy-1=0$ rispetto ad una linea della serie $S=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$; sarà $\frac{\xi}{a^2}=X, \frac{\eta}{b^2}=Y$, e quindi, per la relazione (4) del numero precedente, si avrà

$$\frac{\xi\eta}{XY}-\left(A_\infty^2\frac{\eta}{Y}+B_\infty^2\frac{\xi}{X}\right)+A^2B^2=0,$$

e cambiando ξ ed η in x ed y,

$$T=\frac{xy}{XY}-\left(A_\infty^2\frac{y}{Y}+B_\infty^2\frac{x}{X}\right)+A^2B^2=0,\tag{1}$$

equazione di una linea di 2° grado T, luogo dei poli di quella retta rispetto a tutte le linee S della serie; dove la retta R incontra questa locale T, si avranno i punti di contatto di R con le due linee S della serie che la toccano; adunque la serie delle linee S, considerate come inviluppi delle loro tangenti, è anche *d'indice* 2. La locale T ha gli assintoti paralleli agli assi delle coordinate, ed incontra inoltre l'asse delle x, e l'asse delle y, rispettivamente alle distanze A_0^2X e B_0^2Y dall'origine 0.

La condizione affinchè la retta R tocchi la linea S della serie essendo

$$a^2X^2+b^2Y^2-1=0, \tag{2}$$

i valori del parametro $\lambda':\lambda''$, corrispondenti alle due linee S della serie che toccano R, saranno le due radici dell'equazione di 2° grado in $\lambda':\lambda''$, che si ottiene sostituendo in (2) i valori di a^2 e b^2 espressi in $\lambda':\lambda''$, o sia dell'equazione

$$\left.\begin{array}{l}\lambda'^2\alpha''\beta''(a''^2X^2+b''^2Y^2-1)+\lambda''^2\alpha'\beta'(a'^2X^2+b'^2Y^2-1)\\ -\lambda'\lambda''[\alpha'\beta''(a''^2X^2+b''^2Y^2-1)+\beta'\alpha''(a''^2X^2+b'^2Y^2-1)]=0.\end{array}\right\} \tag{3}$$

Esprimendo che queste due radici sono eguali, la retta R apparterrà all'inviluppo Σ delle linee S; l'equazione di questo inviluppo, in coordinate tangenziali, si troverà così

$$[\alpha'\beta''(a''^2X^2+b''^2Y^2-1)+\beta'\alpha''(a''^2X^2+b'^2Y^2-1)]^2=$$
$$4\alpha'\beta'\alpha''\beta''(a''^2X^2+b''^2Y^2-1)(a'^2X^2+b'^2Y^2-1),$$

ovvero

$$\left.\begin{array}{l}[\alpha'\beta''(a''^2X^2+b''^2Y^2-1)-\beta'\alpha''(a''^2X^2+b'^2Y^2-1)]^2=\\ 4\alpha'\beta'\alpha''\beta''(a''^2-a'^2)(b''^2-b'^2)X^2Y^2,\end{array}\right\} \tag{4}$$

e finalmente, per le formole (3) e (4) del numero 1,

$$(A_\infty{}^2X^2+B_\infty{}^2Y^2-1)^2=4(A_\infty{}^2B_\infty{}^2-A^2B^2)X^2Y^2,$$

onde

$$A_\infty{}^2X^2+B_\infty{}^2Y^2\pm2\sqrt{A_\infty{}^2B_\infty{}^2-A^2B^2}\,XY-1=0, \tag{5}$$

che è appunto l'equazione tangenziale dell'equazione (3) del numero 2.

Allo stesso risultato si perverrebbe esprimendo che la retta R tocchi la linea (1) di 2° grado T.

Sottraendo l'equazione tangenziale della linea S della serie

$$a^2X^2+b^2Y^2-1=0,$$

da (5) si ha

$$(A_\infty{}^2-a^2)X^2+(B_\infty{}^2-b^2)Y^2\pm2\sqrt{A_\infty{}^2B_\infty{}^2-A^2B^2}\,XY=0, \tag{6}$$

che è un quadrato esatto, essendo verificata la condizione

$$(A_\infty{}^2-a^2)(B_\infty{}^2-b^2)=A_\infty{}^2B_\infty{}^2-A^2B^2, \quad \text{o sia} \quad B_\infty{}^2a^2+A_\infty{}^2b^2-A^2B^2=a^2b^2,$$

che è l'equazione (5) del numero 1.

Segue da ciò che le tangenti comuni alla linea S della serie ed all'inviluppo (5), appartengono ai punti rappresentati dall'equazione tangenziale

$$\sqrt{A_\infty{}^2-a^2}\,X\pm\sqrt{B_\infty{}^2-b^2}\,Y=0, \tag{7}$$

o in altri termini l'equazione (7) rappresenta i punti di contatto di S con Σ.

Le questioni sulle linee S delle serie si possono trattare in modo analogo, sia che quelle linee siano espresse in coordinate di punti, o in coordinate di rette. Così se le linee S della serie sono rappresentate in coordinate tangenziali X,Y si troveranno analogamente a quanto si è detto sopra, in fine del numero precedente, le relazioni per esprimere X^2 ed Y^2 in funzione dei quadrati dei semiassi a_1^2, a_2^2, o b_1^2, b_2^2, delle due linee S_1 ed S_2 della serie che toccano la retta (X,Y).

Rapporto *sul lavoro del Dottor* A. Russo.

(Adunanza del dì 6 Febbrajo 1892)

Chiarissimi Socii,

Il lavoro del giovane Dottor A. Russo è uno studio quasi completo dello sviluppo dell'*Amphiura squamata*, un echinoderma notevole per il suo modo di riproduzione, che è vivipara.

L'Autore ha accoppiato nelle sue indagini al metodo della dissociazione, adoperato sin'ora; quello fecondo de'tagli seriali, previo opportuni processi d'induramento e diverse colorazioni, e si è messo perciò in grado di giungere a dei risultati che sono un efficace contributo alle cognizioni sullo sviluppo e la morfologia in generale del predetto animale.

Tra le due opposte maniere sostenute dai precedenti ricercatori sul modo come si svolga lo stadio gastrulare, se cioè per invaginazione o per dilaminazione, egli dimostra vera la seconda, e piglia il destro di dare così appoggio alle considerazioni d'ordine generale del Brauer, secondo cui la blastosfera passa a gastrula per invaginazione negli embrioni nuotanti, ed in cambio si svolge per dilaminazione allorchè l'embrione si sviluppa in uno spazio limitato, come è appunto il caso dell'*Amphiura squamata*.

Non meno importante è la illustrazione dell'apparire del mesoderma, il quale secondo l'Autore in questo echinoderma a differenza degli altri si formerebbe del pari per dilaminazione dall'ectoderma e propriamente dagli elementi ectodermici presso il blastoporo.

Coll'esame delle fasi ulteriori del mesoblasto, studia lo svolgersi graduale del sistema acquifero e dei muscoli interradiali esterni ed interni, e dimostra come gli altri sistemi, e sopratutto il digestivo ed il nervoso, si adattino allo svilupppo di quello acquifero.

In parte nuovo riesce lo studio dell'apparecchio genitale; descrive la camera testicolare ed il modo come i zoospermi giungono all'uovo; fa l'importante osservazione che soltanto uno a due uova per volta vengano a maturazione, e combatte da ultimo l'esistenza del così detto ombelico, quale cordone che riunirebbe l'embrione alla madre, mentre per lui l'alimento è fornito direttamente dall'epitelio materno della borsa all'embrione, dapprima prevalentemente in vicinanza del prottodeo e poscia in vicinanza dello stomatodeo.

Come vedete, chiarissimi Socii, il lavoro del Russo contiene fatti molto importanti, in massima controllati da due di noi (Trinchese e Paladino), e quindi la vo-

stra Commissione vi propone che sia approvata per l'inserzione negli Atti della nostra Accademia.

G. Albini
S. Trinchese
G. Paladino, *relatore*.

Embriologia dell'Amphiura squamata, Sars (Morfologia dell'apparecchio riproduttore); memoria *del D.r* **Achille Russo.**

(Adunanza del dì 13 Febbrajo 1892) — (Sunto dell'Autore)

Dallo studio generale riguardante i primi momenti dello sviluppo nell'*Amphiura squamata* facilmente si riconoscono dei fatti caratteristici non ancora riscontrati in altri Echinodermi, e che solo trovano sufficiente ragione nelle condizioni di sviluppo. Mentre tutti gli animali di questa classe sviluppano liberamente nell'acqua, solo l'*Amphiura squamata* si sviluppa nel corpo della madre, ed è naturale quindi che la *blastula ciliata* non esista, e che parimenti non si possa distinguere in essa un *polo vegetativo*, essendo che l'entoderma si forma per *dilaminazione*, come fu dimostrato avvenire in altri animali (Celenterati) che nelle stesse condizioni si sviluppano. Tutto ciò è notevole, attesocchè tutti gli Echinodermi formano l'entoderma per *invaginazione*, come lo dimostrano le più recenti ricerche fatte sullo sviluppo delle *Ophiureae* principalmente, quali quelle del Fewkes nell'*Ophiopholis aculeata*, Gray, e del Selenka nell'*Ophioglypha lacertosa*, Lym., o in altri ordini fatte dallo stesso Selenka, dal Bury, dal Ludwig.—Nella *blastosfera* inoltre non esistono le cosidette *iniziali del mesoderma*, ma, questo foglietto si origina anch'esso dall'ectoderma, dalle cellule poste in prossimità del *blastoporo*. Riesce impossibile far quindi una distinzione tra *mesenchima* e *mesoblasto* nel senso inteso dai fratelli Hertwig, essendo le *vescicole vaso-peritoneali* non date da *diverticoli dell'entoderma*, come in tutti gli Echinodermi fu dimostrato dal Selenka, Fleischmann, Korschelt, Ludwig, Barrois, Bury, ma dalle cellule mesodermatiche, che, addossandosi sui due *foglietti primarii*, limitano una cavità, la quale da prima circonda l'*archenteron*, arrestandosi su quella linea laterale che sarà la *ventrale* dell'animale adulto. Originandosi così questo foglietto, lo sviluppo dell'*Amphiura squamata* è una novella prova, che vale a chiaramente contradire la divisione (Animali *Enterocelici* e *Pseudocelici*), che gli Hertwig aveano stabilito con la loro ormai tanto nota teoria del celoma.

La *vescicola acquifera* proviene dal terzo superiore di uno dei due sacchi che il mesoderma forma ai lati dell'*archenteron* e si divide in cinque lobi per *solchi* che successivamente si formano dall'alto al basso. In seguito essa incomincia a cingere l'esofago con il lobo superiore fino a che tutto quanto non lo abbraccia quando si è determinato il cerchio acquifero per l'allungarsi dei solchi interlobulari. Da ciascun lobo per due solchi laterali si formano i futuri *tentacoli boccali* ed i *primi brachiali*. La chiusura del cerchio acquifero avviene per due digitazioni estreme che in seguito si saldano. Le *vescicole* di Poli si formano per digitazioni poste nei tratti interradiali rivolti fin dal loro inizio verso l'esterno. Nel tratto che si salda, durante le prime fasi di sviluppo, nulla vi è da poterne accennare la glandula ovoide. Essa però, apparisce subito che si è

determinata la forma pentagona ed è sulle prime rappresentata da un accumulo di elementi mesoblastici attorno al *canale petroso*. Questo comparisce prima come un'apertura posta inferiormente alla vescicola acquifera, ma che poi sporge con un peduncolo fino a che, allungandosi, non sbocca all'esterno in uno degli interradii.

L'altra metà della vescicola da cui ebbe origine il sistema acquifero, si allunga e cinge prima lo stomaco, mentre poi si avvolge attorno all'esofago per dare origine al *sistema circolatorio*. La vescicola dal lato opposto si atrofizza.

Le altre cellule del mesoderma, che non hanno preso parte alla formazione dei sacchi già descritti e che hanno tutti i caratteri di un *mesenchima*, nel senso che ad esso comunemente dànno gl'istologi, a poco a poco si accostano alla parete dello stomaco, si allungano e con i prolungamenti del protoplasma si uniscono, formando il *connettivo sottoepiteliale* dello stomaco. — Intorno all'esofago queste cellule si radunano in più quantità, dando anche origine allo sfintere muscolare. — Da queste cellule hanno anche origine i *fasci mesenterici*, i quali sulle prime si mostrano fatti da una sola cellula, la quale si lega da una parte al connettivo sottoepiteliale dello stomaco e dall'altra a quello del tegumento. Essa ha tutti i caratteri della fibrocellula muscolare.

Il sistema nervoso si origina dall'ectoderma in un periodo molto precoce dello sviluppo: esso comparisce ai lati dell'esofago e segue la simmetria della larva e le vicende della *vescicola acquifera*. Quando questa, infatti, ingrandisce e con il lobo superiore cinge l'esofago, spostando la simmetria bilaterale primitiva, le cellule nervose si trovano maggiormente accumulate in vicinanza di essa. Quando poi si formano i tentacoli *boccali* e *brachiali*, le cellule nervose sono radunate in maggior numero in corrispondenza di queste formazioni. Il *seno epineurale* è formato dal tessuto mesoblastico, che circonda il *cordone nervoso* già formato.

Lo *scheletro calcareo* ha origine dall'ectoderma e dal mesoderma. Dal primo si formano le *piastre cutanee* e le *papille angulari (palae angulares)*, dal secondo il *toro angulare (torus angularis)* ed i pezzi *ambulacrali* e *adumbulacrali del peristoma* e delle *braccia*.— Il toro angulare, non solo viene dal mesoderma, ma inoltre si sviluppa come un pezzo unico ed indipendente e quindi non può appartenere allo *scheletro cutaneo*, come volle il Lyman, contrariamente al Müller che lo faceva appartenere *allo scheletro interno*. Oltre a ciò la larva anche è provvista di uno scheletro destinato a sparire, il quale sulle prime è rappresentato da due spicole poste in prossimità del *blastoporo*, quando i tre foglietti si son già differenziati. Questa forma primitiva dello scheletro io la considero come perfettamente omologa a quella che nello stesso stadio si trova in altre *Ophiureae: Ophiopholis aculeata* (Fewkes), *Ophiothrix versicolor* (Apostolides), e negli Echinoidi, *Echinus miliaris, Strongylocentrotus lividus* (Selenka). Però, ben presto a queste spicole se ne aggiungono altre, le quali si fondono, formando così da prima un ammasso di piccoli corpuscoli e poi, fondendosi, una piastra areolata che si adagia sul lato dorsale della larva corrispondente al polo anale. Da questa piastra, dipartendosi alcuni stiletti calcarei di varia lunghezza, non mai superanti i $^2/_3$ dell'intera altezza della larva, l'insieme fu prima da Schultze e poi da Fewkes considerato come omologo allo scheletro di un *Pluteus*. A me d'altronde non sembra vera questa voluta omologia stabilita fra due forme larvali molto diverse per le diverse condizioni di sviluppo, essendo in vero molto arduo, con le attuali conoscenze, voler stabilire, quale delle due forme di sviluppo abbia l'altra preceduta, a ciò se ne potessero riferire le diversità delle forme larvali.

I *muscoli del peristoma e delle braccia (Musculus interradialis externus* e *M. interradialis internus*) hanno origine dal mesoderma e si formano contemporaneamente ai *pezzi calcarei* di queste parti.

L'*apparato digerente* è costituito dal *peristoma* che molto tardi mostra le cinque prominenze ed in cui molto più tardi si formano i pezzi calcarei, quando l'animale, cioè, è prossimo ad uscire dalle borse. L'esofago vien dato dall' ectoderma e nella larva si contrae per l'introduzione dei *globuli nutritivi* forniti dall'epitelio della borsa su cui la larva si è situata. Lo stomaco è tondeggiante nella larva e fatto da un solo strato di cellule relativamente basse ed a grosso nucleo; in seguito, però, esse si allungano e dal protoplasma vien elaborato il succo digestivo che sulle prime è di un color rosso-aranciato. Allo stomaco della larva segue un breve tratto intestinale che si apre all'esterno con l'ano. Entrambe le aperture del tubo digerente, quando la larva è avanzata, trovansi nella faccia ventrale, l'ano però subito si chiude e di esso non resta alcuna traccia quando nella vescicola acquifera si sono accennati i futuri tentacoli. Lo stomaco allora cresce in ampiezza e così si volge verso quel punto opposto all'apertura esofagea per disporsi perpendicolarmente ad essa. In questo momento esso si è situato nel centro del *disco* e *l'asse principale di simmetria* passa per il tubo digerente in modo da intersecare normalmente quello che nelle prime fasi dello sviluppo segna una simmetria bilaterale.

Le *borse* si formano molto tardi quando, cioè, la forma pentagona dell'embrione si è molto accentuata. Esse sono in principio chiaramente rappresentate da invaginazioni poco profonde dell'ectoderma poste ai lati di ciascun interradio.

Constatatasi la viviparità e l'ermafroditismo dell'*Amphiura squamata*, nessuno fino ad oggi ha studiato la disposizione dell'apparecchio genitale ed il modo di fecondazione. I *sacchi testicolari*, in numero di due, occupano ciascuna porzione radiale del disco e si poggiano, uno per ciascun lato, su due *stiletti* calcarei, ispessimento dello scheletro cutaneo del raggio. Essi s'inseriscono in prossimità dell'apertura genitale, hanno forma allungata e piriforme e sono liberi in uno spazio dipendente dalla cavità generale che si prolunga nei raggi. Questo spazio limitato anteriormente dai pezzi scheletrici del raggio, lateralmente dal tegumento e dai due stiletti calcarei e superiormente libero, io lo chiamo *camera testicolare*.

I *sacchi ovarici* sono situati negli spazii interradiali del disco, nel lato opposto dell'apertura genitale su di un ispessimento calcareo marginale. Essi non si presentano mai in numero maggiore di uno per ciascun lato ed ugualmente hanno forma di una pera. Entrambi i sacchi, testicolari ed ovarici, son rivestiti dal connettivo borsale e dall'epitelio della cavità generale e sono di dimensione minina messi a paragone con quelli delle altre *Ophiureae*.

Le borse pur non allontanandosi dall'ordinaria struttura, presentano delle particolarità degne di nota. L'epitelio che riveste queste cavità si prolunga per buon tratto fuori l'apertura genitale ed è munito in tutta la sua estensione di ciglia vibratili. Esso si modifica, passando nelle borse, in quanto che esternamente è fatto da cellule cubiche allungate e ben seriate in modo da formare una superficie liscia, mentre internamente, divenendo più basso, si accumula di tratto in tratto, formando delle villosità o papille più o meno lunghe. Le borse si estendono molto e raggiungono da un lato quasi la periferia del peristoma, dove si legano con fasci mesenterici e dall'altro lato fin quasi la periferia del disco. Queste cavità sono in massima parte disposte dal lato interradiale.

Avvenuta la fecondazione, ordinariamente sempre in prossimità dell'apertura genitale, le uova prendono posto fra i villi borsali, ed a misura che si sviluppano sono avvolti dalla membrana borsale e trasportati verso il fondo, sempre dal lato interradiale.

Circa alla connessione che la larva acquista con la madre, fu creduto che essa fosse molto intima. Difatti, dal Krohn, dallo Schultze, dal Metschnikoff, dal Fewkes si rileva che essa viene stabilita mediante un vero *cordone* od *ombelico* che a poco a poco si assottiglia quando l'animale è quasi al completo, per rompersi poi quando deve uscire. Questa connessione inoltre si credeva fosse sempre nel polo posteriore della larva dove è lo *scheletro provvisorio*. Contrariamente ai succitati osservatori io sono in grado di poter dire che questo supposto ombelico *(Nabelschnur)* non esiste e che la larva è in gran parte aderente per mezzo della sua esterna membrana, e *che solo è trattenuta in sito dalla parete borsale ripiegata*. Quando la larva poi è abbastanza sviluppata, qua e là si vede l'epitelio della borsa degenerato, massime nel punto inferiore dove le cellule epiteliali sono completamente scomparse. Un così fatto epitelio dà origine agli elementi nutritivi, i quali si trovano abbondati sia dentro l'esofago, sia nello spazio compreso tra la parete esterna della larva e l'epitelio borsale in parte degenerato. Tutto ciò rende evidente che la larva si nutre a spese dell'epitelio borsale, che si distrugge per produrre quegli elementi, che, come si è detto, penetrano nello stomaco per contrazioni dell'esofago.

Sull'azione reciproca fra due elementi magnetici e sul modo con cui dovrebbero variare con la latitudine la inclinazione e la intensità magnetica terrestre nella ipotesi di Gilbert e nelle altre che analiticamente le equivalgono; MEMORIA *del Socio Ordinario* **L. Pinto.**

(Adunanza del dì 20 Febbraio 1892) — (Sunto dell'Autore).

L'azione risultante di un elemento o piccolissimo ago magnetico di momento m sopra un polo di intensità $+1$, situato alla distanza r su una retta che fa con esso elemento l'angolo θ, si trova espressa [1]) da

$$R = \frac{m}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}\,;$$

donde si deduce che se quel polo passivo ruota intorno al centro dell'elemento, la predetta azione varia da $\frac{m}{r^3}$ a $\frac{2m}{r^3}$. Ha il primo valore, quando il polo è all'estremo del diametro perpendicolare all'elemento; ha il secondo valore quando n'è discosto di 90°. La componente tangenziale della medesima azione è espressa da

$$T = \frac{m}{r^3}.\,\text{sen}\,\theta\,;$$

donde si deduce che la risultante R fa con cotesta componente T l'angolo i definito dalla relazione

$$\text{tg}\,i = 2\,\text{cotg}\,\theta\,.$$

[1]) Si veda il mio *Trattato di Elettricità e Magnetismo*, pag. 425.

In luogo di θ ponendo $\frac{\pi}{2} - \lambda$, corrispondendo il λ alla latitudine, quando l'elemento magnetico attivo è nella direzione dell'asse polare, le precedenti relazioni diventano

$$R = \frac{m}{r^3}\sqrt{1 + 3\,\text{sen}^2\lambda} \quad ,, \quad \text{tg}\, i = 2\,\text{tg}\,\lambda,$$

ovvero, essendo $\frac{m}{r^3}$ l'azione R_e corrispondente all'equatore,

$$R = R_e\sqrt{1 + 3\,\text{sen}^2\lambda} \quad ,, \quad \text{tg}\, i = 2\,.\,\text{tg}\,\lambda.$$

Ora nei varii Trattati sul Magnetismo le precedenti formole sono estese al caso in cui in luogo di un solo polo passivo ve ne siano a brevissima distanza due eguali ed opposti, formanti un altro piccolissimo ago; e, facendone un'applicazione, si soggiunge in quei Trattati che se fosse vera la ipotesi di Gilbert sul magnetismo terrestre o fosse vera ogni altra ipotesi che analiticamente equivale a supporre due masse magnetiche eguali ed opposte situate attorno al centro della Terra ad una distanza piccolissima rispetto al raggio, tra l'angolo di *inclinazione magnetica* i e la latitudine λ dovrebbe passare la relazione

$$\text{tg}\, i = 2\,.\,\text{tg}\,\lambda;$$

e tra la intensità F_e all'equatore e la intensità F_λ alla latitudine λ dovrebbe sussistere la relazione

$$F_\lambda = F_e\sqrt{1 + 3\,\text{sen}^2\lambda}\,.$$

Cotesta estensione di azione da un polo a due poli vicinissimi, ovunque situati, non mi è parsa evidente, nè esatta. Per tale motivo nella presente nota io calcolo dapprima direttamente l'azione reciproca di due aghi magnetici situati comunque, purchè a distanza grandissima rispetto alla loro lunghezza; determino poi la relazione generale che deve sussistere tra le loro direzioni, perchè l'uno, pur potendo ruotare intorno ad un asse qualunque passante per il suo centro, tuttavia non ruoti. Ed in tale condizione della coppia sviluppata o del momento nullo, determino la intensità e la direzione della forza risultante che il secondo elemento subisce dal primo. Da ultimo applicando le formole al caso di un ago che imagino portato in giro attorno ad un altro fisso e disposto come vuole la ipotesi di Gilbert, trovo le relazioni che seguono, ove le lettere hanno gli stessi significati di prima:

$$\text{tg}\, i = 2\,.\,\text{tg}\,\lambda \quad ,, \quad F_\lambda = F_e\sqrt{1 + 3\,\text{sen}^2\lambda + \frac{\text{sen}^2\lambda\,.\,\cos^2\lambda}{1 + 3\,\text{sen}^2\lambda}}$$

Talchè, quando invece di un solo polo passivo se ne considerano due opposti e vicinissimi, rimane inalterata la relazione fra la latitudine e la inclinazione magnetica; ma la relazione fra la intensità si accresce sotto il radicale del termine $\frac{\text{sen}^2\lambda\cos^2\lambda}{1 + 3\,\text{sen}^2\lambda}$, il

quale acquista il valore massimo di $\frac{1}{9}$ per $\operatorname{sen}^2 \lambda = \frac{1}{3}$, cioè per $\lambda = 35°,15'$; ed $\frac{1}{9}$ non è trascurabile rispetto a 2, quanto in tal caso diventa il binomio $1 + 3 \operatorname{sen}^2 \lambda$.

Del resto l'importanza del predetto termine di correzione o di aggiunta che io trovo, rilevasi meglio dal seguente specchietto, ove sono segnati i valori di

	$1+3\operatorname{sen}^2\lambda$	$+\frac{\operatorname{sen}^2\lambda \,.\, \cos^2\lambda}{1+3\operatorname{sen}^2\lambda}$	
per $\lambda = 0°$	1.000	+ 0	
$\lambda = 10°$. . . .	1,090	+ 0,027	
$\lambda = 20°$. . . .	1,321	+ 0,072	
$\lambda = 30°$. . . .	1,750	+ 0,106	
$\lambda = 35°,15'$. . .	2,000	+ 0,111	. . . massimo
$\lambda = 40°$. . . .	2,244	+ 0,108	
$\lambda = 50°$. . . .	2,760	+ 0,090	
$\lambda = 60°$. . . .	3,249	+ 0,056	
$\lambda = 70°$. . . .	3,649	+ 0,029	
$\lambda = 80°$. . . .	3,909	+ 0,008	
$\lambda = 90°$. . . .	4,000	+ 0.	

Sulla risoluzione generale delle equazioni, ed in ispecie delle trinomie, per mezzo di integrali definiti; NOTA *del Socio Ordinario* **A. Capelli.**

(Adunanza del dì 20 Febbrajo 1892)

Le formole notevoli date dal Signor Heymann, in un suo libro di recente pubblicazione *), per la risoluzione generale delle equazioni algebriche per mezzo di integrali definiti mi hanno indotto a fare su questo argomento alcuni studî che formano l'oggetto della presente Memoria. Il teorema di indole assai generale, che stabilirò nel § I mediante la nota teoria degli integrali di funzioni di variabile complessa, mi sembra contenere, almeno in germe, le principali forme integrali date dall'Heymann, alle quali egli è pervenuto partendo dalle equazioni risolventi differenziali. Ciò riuscirà ancor più manifesto nei §§ II e III nei quali, specializzando la ricerca alle equazioni trinomie, ci sarà dato ottenere per la loro risoluzione delle formole identiche a quelle dell'Heymann.

I.

1. — Sia $\varphi(y, x)$ una funzione analitica delle due variabili complesse x ed y. Noi supporremo che $\varphi(y, x)$ sia funzione monodroma e continua delle x ed y per tutti i valori di queste variabili rappresentati, nel piano della variabile complessa, rispettivamente dai punti di una certa porzione di piano che indicheremo con A per la y e con B per la x. Supporremo inoltre che per ogni valore di x contenuto in B l'equazione

$$\varphi(y, x) = 0, \tag{1}$$

*) *Studien über die Transformation und Integration der Differential, und Differenzengleichungen.* Leipzig, Teubner 1891.

risoluta rispetto ad y abbia precisamente n radici $y_1, y_2, \ldots, y_n$ comprese *nell'interno* di A, contandosi naturalmente ogni radice col rispettivo grado di multiplicità. Le altre radici che la (1) potesse avere, per ognuno dei detti valori di x, cadranno dunque esternamente alla porzione A, intendendosi con ciò che neanche sul contorno stesso della porzione A, rappresentato da una certa linea analitica C, si trovi a cadere alcuna radice.

Derivando la (1) rispetto ad x si ha:

$$\frac{d\varphi(y,x)}{dy}\cdot\frac{dy}{dx}+\frac{d\varphi(y,x)}{dx}=0,$$

e quindi per una qualunque delle $y_1, y_2, \ldots, y_n$ considerate come altrettante funzioni della x:

$$\frac{dy_i}{dx}=-\frac{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dx}}{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}}.$$

Integrando rispetto ad x a partire da un certo valore α fissato a piacere nell'interno di B fino ad un altro valore x, lungo un cammino l tutto compreso in B e tale che lungo esso gli n valori $y_1, y_2, \ldots, y_n$ si mantengono distinti, si deduce di qui:

$$y_i=-\int_\alpha^x \frac{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dx}}{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}}\,dx+(y_i)_{x=\alpha}. \tag{2}$$

Se ora indichiamo con C_i un cerchietto piccolissimo avente per centro il punto y_i, possiamo scrivere:

$$\frac{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dx}}{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}}=\frac{1}{2\pi i}\cdot\frac{1}{\dfrac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}}\int_{C_i}\frac{\dfrac{d\varphi(v,x)}{dx}}{v-y_i}\,dx, \tag{3}$$

dove la v, che qui è variabile d'integrazione affatto indipendente da x, percorre come cammino d'integrazione l'intiero cerchietto C_i in senso positivo. In effetto la quantità $\dfrac{d\varphi(v,x)}{dx}$, considerata come funzione di v, si conserva, per le ipotesi da noi fatte, finita e continua entro il cerchietto C_i che si può sempre ritenere contenuto nella porzione A.

Ciò posto, poichè $\varphi(y_i,x)=0$, la funzione $\varphi(v,x)$ si può sempre sviluppare per i valori di v abbastanza prossimi ad y_i nella serie convergente:

$$\varphi(v,x)=(v-y_i)\frac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}+\frac{(v-y_i)^2}{\underline{|2}}\frac{d^2\varphi(y_i,x)}{dy_i^2}+\ldots$$

d'onde segue, considerando che $\frac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}$ è diverso da zero, che

$$\frac{1}{\frac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}}\int_{C_i}\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{v-y_i}dv=\int_{C_i}\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{\frac{d\varphi(y_i,x)}{dy_i}(v-y_i)+\frac{1}{2}\frac{d^2\varphi(y_i,x)}{dy_i^2}(v-y)^2+\ldots}=\int_{C_i}\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{\varphi(v,x)}dv.$$

Sostituendo ciò nella (3) e dipoi nella (2) otteniamo dunque per y_i l'espressione:

$$y_i=-\frac{1}{2\pi i}\int_a^x dx\int_{C_i}\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{\varphi(v,x)}dv+(y_i)_{x=a}. \tag{4}$$

2. — Se nella (4) facciamo successivamente $i=1,2,\ldots,n$ e sommiamo quindi membro a membro le uguaglianze che ne risultano, e consideriamo inoltre che

$$\sum_{i=0}^{i=n}\int_{C_i}\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{\varphi(v,x)}dv=\int_C\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{\varphi(v,x)}dv,$$

poichè la funzione sotto il segno integrale non ha altri punti di discontinuità nell'interno di C all'infuori degli n punti $y_1,y_2,\ldots,y_n$, otteniamo

$$\sum_{i=1}^{i=n}y_i=-\frac{1}{2\pi i}\int_a^x dx\int_C\frac{\frac{d\varphi(v,x)}{dx}}{\varphi(v,x)}dv+\sum_{i=1}^{i=n}(y_i)_{x=a}. \tag{5}$$

Invertendo nell'integrale doppio del secondo membro l'ordine delle integrazioni ed eseguendo immediatamente l'integrazione rispetto ad x, si può anche dare a questa espressione la forma seguente alquanto più semplice

$$\sum_{i=1}^{i=n}y_i=-\frac{1}{2\pi i}\int_C\log\frac{\varphi(v,x)}{\varphi(v,a)}dv+\sum_{i=1}^{i=n}(y_i)_{x=a}. \tag{6}$$

3. — La formola (6) si può estendere facilmente al caso in cui in luogo di una equazione come la (1) dipendente da un solo parametro si avesse per determinare y un'equazione di natura analoga:

$$\varphi(y,x_1,x_2,\ldots,x_\lambda)=0, \tag{7}$$

dipendente da un numero qualunque di parametri $x_1, x_2, \ldots, x_\lambda$. Supponendo sempre che per tutti i valori arbitrarii che si possono dare a questi parametri dentro i rispettivi limiti l'equazione (7) abbia precisamente n radici $y_1, y_2, \ldots, y_n$ contenute nell'interno della porzione di piano limitata dal contorno C e indicando in generale con $(y_i)_{x_1, x_2, \ldots, x_\lambda}$, il valore della radice y_i corrispondente ai parametri $x_1, x_2, \ldots, x_\lambda$, considerando dapprima la (1) come dipendente dal solo parametro x_1 si avrà per la (6):

$$\sum_{i=1}^{i=n} (y_i)_{x_1, x_2, \ldots, x_\lambda} = -\frac{1}{2\pi i} \int_C \log \frac{\varphi(v, x_1, x_2, \ldots, x_\lambda)}{\varphi(v, \alpha_1, x_2, \ldots, x_\lambda)} dv + \sum_{i=1}^{i=n} (y_i)_{\alpha_1, x_2, \ldots, x_\lambda}. \tag{8}$$

Similmente si avrà considerando la $(y_i)_{\alpha_1, x_2, \ldots, x_\lambda}$, come dipendente dal solo parametro x_2:

$$\sum_{i=1}^{i=n} (y_i)_{\alpha_1, x_2, \ldots, x_\lambda} = -\frac{1}{2\pi i} \int_C \log \frac{\varphi(v, \alpha_1, x_2, x_3, \ldots, x_\lambda)}{\varphi(v, \alpha_1, \alpha_2, x_3, \ldots, x_\lambda)} dv + \sum_{i=1}^{i=n} (y_i)_{\alpha_1, \alpha_2, x_3, \ldots, x_\lambda}. \tag{9}$$

Così procedendo e sommando membro a membro la (8) e (9) colle successive uguaglianze ottenute, si giungerà evidentemente al seguente risultato:

$$\sum_{i=1}^{i=n} (y_i)_{x_1, x_2, \ldots, x_\lambda} = -\frac{1}{2\pi i} \int_C \log \frac{\varphi(v, x_1, x_2, \ldots, x_\lambda)}{\varphi(v, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\lambda)} dv + \sum_{i=1}^{i=n} (y_i)_{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\lambda}, \tag{10}$$

da doversi considerare come la generalizzazione della formola (6).

4. — In vista delle applicazioni che abbiamo in mira in ciò che seguirà supponiamo ora che l'equazione in y si riduca ad un'ordinaria equazione algebrica:

$$x_0 y^n + x_1 y^{n-1} + \ldots + x_{n-1} y + x_n = 0. \tag{11}$$

Considerando dapprima la y come funzione del solo coefficiente x_p e supponendo inoltre per semplicità che una certa radice y sia già stata *separata*, cioè che nell'interno del contorno C non cada alcuna delle altre $n-1$ radici della (11), la formola (5) ci dà per y la seguente espressione *):

$$y = -\frac{1}{2\pi i} \int_\alpha^{x_p} dx_p \int_C \frac{v^{n-p} . dv}{x_0 v^n + x_1 v^{n-1} + \ldots + x_{n-1} v + x_n} + (y)_{x_p = \alpha}. \tag{12}$$

*) Per $p = n$ questa formula coincide nella sua parte fondamentale con quelle dell'Heymann a pagina 242 dell'opera citata.

II.

1. — L'equazione algebrica trinomia

$$z^n + a.z^{n-s} + b = 0,$$

mediante una trasformazione lineare della forma $z = k.y$ si può ridurre, a piacere, all'una od all'altra delle due forme forme fondamentali *)

$$y^n + y^{n-s} + x = 0,$$

ovvero (1)

$$y^n + \xi.y^{n-s} + 1 = 0,$$

che dipendono da un unico parametro x (ovvero ξ). Cominceremo pertanto dall'applicare la teoria precedente all'equazione trinomia fondamentale della forma (1).

Per il valore particolare $x = 0$ l'equazione (1) ha $n - s$ radici eguali a zero ed altre s radici che non si annullano ed hanno per valore:

$$e^{\frac{\pi i}{s}}, e^{\frac{3\pi i}{s}}, \ldots, e^{\frac{(2s-1)\pi i}{s}}. \tag{2}$$

Se indichiamo con $P_0, P_1, P_2, \ldots, P_{s-1}$ i punti che rappresentano rispettivamente questi ultimi s valori nel piano della variabile complessa y, è chiaro che essi giacciono sopra una stessa circonferenza di raggio 1 avente il centro nell'origine delle coordinate e costituiscono i vertici di un poligono regolare di s lati, inscritto nella medesima. Se ora facciamo variare comunque il parametro x, senza dare però al suo modulo valori troppo grandi, è chiaro che gli s punti del piano che rappresentano quelle soluzioni della (1) che per $x = 0$ coincidono coi valori (2), si manterranno distinti fra di loro e dai rimanenti $n - s$ punti. Se dunque intendiamo con C_k un cerchio di raggio eguale al lato del poligono regolare di $2s$ lati, col centro nel punto P_k si vede che per valori non troppo grandi di x le s soluzioni $y_0, y_1, \ldots, y_{s-1}$, della (1) ora individuate saranno rappresentate da altrettanti punti compresi rispettivamente nei cerchi $C_0, C_1, \ldots, C_{s-1}$. Ognuno di questi cerchi contenendo allora una sola soluzione della (1), la formola (12) del § precedente ci da immediatamente le seguenti espressioni:

$$y_k = -\frac{1}{2\pi i}\int_0^x dx \int_{C_k} \frac{dv}{v^n + v^{n-s} + x} + e^{\frac{(2k+1)\pi i}{s}} \quad k = 0, 1, 2, \ldots, s-1. \tag{3}$$

*) Come osserva il Signor Heymann, queste due forme fondamentali debbono entrambe prendersi in considerazione, poichè esse sono in certo modo *complementari* l'una dell'altra rispetto al campo di validità delle rispettive formole di risoluzione.

Ai diversi cammini d'integrazione $C_1, C_2, \ldots, C_{s-1}$, si può facilmente sostituire lo stesso cammino C_0 corrispondente a $k=0$. A tale oggetto si eseguisca nell'integrale

$$\int_{C_k} \frac{dv}{v^n+v^{n-s}+x}.$$

la trasformazione $v=e^{\frac{2k\pi i}{s}}v'$; si ottiene con facile calcolo:

$$\int_{C_k} \frac{dv}{v^n+v^{n-s}+x}=e^{\frac{-2k(n-1)\pi i}{s}}\int_{C_0} \frac{dv}{v^n+v^{n-s}+e^{\frac{-2kn\pi i}{s}}.x}.$$

Sostituendo ciò nelle (3) otteniamo così per le $y_0, y_1, \ldots, y_{s-1}$ le seguenti formole di risoluzione:

$$y_k=-\frac{\varepsilon_k^{n-1}}{2\pi i}\int_0^\infty dx\int_{C_0} \frac{dv}{v^n+v^{n-s}+\varepsilon_k^n x}+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{s}}, \tag{4}$$

dove per brevità si è posto $\varepsilon_k=e^{\frac{-2k\pi i}{s}}$.

2. — Al cerchio C_0 della formola (4) si possono sostituire infiniti altri contorni secondo i criterii ben noti forniti dalla teoria degli integrali di funzioni di variabile complessa. Si consideri p. es. il cammino C'_0 percorso da una delle radici s^{me} (scelta opportunamente) di $-\frac{1}{2}+i.\xi$ quando ξ varia percorrendo tutti i valori reali da $-\infty$ a $+\infty$. Questo cammino è contenuto nell'angolo formato dalle due direzioni OQ, OQ uscenti dall'origine e formanti colla direzione OP_0 l'angolo $\frac{\pi}{2s}$. La curva C'_0 si estende all'infinito avendo appunto per asintoti le due rette OQ, OQ': essa comprende nel suo interno il punto P_0, ma il punto $y=0$ è esterno ad essa. Essa può dunque sostituirsi alla C_0 nell'integrale (4) poichè anch'essa, per i valori non troppo grandi di *mod*x, non comprende che un'unica radice della (1), e perchè l'integrale resta finito, quantunque i rami della curva d'integrazione si estendano all'infinito. La formola (4) si viene così a identificare completamente, anche per quanto riguarda il cammino d'integrazione con quella data dal Signor Heymann nell'opera citata *), cioè:

$$y_k=\frac{-\varepsilon_k^{n-1}}{2\pi i}\int_0^\infty dx\int_{v'}^{v''} \frac{dv}{v^n+v^{n-s}+\varepsilon_k^n x}+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{s}} \quad k=0,1,\ldots,s-1, \tag{4'}$$

dove:

$$\varepsilon_k=e^{\frac{-2k\pi i}{s}}, v'=(-\tfrac{1}{2}-\infty.i)^{\frac{1}{s}}, v''=(-\tfrac{1}{2}+\infty.i)^{\frac{1}{s}}.$$

*) Cfr., *l. c.*, pag. 227.

3. — Ci occuperemo ora dell'espressione delle altre $n-s$ radici della (1) che si annullano per $x=0$. Questo problema si riconduce facilmente al precedente *). Infatti mediante una semplice trasformazione l'equazione (1) si può cangiare in un'altra dello stesso tipo in cui le trasformate delle $y_0, y_1, \ldots, y_{s-1}$ si annullano quando il termine indipendente dall'incognita va a zero e non si annullano invece le trasformate delle altre $n-s$ radici $Y_0, Y_1, \ldots, Y_{n-s-1}$ della (1). A tale oggetto basterà eseguire nella (1) la trasformazione:

$$y' = \frac{x^{\frac{1}{n-s}}}{y}. \tag{5}$$

Mediante tale trasformazione la (1) si cambia in

$$y'^n + y'^s + \xi = 0, \quad \text{dove} \quad \xi = x^{\frac{s}{n-s}} \tag{1'}$$

Infatti dalla relazione (5) si vede che quelle y che per $x=0$ non si annullano daranno luogo a delle y' che per $x=0$ (e quindi anche per $\xi=0$) si annullano, nel mentre che le y che si annullano per $x=0$, poichè esse si annullano precisamente secondo $x^{\frac{1}{n-s}}$ daranno invece luogo a delle y' che non si annullano più per $\xi=0$.

Ma le $n-s$ radici di (1)' che non si annullano per $\xi=0$ sono date, per quanto precede, dall'espressione

$$\frac{-\eta_k^{n-1}}{2\pi i}\int_0^{\xi} d\xi \int_{G_0} \frac{dv}{v^n + v^s + \eta_k^n \cdot \xi} + e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n-s}}, \; k=0,1,2,\ldots,n-s,$$

dove $\eta_k = e^{-\frac{2k\pi i}{n-s}}$ e dove il cerchio G_0 ha ora il centro nel punto $e^{\frac{\pi i}{n-s}}$; quindi le corrispondenti $Y_0, Y_1, \ldots, Y_{n-s-1}$ della (1) che si annullano per $x=0$ avranno le seguenti espressioni:

$$Y_k = \frac{x^{\frac{1}{n-s}}}{e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n-s}} - \frac{\eta_k^{n-1}}{2\pi i}\int_0^{x^{\frac{1}{n-s}}} dx \int_{G_0} \frac{dv}{v^n + v^{n-s} + \eta_k^n x}}, \; \eta_k = e^{-\frac{2k\pi i}{n-s}}, \; k=0,1,2,\ldots,n-s-1, \tag{6}$$

dove nel secondo membro per la quantità $x^{\frac{1}{n-s}}$ si prenderà, così nel numeratore come al limite superiore dell'integrale nel denominatore, uno stesso valore, che si potrà fissare a piacere come nella (5).

*) Cfr. Heymann, *l. c.*, pag. 233-234.

III.

1. — Considereremo ora l'equazione trinomia sotto la seconda forma fondamentale

$$y^n+\xi.y^{n-s}+1=0. \tag{1}$$

Per $\xi=0$ le n radici di quest'equaziono prendono i valori:

$$e^{\frac{\pi i}{n}}, e^{\frac{3\pi i}{n}}, \ldots, e^{\frac{(2n-1)\pi i}{n}},$$

che saranno rispettivamente rappresentati nel piano della variabile complessa y da n punti $P_0, P_1, P_2, \ldots, P_{n-1}$ situati sul cerchio di raggio 1 che ha per centro l'origine de numeri, e precisamente nei vertici di un poligono regolare di n lati inscritto in detto cerchio. Applicando la formola (12) del § I abbiamo dunque per quella radice y_k della (1) che per $\xi=0$ viene a cadere nel punto P_k la seguente espressione:

$$y_k=-\frac{1}{2\pi i}\int_0^{\xi} d\xi \int_{C_k} \frac{v^{n-s}dv}{v^n+\xi.v^{n-s}+1}+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n}}, \tag{2}$$

dove con C_k intendiamo, per fissare le idee, un cerchio col centro nel punto P_k e con un raggio eguale al lato del poligono regolare di $2n$ lati inscritto nella circonferenza di raggio 1. Anche qui, con procedimento affatto simile a quello tenuto nel § precedente (art. 1), cioè eseguendo nell'integrale

$$\int_{C_k} \frac{v^{n-s}dv}{v^n+\xi v^{n-s}+1},$$

la trasformazione $v=e^{\frac{2k\pi i}{n}}v'$, si può facilmente sostituire ai diversi cammini d'integrazione $C_1, C_2, \ldots, C_{n-1}$ lo stesso cammino C_0. Si ottiene per tal via:

$$y_k=-\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{2\pi i}\int_0^{\xi} d\xi \int_{C_0} \frac{v^{n-s}dv}{v^n+\varepsilon_k^s.\xi.v^{n-s}+1}+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n}}, k=0,1,2,\ldots,n-1, \tag{3}$$

dove $\varepsilon_k=e^{-\frac{2k\pi i}{n}}$.

2. — Se indichiamo con ρ un numero reale positivo abbastanza grande e con Q, Q i punti del piano della variabile complessa che rappresentano rispettivamente i numeri ρ e $\rho.e^{\frac{2\pi i}{n}}$, è chiaro che il triangolo OQQ', che ha per vertici l'origine dei numeri e i due punti Q, Q', comprenderà in se il cerchio C_0 e non conterrà alcun altro punto di discontinuità della funzione di v:

$$\frac{v^{n-s}}{v^n+\varepsilon_k^s.\xi.v^{n-s}+1},$$

all'infuori di quello già contenuto in C_0, sempre nel supposto che il parametro ξ non abbia un valore troppo grande. Si avrà dunque:

$$\int_{C_0} \frac{v^{n-s}dv}{v^n+\varepsilon_k^s.\xi.v^{n-s}+1} = \int_0^Q - \int_0^{Q'} + \int_Q^{Q'}$$

dove il cammino dei due primi integrali del secondo membro s'intenderà rettilineo e quello del terzo integrale rappresentato da un arco di cerchio passante per Q e Q' ed avente il centro nell'origine dei numeri. Per il secondo di questi integrali, essendo il suo cammino rettilineo lungo la OQ', si ha:

$$\int_0^{Q'} \frac{v^{n-s}dv}{v^n+\varepsilon_k^s.\xi.v^{n-s}+1} = e^{\frac{-2\pi(s-1)i}{n}} \int_0^{\rho} \frac{\rho^{n-s}d\rho}{\rho^n+\varepsilon_k^s.e^{\frac{-2\pi is}{n}}.\xi.\rho^{n-s}+1}$$

dove ora la variabile d'integrazione ρ percorre soltanto valori reali come quella del primo integrale. La formola (3) si trasforma così nella seguente:

$$y_k = -\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{2\pi i}\int_0^{\xi} d\xi \int_0^{\rho} \left\{ \frac{\rho^{n-s}}{\rho^n+\varepsilon_k^s.\xi.\rho^{n-s}+1} - \frac{e^{\frac{-2\pi(s-1)i}{n}}\rho^{n-s}}{\rho^n+\varepsilon_k^s.e^{\frac{-2\pi si}{n}}.\xi.\rho^{n-s}+1} \right\} d\rho + E_\rho + e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n}}, \quad (4)$$

dove

$$\varepsilon_k = e^{-\frac{2k\pi i}{n}}, E_\rho = -\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{2\pi i}\int_0^{\xi} d\xi \int_Q^{Q} \frac{v^{n-s}dv}{v^n+\varepsilon_k^s.\xi.v^{n-s}+1}. \quad (5)$$

Ora per la definizione data sopra del cammino d'integrazione QQ' si ha:

$$E_\rho = -\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{2\pi}\int_0^{\xi} d\xi \int_0^{\frac{2\pi}{n}} \frac{e^{(n-s+1)\theta i}.\rho^{n-s+1}.d\theta}{e^{n+i}.\rho^n+\varepsilon_k^s.\xi.e^{(n-s)\theta i}.\rho^{n-s}+1},$$

$$= -\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{2\pi\rho^{s-1}}\int_0^{\xi} d\xi \int_0^{\frac{2\pi}{n}} \frac{d\theta}{e^{(s-1)\theta i}+\varepsilon_k^s.\xi.\rho^{-s}.e^{-\theta i}+\rho^{-n}.e^{(n+s-1)\theta i}}$$

d'onde segue manifestamente

$$\left.\begin{array}{ll} \lim\limits_{\rho=\infty} E_\rho = 0 & \text{per } s>1 \\ \lim\limits_{\rho=\infty} E_\rho = -\dfrac{\xi}{n} & \text{per } s=1 \end{array}\right\}, \quad (6)$$

La formola (4) ci da dunque:

$$y_k=\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{2\pi i}\int_0^{\xi}d\xi\int_0^{\infty}\left\{\frac{e^{-\frac{2\pi(s-1)i}{n}}}{\rho^n+\varepsilon_k^s e^{\frac{-2\pi si}{n}}.\xi.\rho^{n-s}+1}-\frac{1}{\rho^n+\varepsilon_k^s.\xi.\rho^{n-s}+1}\right\}\rho^{n-s}d\rho+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n}}+E_s, \quad (7)$$

dove $\varepsilon_k=e^{-\frac{2k\pi i}{n}}$, ed $E=0$ per $s>1$, nel mentre che invece $E=-\frac{\xi}{n}$ per $s=1$. Questa formola si può anche scrivere così:

$$y_k=\frac{1}{2\pi i}\int_0^{\xi}d\xi\int_0^{\infty}\left\{\frac{\varepsilon_{k+1}^{s-1}}{\rho^n+\varepsilon^s_{k+1}.\xi.\rho^{n-s}+1}-\frac{\varepsilon_k^{s-1}}{\rho^n+\varepsilon_k^s.\xi.\rho^{n-s}+1}\right\}\rho^{n-s}d\rho+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n}}+E, \quad (7')$$

dove ε_k ed E hanno lo stesso significato indicato per la (7) *).

3. — Applicando la formola (7') a determinare le radici $y'_0, y'_1, \ldots, y'_{n-1}$ dell'equazione

$$y'^n+\xi.y'^s+1=0, \quad (1')$$

che si deduce dalla (1) mediante la trasformazione $y=\frac{1}{y'}$, si ha:

$$y'_k=\frac{1}{2\pi i}\int_0^{\xi}d\xi\int_0^{\infty}\left\{\frac{\varepsilon_{k+1}^{n-s-1}}{\rho^n+\varepsilon^{n-1}_{k+1}.\xi.\rho^s+1}-\frac{\varepsilon_k^{n-s-1}}{\rho^n+\varepsilon_k^{n-s}.\xi.\rho^s+1}\right\}\rho^s d\rho+e^{\frac{(2k+1)\pi i}{n}}+E', \quad (8)$$

dove ε_k ha lo stesso significato che aveva in (7)' e dove $E'=0$ eccettuato il caso di $n-s=1$, cioè di $s=n-1$, in cui $E'=-\frac{\xi}{n}$. Intanto fra le radici $y_0, y_1, \ldots, y_{n-1}$ della (1) e le $y'_0, y'_1, \ldots, y'_{n-1}$ della (1)' ha luogo la dipendenza

$$y_k=\frac{1}{y'_{n-k-1}},$$

come è manifesto dalle (7)' ed (8) per valori piccolissimi di ξ. Quindi la espressione (7)' di y_k equivale anche alla seguente:

$$y_k^{-1}=-\frac{1}{2\pi i}\int_0^{\xi}d\xi\int_0^{\infty}\left\{\frac{\varepsilon_{k+1}^{s+1}}{\rho^n+\varepsilon^s_{k+1}.\xi.\rho^s+1}-\frac{\varepsilon_k^{s+1}}{\rho^n+\varepsilon_k^s.\xi.\rho^s+1}\right\}\rho^s d\rho+e^{\frac{-(2k+1)\pi i}{n}}+E', \quad (7'')$$

dove $E'=0$ tranne il caso di $s=n-1$ in cui $E'=-\frac{\xi}{n}$.

*) Questa formola coincide con quella data dall'Heymann pag. 235 dell'opera citata a meno del termine additivo E. In effetto questo termine è sempre eguale a zero salvo il caso di $s=1$. Questo caso di eccezione sembra essere sfuggito all'Autore.

Per DINO PADELLETTI — Poche parole lette dal Socio Ordinario **L. Pinto.**

(Adunanza del dì 12 marzo 1892)

Signori,

Certamente voi avete intraveduta la ragione che mi ha spinto a chiedere di parlare. Il nostro chiarissimo collega e segretario, Prof. Dino Padelletti, non è più!

Un fiero attacco di *influenza* degenerata in polmonite lo ha spento in pochissimi giorni, mentre era nel fiore degli anni e nel pieno vigore della sua attività scientifica. E, per fatale congiuntura, egli spirò ieri l'altro un'ora dopo che avea reso l'anima a Dio la veneranda e diletta madre sua.

Innanzi al cadavere di lui, situato accanto a quello della mamma, io, per incarico del Presidente, detti ieri nel vostro e nel mio nome l'ultimo addio al collega ed all'amico. Permettetemi ora che di lui dica ancora qui qualche parola.

Dino Padelletti nacque nel 1852 a Montalcino presso Siena. Studiò Matematiche nella Università di Pisa, ove, non ancora ventenne, conseguì la laurea dottorale. Subito dopo, guadagnatosi per concorso un posto di perfezionamento all'estero, andò a studiare nel Politecnico di Zurigo e poi a Dresda, a Berlino ed a Londra. Tornato in Italia, nel 1875 fu incaricato di insegnare la teoria dei meccanismi nell'Istituto Superiore di Milano. Nel 1877, in seguito a concorso, fu nominato Professore Straordinario di Meccanica Razionale nella Università di Palermo, e nel 1879, quando Fortunato Padula succedette a Remigio del Grosso nell'insegnamento della Meccanica Celeste, il Padelletti fu trasferito nella nostra Università: e vi fu promosso ordinario nel 1884.

Solo da pochi mesi, per mancanza di posti, fu nominato Socio residente dell'Accademia Pontaniana: ma da più anni era Corrispondente della Società delle Scienze naturali ed economiche di Palermo. In questa R. Accademia delle Scienze fu nominato Socio nel 1882; ne fu Presidente il 1889, e dal principio del corrente anno funzionava da Segretario.

Tali titoli ed onorificenze il Padelletti li dovea al suo studio, al suo ingegno ed alla nobiltà del suo animo. Egli avea una vastissima cultura non solamente scientifica, ma anche letteraria; e ne fanno fede specialmente il *Discorso su Leonardo da Vinci*, *la Relazione sul riordinamento della Biblioteca Universitaria*, la *Nota sull'insegnamento pareggiato e l'Università di Napoli*, non che gli svariati ufficii sostenuti in qualità di R. Commissario della predetta Biblioteca, di membro del Collegio degli Esaminatori e di Ispettore degli Istituti Secondarii.

Le pubblicazioni scientifiche del Padelletti sono parecchie. Le prime, in ordine cronologico, riguardano la meccanica applicata e vertono sui Regolatori a forza centrifuga, sul dinamometro e sugli ingranaggi.

Le pubblicazioni consecutive riguardano esclusivamente la Meccanica Razionale e sono apparse nel Giornale di Matematiche del Battaglini, nel Giornale di Scienze Naturali ed Economiche di Palermo ed in un volume dei Transunti della R. Accademia dei Lincei; ed hanno per titolo: *Relazioni fra le traiettorie, le brachistocrone e le funi-*

colari (1879); *Figure alternamente reciproche ottenute mediante lo spostamento finito di un sistema rigido e diagrammi reciproci piani che se ne deducono* (1879); *Studii sui diagrammi reciproci*; *Principii del Calcolo dei Quaternioni elementarmente esposti* (1882); *Nota sulle catenarie* (1882). Le quali note furono poi fuse nei due volumi di *Lezioni di Meccanica Razionale* che servono di testo agli studenti.

Però le memorie più importanti egli le lesse a questa R. Accademia delle Scienze e sono inserite nei nostri Rendiconti. Per ordine sono le seguenti:

1. *Sugli assi coniugati di rotazione le cui direzioni comprendono un angolo costante ed in particolare sugli assi coniugati ortogonali*, 1880.

2. *Sull'equivalenza astatica di un sistema di forze nella rotazione intorno ad un asse*, 1881.

3. *Osservazioni sulla teoria delle dinami*, 1882.

4. *Su un calcolo nella teoria delle dinami analogo a quello dei Quaternioni*, 1882.

5. *Alcuni corollarii di un teorema del Prof. Fergola*, 1882.

6. *Sulla più semplice forma delle equazioni di equilibrio di un sistema rigido vincolato*, 1883.

7. *Sulle analogie fra la teoria della Astatica e quella dei momenti di inerzia*, 1883.

8. *Su una estensione del concetto di Polo e Caratteristica in Cinematica*, 1884.

9. *Sul centro delle forze nel piano*, 1884.

10. *Sui sistemi di forze impulsive*, 1884.

11. *Sulle superficie che rotolano una sull'altra nel moto di rotazione di un corpo attorno ad un punto*, 1886.

12. *Sulla composizione grafica delle forze nello spazio*, 1889.

13. *Sul movimento del pendolo semplice, quando si tiene conto dell' effetto della rotazione terrestre*, 1891.

Tutte coteste pubblicazioni del Padelletti dimostrano il suo entusiasmo per la Scienza che coltivava ed insegnava, e l'acume del suo ingegno. Anche in argomenti già noti e che pareano sfruttati, egli o faceva nuove osservazioni o rilevava nuove vedute. Spesso generalizzava teoremi che erano stati limitatamente dimostrati e più spesso alle consuete e pur classiche dimostrazioni con i metodi dell'analisi, ne sostituiva altre con metodi geometrici, perchè il più delle volte più semplici e più dirette.

Tale fu in breve il Padelletti come scienziato. Come Professore, sono noti a tutti il suo zelo, la chiarezza della sua parola, la gentilezza dei suoi modi e la cura grandissima che prendeva per tutti gli studenti, massime per i laureandi, ai quali era largo di consigli e di suggerimenti.

È anche nota la fermezza del suo carattere e la serenità ed imparzialità con cui disimpegnava i più delicati ufficii che il Governo spesso gli affidava.

Ora egli giace accanto alla mamma che adorava, e da cui nè anche in morte ha voluto separarsi!

Riposa in pace, o ben amato Padelletti. L'Accademia, della quale tu prendevi tanta cura, e che ieri ti inviò l'ultimo addio, oggi ti assicura che tu vivi ancora e vivrai sempre nella sua memoria.

Rapporto *sul lavoro del Signor* A. Montuori.

Chiarissimi Socii,

Il lavoro del Signor Montuori è stato eseguito sotto la direzione del Prof. Albini, e questo ha reso facile il còmpito della vostra Commissione.

Il quesito che si è proposto illustrare il giovane Signor Montuori è molto importante, cioè vedere in quanto il mutilare un animale della milza, che è un organo ematopojetico di alto valore, possa riuscire a modificare il potere microbicida del sangue.

A tal uopo si è opportunamente servito di culture su piastre di microbii ben noti, quali quelli del tifo, del colera, del bacterium coli, e previo innesto nel siero del sangue di cane, a diversi periodi dalla splenectomia, cioè 15-20-28 giorni.

Dal numero delle colonie che si sviluppavano sulle lastre di cultura nello spazio di 24 ore, ha potuto stabilire che dove il siero del sangue di cane dopo 15 giorni dalla splenectomia ha l'ordinario potere microbicida contro i microorganismi anzidetti, questo in cambio si attenua notevolmente dopo 20 giorni, ed è scomparso del tutto dopo 28 giorni.

Un risultato così netto e preciso è di molto valore per la Fisiologia e la Patologia, per cui la vostra Commissione, chiarissimi Socii, vi propone che il lavoro del Signor Montuori sia pubblicato nel Rendiconto della nostra Accademia.

A. de Martini
G. Albini
G. Paladino, *relatore.*

Influenza dell'asportazione della milza sul potere microbicida del sangue; nota *preventiva di* **A. Montuori.**

(Adunanza del dì 19 marzo 1892)

L'importanza della funzione emopoietica della milza ed i ben noti cambiamenti che essa prova in molti morbi da infezione microbica mi condussero a studiare quali alterazioni subisca il potere microbicida del sangue negli animali aspleni.

Le mie ricerche datano da circa tre mesi, e la tolleranza massima che gli animali mostrano verso la splenectomia mi ha messo in grado di sperimentare sopra un buon numero di essi (cani e conigli). Il metodo adottato per provare il potere microbicida del sangue è stato quello impiegato dalla maggior parte degli sperimentatori che si sono occupati di argomenti simili. Ho innestato cioè un determinato numero di microrganismi di una specie, il cui modo di comportarsi verso il sangue è bene conosciuto, (*tifo, colera, bacterium coli commune*), in una certa quantità di siero di sangue o sangue defibrinato e poi, col processo delle piastre di gelatina alla Koch, ho numerati i microrganismi esistenti nel sangue innestato, immediatamente dopo l'innesto stesso, e quindi successivamente dopo una, due e ventiquattr'ore.

Il fatto importante da me costantemente riscontrato è che, almeno nei cani e nei conigli, *l'ablazione della milza toglie, dopo un certo tempo, al sangue il potere microbi-*

cida. Questo però non sparisce d'un tratto, ma per un mese in media va gradatamente scemando fino a scomparire del tutto dopo circa 35-40 giorni dall'operazione.

Come dimostrazione ecco le prove fatte col sangue di un cane dopo 15, 20, 38 giorni dalla splenectomia:

I. — Sangue esaminato dopo 15 giorni

Microrganismi innestati	NUMERO DEI MICRORGANISMI			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	25000	2500	10	30
Colera	10000	350	7	8
Bact. coli	7410	180	40	0

Il sangue, adunque, a 15 giorni dall'operazione, presentava un potere microbicida normale.

II. — Sangue dello stesso cane dopo 20 giorni

Microrganismi innestati	NUMERO DEI MICRORGANISMI			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	11970	7930	6025	innumerevoli
Colera	12000	9230	7962	idem
Bact. coli	6096	4835	5723	idem

In questa seconda prova il potere microbicida del sangue è notevolmente diminuito.

III. — Sangue dello stesso cane dopo 38 giorni

Microrganismi innestati	NUMERO DEI MICRORGANISMI			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	5935	6212	8323	innumerevoli
Colera	3218	3890	4207	idem
Bact. coli	6090	6000	8753	idem

Il potere microbicida è scomparso del tutto.

Benchè debba meglio studiare il fenomeno ed accompagnarlo per un tempo più lungo, per vedere se esso persiste o no, e benchè sia avviato a spiegarne la ragione, studiando il sangue degli animali smilzati, riguardo alle diverse sostanze cui gli autori vollero attribuire il potere microbicida, pure ho creduto di dovere pubblicare questa mia osservazione abbastanza importante dal punto di vista della fisiologia della milza e dal punto di vista della quistione dell'immunità verso le infezioni. Si crede infatti da molti che il potere microbicida del sangue sia l'unico fattore dell'immunità degli animali verso certe infezioni, mentre altri opinano che tale immunità dipenda da determinate attività cellulari. Ora, dato, come credo, di poter dimostrare, che la splenectomia tolga anche agli altri liquidi e tessuti organici il potere microbicida, è chiaro che se gli animali aspleni si mantengono immuni a determinate infezioni, come lo erano allo stato normale, la loro immunità dovrà attribuirsi ad altre cause che non sono quelle che dànno al sangue il potere microbicida; se invece gli animali smilzati perdono questa immunità, resterà chiaramente dimostrato che esse dipendono appunto dal potere microbicida.

Ringrazio intanto l'illustre Prof. Albini per gl'incoraggiamenti ed aiuti di cui mi è stato largo in questo mio lavoro, che spero tra breve poter completare.

Istituto fisiologico della R. Università di Napoli,
5 Marzo 1892.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

GENNAJO 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle Nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h m.	3h s.	9h s.	Medio diurno	9h m.	9h s.	9h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	9h m.	3h s.	9h s.	Medio diurno	9h m.	3h s.	9h s.	Medio diurno	9h m.	3h s.	9h s.	9h m.	3h s.	9h s.	9h m.	3h s.	9 s.		
1	47.6	46.1	45.7	46.47	12.7	13.5	12.5	10.8	13.7	12.42	10.0	9.5	9.6	9.70	93	83	90	88.7	9	10	3	S	SSW	S	0	0	3	—	0.5
2	45.0	44.1	45.2	44.77	12.0	12.5	10.7	10.4	13.5	11.65	9.8	9.4	8.6	9.27	95	88	91	91.3	9	10	1	S	SSW	SSW	0	0	0	—	0.0
3	45.9	44.0	44.2	44.70	9.3	8.7	6.9	6.7	11.4	8.58	7.8	6.6	5.2	6.53	89	78	70	79.0	10	10	0	S	N	NE	0	0	0	7.2	1.0
4	47.8	47.6	48.1	47.83	6.5	10.2	8.5	5.6	10.2	7.70	5.3	4.3	6.3	5.30	74	46	76	65.3	0	0	3	NNW	SSW	SSW	0	0	0	—	1.3
5	47.3	45.8	45.0	46.03	9.9	10.8	11.0	8.1	11.0	10.00	7.8	8.6	8.9	8.43	86	90	91	89.0	10	10	10	SE	E	SE	0	2	1	6.7	1.4
6	41.1	39.4	42.9	41.13	11.8	10.1	5.8	5.8	12.5	8.97	8.6	7.7	6.2	7.50	84	83	90	85.7	10	10	10	SSW	S	SSW	1	9	10	10.3	0.5
7	44.8	45.4	47.3	45.83	8.5	11.4	10.0	5.5	11.5	8.88	7.6	7.0	8.2	7.60	92	70	89	83.7	10	0	10	SW	SW	SW	0	2	0	8.3	1.4
8	49.0	47.6	47.5	48.03	10.2	11.8	11.0	9.0	12.0	10.55	7.5	6.7	8.2	7.47	81	65	83	76.3	6	10	10	SSW	S	S	0	0	1	2.3	0.5
9	41.7	37.3	33.6	37.53	11.0	11.0	10.5	9.8	12.1	10.85	8.8	8.0	7.3	8.03	90	81	76	82.3	10	10	10	SE	S	SSW	8	13	23	12.6	1.0
10	37.3	40.0	44.9	40.73	8.8	9.5	9.0	6.1	9.6	8.37	5.3	4.3	4.9	4.83	63	48	57	56.0	9	3	5	N	SW	SW	19	25	16	6.5	2.4
11	48.6	48.6	43.4	46.87	6.8	10.6	9.0	5.7	13.5	8.75	6.2	7.3	7.1	6.87	84	75	83	80.7	7	7	10	N	NW	S	6	1	0	10.7	1.2
12	43.7	41.9	41.8	42.47	13.0	13.7	11.6	9.3	13.7	11.90	9.2	9.3	9.2	9.23	83	80	91	84.7	4	10	9	S	E	SSE	2	2	0	—	0.6
13	39.8	35.8	32.4	36.00	12.0	14.8	15.5	9.8	15.5	13.20	6.4	6.9	8.0	7.10	62	55	60	59.0	5	10	10	NNW	W	SSW	2	0	4	—	1.4
14	34.1	32.3	31.6	32.67	12.6	13.8	11.5	10.3	13.8	12.05	8.8	8.5	6.4	7.90	82	72	63	72.3	7	0	10	S	S	SSW	13	3	9	2.1	1.8
15	34.8	36.3	38.9	36.67	10.5	10.0	8.5	8.3	12.1	9.85	7.4	7.1	6.8	7.10	79	79	83	80.3	4	10	4	S	WSW	SW	3	4	3	3.5	2.6
16	41.4	44.1	47.4	44.30	8.7	8.7	7.4	7.4	9.5	8.25	6.2	5.4	5.5	5.70	74	64	7	70.0	10	5	3	SW	S	SW	6	8	0	5.8	2.2
17	52.6	52.6	53.2	52.80	7.5	11.3	9.5	6.4	11.4	8.70	4.7	7.1	6.2	6.00	61	71	70	67.3	1	0	0	N	ENE	WNW	0	0	0	—	1.0
18	50.9	47.9	45.4	48.07	9.8	12.4	9.6	7.0	13.5	9.98	5.8	5.4	8.0	5.47	64	50	58	57.3	6	1	0	SW	NNW	NW	0	0	4	—	1.2
19	39.5	37.5	37.7	38.23	12.0	9.5	10.0	8.5	14.5	11.25	7.6	8.1	8.1	7.93	73	92	88	84.3	10	10	4	ENE	SE	NNW	14	7	0	8.3	1.8
20	37.8	37.7	40.3	38.60	8.0	10.6	7.2	6.8	11.3	18.33	6.6	6.5	4.2	5.77	82	69	55	68.7	6	1	4	NNW	NW	NNE	4	1	3	—	1.0
21	44.8	46.6	50.3	47.23	6.7	7.9	2.5	2.5	8.0	4.92	4.5	4.8	3.5	4.27	61	60	63	61.3	8	0	0	N	NE	N	0	0	2	—	0.8
22	54.4	55.6	56.9	55.63	2.8	8.3	5.6	1.4	8.3	4.53	3.3	4.1	3.7	3.70	59	51	55	55.0	7	2	0	N	N	N	6	0	0	—	1.8
23	55.9	54.8	54.3	55.00	7.5	10.7	8.5	4.9	10.7	7.90	4.7	5.9	5.7	5.43	61	62	69	64.0	10	1	10	NW	S	SW	0	1	0	—	2.0
24	54.9	53.7	53.7	54.10	9.4	11.7	9.5	7.5	12.1	9.62	6.3	7.3	6.5	6.70	71	72	74	72.3	7	1	0	W	NE	N	0	0	1	—	1.0
25	52.1	50.4	49.3	50.60	8.8	10.5	10.1	6.9	11.5	9.53	5.3	6.2	5.3	5.60	63	65	57	65.0	10	10	10	NNE	NNW	N	3	0	0	—	2.0
26	43.2	40.7	41.9	41.93	8.5	8.9	6.0	6.0	11.6	8.02	6.8	4.6	4.2	5.20	83	54	60	65.7	10	10	10	N	ENE	ENE	0	1	15	9.3	0.5
27	43.5	43.3	44.9	43.90	5.6	7.0	4.0	4.0	7.2	5.20	3.2	3.0	3.2	3.13	46	40	52	46.0	0	7	0	NNE	NE	NE	9	10	4	—	2.2
28	44.6	43.8	46.4	44.93	5.0	7.4	5.9	2.6	8.0	5.37	3.7	4.3	3.7	3.90	57	57	53	55.7	0	1	2	NE	NE	NE	0	0	1	—	2.0
29	51.3	52.0	52.4	51.90	7.0	10.9	8.5	5.6	11.0	8.03	5.0	4.9	6.0	5.30	67	51	73	63.7	7	0	0	NNE	N	WSW	3	1	7	—	2.8
30	54.4	54.5	56.2	55.03	8.6	12.3	9.0	7.0	12.3	9.22	5.5	5.8	5.7	5.67	66	54	67	62.3	0	0	0	W	E	SW	0	3	0	—	1.3
31	50.9	53.4	52.0	52.10	10.6	12.1	11.0	8.3	12.5	10.60	7.8	7.8	8.2	7.93	83	74	83	80.0	6	1	10	SW	W	S	0	1	0	—	0.6
Medi mens.	45.83	45.19	45.64	45.55	9.10	10.73	8.91	6.90	11.60	9.13	6.56	6.53	6.32	6.47	74.5	67.1	72.3	71.4	6.7	5.2	5.1							somma 93.6	somma 41.8

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

FEBBRAJO 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9 s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	53.0	52.1	51.8	52.30	10.5	14.0	10.5	8.7	15.2	11.22	7.3	7.8	8.3	7.80	76	66	88	76.7	0	0	0	NNW	SW	SE	0	1	0	—	0.9
2	47.2	43.8	41.8	44.27	11.4	11.8	11.6	9.5	12.6	11.28	7.7	8.0	8.3	8.00	77	78	82	80.3	10	10	10	SW	SW	SSW	6	4	4	—	0.5
3	33.9	31.9	31.4	32.40	9.5	9.8	5.6	5.6	15.0	8.92	6.8	4.9	5.6	5.77	76	54	83	71.0	10	10	10	WSW	SW	NE	7	16	2	15.0	1.8
4	33.3	33.9	38.5	35.23	6.4	9.0	6.2	3.5	9.0	6.28	5.5	5.4	4.3	5.07	76	63	60	66.3	3	7	2	NW	NW	NNE	0	1	0	8.7	0.8
5	45.4	44.9	45.3	45.20	6.5	9.7	7.6	4.2	9.7	7.00	4.2	4.2	5.0	4.47	58	47	64	56.3	0	0	4	N	SW	SW	0	5	0	—	1.0
6	45.0	44.6	45.6	45.07	8.5	12.2	9.5	7.2	12.2	9.35	6.3	6.8	7.9	7.00	76	64	89	76.3	7	4	7	NW	SW	SW	0	2	0	—	1.0
7	46.6	46.5	47.5	46.87	10.[illegible]	12.2	10.6	8.5	12.4	10.37	7.6	8.4	7.3	7.77	83	80	75	79.3	6	3	10	N	S	SW	0	2	0	—	0.5
8	47.2	44.4	42.3	44.63	11.0	12.5	11.0	9.5	13.2	11.18	8.9	7.9	8.2	8.33	91	73	83	82.3	7	10	10	W	SW	SW	0	3	2	—	0.0
9	37.7	38.6	40.1	38.80	10.0	10.8	10.0	9.5	14.5	11.00	8.7	8.8	8.8	8.73	95	92	96	94.3	10	10	10	E	NE	ENE	0	0	0	10.3	1.2
10	42.9	44.3	45.7	44.30	3.7	1.2	4.0	0.6	10.6	4.72	4.8	4.5	4.3	4.53	80	91	70	80.3	10	10	10	NE	E	ENE	11	11	14	29.1	0.8
11	47.1	46.9	47.8	47.27	4.5	6.0	4.9	3.5	6.7	4.90	4.4	4.4	4.4	4.40	70	63	67	66.7	10	10	10	NE	NNE	NNE	0	4	5	6.6	1.5
12	49.0	47.9	49.0	48.63	7.5	10.8	7.5	5.0	10.8	7.70	4.5	4.9	4.7	4.70	59	51	61	57.0	6	1	0	NE	NE	N	0	1	2	0.4	0.8
13	45.3	42.3	40.5	42.70	7.0	10.7	9.3	5.6	10.7	8.15	5.0	6.6	6.9	6.17	67	69	79	71.7	0	5	6	NW	SW	WSW	0	1	8	—	1.2
14	40.7	40.7	44.7	42.03	3.0	6.0	2.6	1.8	10.0	4.35	4.4	2.7	3.1	3.40	78	39	57	58.0	10	9	0	NNE	NE	ENE	15	9	0	0.5	1.0
15	47.0	45.2	44.3	45.50	3.8	7.7	7.2	0.9	9.0	5.23	3.5	3.8	6.4	4.57	57	48	84	63.0	2	10	10	NW	E	SSW	0	1	4	—	1.8
16	42.0	39.4	38.7	40.03	8.5	10.9	11.0	6.7	11.2	9.35	8.1	7.1	8.7	7.97	98	72	89	86.3	10	10	10	SSW	N	S	0	3	2	5.7	1.6
17	36.3	34.8	34.5	35.20	10.6	11.7	11.5	9.0	12.1	10.80	7.3	7.3	7.9	7.50	85	72	78	78.3	7	10	5	SSW	SSW	SW	7	12	15	2.2	1.8
18	36.3	38.8	41.9	39.00	9.2	8.8	8.0	6.0	11.5	8.67	3.7	3.9	6.6	4.73	42	47	82	57.0	3	7	7	WSW	SW	SW	30	14	8	4.5	2.5
19	44.3	43.4	44.6	44.10	9.8	13.1	12.5	7.2	13.1	10.65	6.6	7.4	6.5	6.83	73	66	60	66.3	10	9	0	S	NNW	SW	1	3	0	—	2.0
20	45.6	46.2	47.8	46.53	16.2	17.0	14.6	12.3	18.0	15.28	8.3	7.9	8.2	8.13	60	55	67	60.7	8	8	8	S	E	SSE	1	12	3	—	1.5
21	48.8	48.4	48.4	48.53	14.0	15.7	12.9	12.5	16.0	13.85	9.0	9.1	7.5	8.53	76	68	68	70.7	1	0	0	SW	SW	SW	0	2	0	—	2.8
22	47.7	47.0	47.9	47.53	13.4	14.6	12.0	11.4	15.5	13.07	8.7	8.2	8.2	8.37	76	67	79	74.0	1	9	0	SW	SW	SW	0	2	1	—	0.8
23	48.5	48.2	49.0	48.57	12.5	15.4	13.7	11.4	15.5	13.28	8.3	7.1	7.0	7.47	77	55	60	64.0	9	3	0	SW	S	S	0	1	0	—	0.6
24	49.9	49.4	50.6	49.97	13.2	14.8	11.6	11.4	15.5	12.92	8.9	8.5	9.2	8.87	77	68	91	78.7	3	5	8	NW	SW	SSW	0	8	0	—	0.8
25	50.8	51.1	51.9	51.27	11.5	13.7	11.5	10.7	14.0	11.93	9.5	9.4	8.5	9.13	95	81	85	87.0	10	9	10	SW	S	S	0	0	0	10.0	0.5
26	51.2	50.9	50.8	50.97	12.2	12.7	12.5	11.2	13.5	12.35	9.4	9.9	9.1	9.47	90	91	86	89.0	10	10	10	SE	SE	SE	0	1	1	1.4	1.0
27	50.9	50.2	50.2	50.43	12.0	13.9	11.6	11.5	14.2	12.32	9.9	9.4	9.4	9.57	96	80	94	90.0	10	3	0	SW	SW	SW	5	0	0	9.2	0.0
28	48.4	46.0	44.3	46.23	12.0	13.9	12.0	11.7	14.0	12.43	8.2	10.0	9.9	9.37	79	85	96	86.7	10	10	10	S	SSW	E	0	2	1	11.2	0.9
29	45.6	45.4	46.0	45.67	12.4	13.9	11.0	10.3	14.1	11.95	8.6	8.3	8.3	8.40	80	70	85	78.3	6	3	0	SW	SW	SW	3	1	0	9.5	0.6
Medi mens.	45.09	44.39	44.93	44.80	9.68	11.53	9.81	7.82	12.75	10.02	7.04	6.99	7.19	7.07	76.7	67.4	77.9	74.0	6.6	6.7	5.8							somma 124.3	somma 32.1

Catalogo dei libri venuti in dono nei mesi di Gennajo, Febbrajo e Marzo 1892.

I. — Pubblicazioni Italiane

Asti	*Le Stazioni sperimentali agrarie italiane.* Vol. XXI, fasc. 5 e 6, 1891; Vol. XXII, fasc. 1 (1892).
Catania	*Accademia Gioenia di Scienze Naturali.* Atti, Anno 67°, 1890-91, Ser. 4ª, vol. III.
Firenze	*Biblioteca Nazionale Centrale.* Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1891-92, N. 143, 147 e 148.
»	— Elenco delle pubblicazioni periodiche italiane, ricevute dalla Biblioteca nel 1891.
»	*Rivista scientifico-industriale.* Anno XXIII, 1891, N. 22-24. Anno XXIV, 1892, Numeri 1, 2, 3 e 4.
»	*Bollettino della Società Botanica Italiana.* Anno 1892.
Genova	*Società Ligustica di scienze naturali e geografiche.* Atti, Vol. II, N. 11, 1891.
»	*Società di letture e conversazioni scientifiche.* Commemorazione di Jacopo Virgilio per *A. Pontiglioni,* 1892.
Jesi	*Comizio agrario del circondario di Ancona.* Giornale di Agricoltura. Anno LI, N. 11-12; 1891; Anno LII, N. 1 e 2.
Milano	*R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.* Rendiconti, Vol. XXIV, Ser. 2ª, fasc. 18-20, Vol. XXV, 1892, fasc. 1; Memorie, Vol. XVII (VIII, della Serie III). Rendiconti Ser. 2ª, Vol. XXV, fasc. 3 e 4.
»	*Osservatorio astronomico di Brera.* Osservazioni fatte nella R. Specola di Brera durante l'ecclissi di luna del 15 Nov. 1891 dal D. M. Rajna, di pag. 6.
»	— Calendario astronomico di Milano per l'anno bisestile 1892.
»	— Articoli generali del Calendario per l'anno 1893.
»	*L'Elettricità.* Anno X, N. 50 e 51; Rivista Settimanale illustrata. Anno XI, N. 1, 7, 8, 9, 10 e 11.
Moncalieri	*Osservatorio centrale del R. Collegio Carlo Alberto.* Bollettino mensuale, Serie 2ª, Vol. XI, N. 12 con frontispizio ed indice; Vol. XII, N. 1-2, 1892.
Napoli	*Reale Istituto d'Incoraggiamento.* Atti, 4ª Serie, Vol. IV, 1891.
»	— Rendiconto, Anno IV, fasc. 11 e 12, 1891.
»	— Annuario per l'anno 1892.
»	*Accademia Pontaniana.* Atti, Vol. XXI, 1891.
»	— Indice di tutti i volumi degli Atti pubblicati dal 1810 al 1890.
»	— Annuario pel 1892.
»	*Zoologische Station.* Mittheilungen zugleich ein Repertorium für Mittelmeerkunde, X Bd., 2 Heft. Berlin 1891, con tavv.
»	*Società di Naturalisti.* Bollettino, Ser. I, Vol. V, 1891, fasc. 2.
Padova	*Società Veneto-Trentina di scienze naturali.* Atti, Vol. XII, fasc. II, 1891.
Palermo	*Circolo Matematico.* Rendiconti, Tom. V, fasc. 6, 1891, Nov. e Dic.
»	*R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti* Atti, 3ª Serie (1891), vol. I.
Pisa	*Società Toscana di Scienze Naturali.* Atti, Vol. VII. Processi verbali del 10 Maggio e 5 Luglio 1891; Atti e Memorie, Vol. VI, fasc. 3 ed ultimo, 1892.
	— Processi verbali. Vol. VIII, 1891-92.

ROMA — *Ministero delle Finanze (Direzione Generale delle Gabelle).* Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione—Gennaio a Novembre 1891.

» *Reale Accademia dei Lincei.* Atti, Ser. IV. — Rendiconti, Vol. VII, fasc. 11-12 e Indice del Volume 1891; Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, Vol. VI, 1889, Ser. 5ª, 1892, Vol. I, fasc. 1, 2, 3 e 4.

» — (Serie 4ª) 1890. Classe di scienze morali, storiche e filologiche, Vol. VI, VII e VIII, 1890 91.

» — Rendiconti, Serie 5ª, Vol. I, fasc. 1.

» — Programmi de' concorsi a premi.

» *Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele.* Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Vol. V, VI; 1891 N. 5-12; Indice alfabetico 1890; Vol. VI, 1891, N. 12; Vol. VII, N. 13-14 febbraio.

» *Istituto d'Igiene Sperimentale.* Annali, Vol. I (N. S.) fasc. 3° e 4°, 1891.

» *Società degl'Ingegneri ed Architetti.* Annali, Anno VI, fasc. 5°, 1891.

» *Periodico di Matematiche per l'insegnamento secondario.* Anno VII, 1892, fasc. 1°.

» *Giornale medico del Regio Esercito e della Regia Marina.* Anno XXXIX-XL, N. 11 e 12, 1891. N. 1, 1892.

» *Società degli Spettroscopisti italiani.* Memorie, Vol. XX-XXI, disp. 11 e 12, 1891; disp. 1 e 2, 1892.

» *L'Elettricista.* Anno I, N. 1, 1892.

» *Rassegna delle Scienze geologiche in Italia.* Anno I, 1891, fasc. 3 e 4 (parte 1ª).

SALERNO — *Real Società Economica.* Il Picentino. Anno XXIV, 1891, fasc. 12; Anno XXV, 1892, fasc. 1° e 2°.

SIENA — *R. Accademia dei Fisio-Critici.* Atti, Ser. 4ª, Vol. III, fasc. 10 e supplem.; Bollettino della Sezione de' cultori delle scienze mediche. Anno VI, 1888, fascicoli 6 a 10.

TORINO — *Società Meteorologica Italiana.* Annuario meteorologico italiano. Anno VII, 1892.

» *Rivista di Matematica.* Vol. II, fasc. 1°, 1892.

» *R. Accademia delle Scienze.* Atti Vol. XXVII, disp. 1 e 2 (1891-92).

VENEZIA — *Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed Arti.* Memorie Vol. XXIV (1891).

» — Atti, Tom. XXXVIII (Ser. 2ª, Tom. II, disp. 10 (1890-91).

» *Neptunia.* Rivista mensile per gli studi di scienza pura ed applicata sul mare e suoi organismi. Anno I-II, N. 9, 11, 12 e 13; 1891.

ALBINI Prof. GIUSEPPE — Ernesto Brüke. Poche parole commemorative pronunciate nella lezione del 12 Gennaio 1892, in 8° di pag. 7.

BASSO Prof. GIUSEPPE — *Giuseppe Pisati.* Parole commemorative. Torino, 1892.

BLASIO (di) ABELE — I cranii dei Sanniti. Saggio antropologico. Siena, 1891.

CALDARERA Ing. FRANCESCO — Primi fondamenti della geometria del piano. Palermo, 1891, in 8°.

CARUELII THEODORI — Epitome Florae Europae terrarumque affinium etc. — Fasc. 1°. *Monocotyledones.* Florentiae, 1892.

COSSA Prof. ALFONSO — In commemorazione del Socio straniero *Giovanni Servasio Stas.* Torino, 1892.

MATTEUCCI R. V. — Sulla fase eruttiva del Vesuvio cominciata nel giugno 1891. Napoli, 1891, in 4° di pag. 31, con tavv.

MOTTI G. A. M. S. A. — Risoluzione della quadratura del circolo e quadratrice di Dinostrato con modificazione ai valori delle formole del pendolo. Quadratura dell'ellissi. Pavia, 1892 in 8° di pag. 64.

PARLATORE FILIPPO — Flora Italiana continuata da Teodoro Caruel. Vol. IX, parte 2ª. *Frankeniacee*, Firenze, 1892 in 8⁰.

RICCÒ M. A. — Tremblements de terre, soulèvement et éruption sous-marine à Pantelleria; 1891, in 4⁰ di pag. 3.

RICCÒ A. — Terremoti, sollevamento ed eruzione sottomarina a Pantelleria, Nota con Appendice di Sebastiano Consiglio Ponte. Roma, 1892, in 4⁰ di pag. 23 con tav.

VECCHI Prof. STANISLAO — Teoria geometrica delle prospettive in rilievo sopra le superficie curve — Parma, 1891, di pag. 10 con tavv.

— Teoria geometrica delle restituzioni prospettive per immagini date sopra superficie curve. Parma, 1891, in 4⁰ di pag. 11 con tavv.

— Il primo centenario della nascita di *Ferrante Aporti*. Mantova 1891; Anno III, N. 1, Mantova, 1892.

II. — PUBBLICAZIONI ESTERE

BALTIMORE — *Johns Hopkins University*. Circulars, Vol. XI, Nos. 92-95.

» — American Chemical Journal, Vol. XIII, N. 2 6, 1891.

» — Studies from the biological Laboratory, Vol. V, No. 1, 1891.

» — American Journal of Philology, Vol. XI, N. 4, 1890, Vol. XII, N. 1, 1891.

» — American Journal of Mathematics, Vol. XIII, Nos. 3-4, 1891.

BARCELONA — *R. Academia de Ciencias y artes*. Bolletin 3ª epoca. Anno I, Vol. I. — Enero de 1892.

BASEL — *Naturforschende Gesellschaft*. Verhandlungen. Band. IX, Heft. 2, 1891.

BERLIN — *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*. Band. XXI, Tahrg. 1889, Heft. 1.

BORDEAUX — *Société des Sciences physiques et naturelles*. Mémoires. Tom. V, 1er Cahier, 1890.

» — Commission entomologique de la Gironde. Observations pluviometriques et thermomètriques faites dans le département de la Gironde de juin 1889 à mai 1890, note de M. G. Rayet (1890).

BOSTON — *Society of Natural History*. Proceedings, Vol. XXV, Part. 2d, Jan.-May 1891.

BRUXELLES — *Revue homoeopathique Belge*. 18e Année, N. 8-9, Nov. et Déc. 1891.

BUDAPEST — *R. Institut Géologique de Hongrie*. Mittheilungen. IX Bd., 6. Heft. Foldtani Közlöny, XX Kötet; 1-12 füzet.

» — *Académie Hongroise des Sciences*. Bulletin des Sciences naturelles et mathématiques. Tom. VIII, 6 9; Tom. IX, 1-9 (1890-91).

» — Rapports de la section des Sciences Naturelles. Tom. XX, Nos. 1, 3 et 4. Tom. XXI, Nos. 1, 2 (1890-91).

» — Rapports de la section de Mathématique. Tom. XIV, Nos. 4 (1890).

» — Mémoires des Sciences naturells et mathématiques. Tom. XXIV, N. 1-7 (1890-91).

» — Naturwissenschaftliche Berichte. Tom. VIII, 1891.

BUENOS AYRES — *Bulletin mensuel de statistique municipale de la ville de Buenos Ayres*, 1891, N. 10, 11 e 12, Novembre e Dicembre.

CALCUTTA — *Geological Survey of India*. Memoirs, Vol. XXIII e XXIV, part. 2 e 3, 1890 (frontespizio ed indice) vol. XXIV.

» — Palaeontologia Indica — Ser. XIII, Vol. IV, Part. I e II.

» — Records, Vol. XXIV, part. I and IV, 1891.

» — Content and Index of the first twenty volumes of the Records 1868 to. V, 1887.

CINCINNATI — *The Journal of comparative Neurology*. Vol. I, Dec. 1891, Vol. II, February 1892.

COPENHAGUE — *Académie Royale Danoise des Sciences et des Lettres*. Mémoires. Classe des Sciences, 6e Série.

Vol. V, N. 4 — Analytiske Undersögelser over Primtal maengderme af *L. Lorenz*. 1891.

Vol. VII, N. 3 — Omnogle Grundstoffers allotrope Tilstandsformer af *Emil Petersen*, 1891.

Vol. VII, N. 4 — Familien Podostermaceae Studier af Dott. *Eug. Warming*. 1891.

» — Bulletin pour 1891 (N. 2, Mars-Mai).

» — Forhandlingar og dets Medlemmers Arbeider i Aaret. 1898.

CRACOVIE — *Académie des Sciences*. Comptes-rendus des séances. Décembre 1891.

» Bulletin international. Comptes-rendus des séances de l'année 1892, Janvier et Février.

» — Widzial Matematyczno-przyrodnicny Tom. XVIII, Zes, 1 : 1891.

» — — Ser. II, Tom. I, 1891.

» — Sprowozdanie Komisgi Fizyjograficznej Tom. XXV, XXVI, 1890.

» — Rocznik zarzadu Akademii Umiejetnosci Rok 1889.

DIJON — *Académie des Sciences, Arts et B. Lettres* Mémoires, 4e Série Tom. II (1890-91).

DUBLIN — *Royal Irish Academy*. Transactions, Vol. XXIX, part. 17 — The theory of permanent screws, being the 9th memoir of the theory of screws, by sir *Robert Stawell Ball*. 1891.

EKATERINEMBOURG — *Société Ouralienne des Amateurs des sciences naturelles*. Bulletin, To. XII, livr. 2 et dernière, 1891.

GRAZ — *Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark*. Mittheilungen, Jahr. 1890.

HAARLEM — *Société Hollandaise des Sciences*. Archives Néerlandaises To. XXV, Livr. 3 et 4.

HALLE — *Zeitschrift für Naturwissenschaften*. LXIII Bd. N. 2, 3 e 6; LXIV Bd. N. 1-4.

HELSINGFORS — *Societas pro fauna et flora Fennica*. Meddelanden. Häftet 16 (1891). Acta Vol. VI, VII (1889-90).

KASAN — *Société physico-mathématique*. Bulletin, 2e Série, Tom. I, Nos. 2, 3 et 4.

KJOBENHAVEN — Nyt Tidsskrift for Mathematik.

» A. III. Aargang, N. 1-2.

» B. III. Aargang, N. 1.

» Andex Aargang, N. 2-4 (1891).

LEIPZIG — *Kais. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften*. Berichte über die Verhandlungen math.-phys. Classe — 1891, III.

» *C. Neumann*. — Ueber einen eigenthümlichen Fall elettrodynamyscher Induction. 1892.

» *Fürstliche Jablonowskische Gesellschaft*. Preisschriften—XXIX. *Reinhard Brauns*. Die optischen Anomalien der Krystalle. Mit sechs Tafeln, 1891.

LONDON — *Royal Society*. Proceedings, Vol. L, Nos. 303-305.

Catalogue of scientific papers (1874-1883) Vol. IX, 1891.

» *Chemical Society*. Journal, Vols. LIX e LX, Nos. 349 351.

Proceedings. Nos. 103-107, 1891-92.

» *Royal astronomical Society*. Monthly notices. Vol. LII, Nos. 1-3, 1892.

» *Mineralogical Society*. Mineralogical Magazine and Journal, Vol. IX, No. 44, 1891.

» *Nature*. Vol. XLV, Nos. 1155-1167, (1892).

» *Mathematical Society*. Proceedings. Vol. XXII. N. 426-432.

» *The Manchister Museum. Owens College*. Museum Handbooks. 1. Outlien Classi-

fication of the animal Veingdoon. 2. General Guide tothe contents of the Museum (illustrated). 3. Descriptive Catalogue of the embryological models.

LYON — *Université*. Annales Tom. I. La Doctrine de Malherbe d'après son commentaire sur Desportes, par *Ferdinand Bruot*, 1891; Tom. II—Recherches anatomiques et expérimentales sur la métamorphose des amphibiens anoures, par *E. Bataillon*, 1891.

MADRID — *Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales*. Memorias, To. XV, 1890-91.

MAGDEBURG — *Naturwissenschaftlicher Verein*. Jahresbericht und Abhandlungen, 1890.

MANCHESTER — *Geological Society*. Transactions, Sess. 1891-92, Vol. XXI, part. 12.

» — *Literary and Philosophical Society*. Memoirs and Proceedings, IV Ser., Vol. IV, Nos. 4-5.

MEXICO — *Sociedad Cientifica «Antonio Alzate»*. Memorias y Revista — Tom. V, N. 1, 2; 1891.

MOSCOU — *Société Imp. des Naturalistes*. Bulletin 1891, N. 1 con tavv.

MUENCHEN — *K. B. Akademie der Wissenschaften*. Sitzungsberichte der philos.-philol. und histor. Classe. 1890, Bd. I, Heft. 2 e 3; Bd. II, Heft. 1-3; 1891, Bd. I, 1-2.

» — Gedächtnissrede auf Wilhelm von Giesebrecht; 21 Mars 1891 von *Sigmund Riezler* 1891, 4°.

NEW-YORK — *Academy of Sciences*. Transactions, Vol. X, Nos. 2 6.

» — — Annales, Vol. V, Nos. 1-3.

PARIS — *Académie des Sciences*. Comptes-rendus hébdomadaires. To. CXIII, 2e sém. 1891 Nos. 21, 23, 24, 25, 26. Tables du 1er sém.; To. CXIV, 1er sém. 1892, Nos. 1-10.

» — *Société d'encouragement pour l'industrie nationale*. Compte-rendu bi-mensuel des séances. 1891, Nos. 17-18; 1892, Nos. 1-4.

» — — Bulletin, Tom. VI, 4e Série, N. 72, 73.

» — *École normale supérieure*. Annales scientifiques, 3e Série, To, VIII, 1891, et suppl. To. IX, 1892, N. 1, 2.

» — *Société mathématique de France*. Bulletin, To. XIX, Nos. 7-8.

» — *Nouvelles annales de mathématiques*. 3e Série, To. X, Déc. 1891, To. XI, Janvier et Février 1892.

» — *Journal de mathématiques pures et appliquées*. 4e Série. To. VII, 1891, 4e Cahier.

» — *La Lumière électrique*. 13e Année, To. XLII, Nos. 51 52; To. XLIII, Nos. 1-11.

» — *L'Électricien*. 2e Série, To. II, 51-53, To. III, 55-63.

» — *Revue générale des Sciences pures et appliquées*. 2e Année, Nos. 23-24.

» — *L'Astronomie*. 11e Année, 1892, Nos. 1-2.

» — *Bulletin des Sciences mathématiques*. 2e Série, To. XV, Décembre 1891, et To. XVI, Janvier 1892.

» — *Archives de Neurologie*. Vol. XXIII, 1892, N. 67.

» — *Société zoologique de France*. Mémoires, Tom. III (1890) 5e partie; Tom. IV (1891) 1e et 2e parties; avec planches.

» — — Bulletin, (1891). Tom. XVI, Nos. 2-5, 7 et 8.

» — *École polytecnique*. Journal 60e Cahier (1890).

» — *Revue mensuelle de l'École d'Anthropologie*. 1e année, N. 7, 15 Iuillet 1891.

» — *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux*. XXVII année (1891), N. 6.

PHILADELPHIA — *Academy of Natural Sciences*. Proceedings 1891, Part. 2d April — August.

RIO DE JANEIRO — *Instituto historico e geografico brazileiro*. Rivista trimenstral. To. LIV, Part. I, 1° e 2° trimestres 1891.

SACRAMENTO — *University of California*. Reports on the observations of the total Eclipse of the Sun, December 21-22, 1889, and of the total Eclipse of the Moon, July 22, 1888, con tavv.

SALEM — *Essex Institute*. Bulletin, Vol. XXI, 1889, No. 7-12. Vol. XXII, 1890, N. 1-12.

» — *American Association for the advancement of Sciences*. Proceedings, Vol. 39 — Indianopolis Meetings. August 1890.

STOCKHOLM — *Bibliotheca Mathematica*, 1891, Nos. 1-4.

» — *Acta Mathematica* XV, 3 4

» — *Société Entomologique*. Entomologisk Tidskrift. Arg. 12, 1891, Heft. 1-4.

ST. PETERSBOURG — *Académie Imp. des Sciences*. Mémoires N. 5 — *Cholodkowsky N.* Die Embryonalentwicklung von Phyllodromia (Blatta) germanica, 1891—N. 6. *Chwolson O.* Ueber die Vertheilung der Wärme in einer einseitig bestrahlten schwarzen Hugel. Eine actinometrische Studie, 1891.

SYDNEY — *Royal Society of New South Walles*. Journal and Proceedings, Vol. XXIV, part. 2ª, 1890.

TACUBAYA — *Observatório Astronómico Nacional*. Boletin, To. I, N. 7.

TRIESTE — *S. R. Accademia di commercio e nautica* (IV. Sezione). Rapporto annuale dell'Osservatorio marittimo di Trieste, per l'anno 1889, VI Volume, 1892.

UTRECHT — *Ucei. Prange A. J. A.* — Bijdrage tot de Kennis van het Zilver, 1890.

» — *Prins G.* Karyokinese in het bloed bij uitgebreide etteringsprocessen, 1890.

» — *Van Rijn J. J.* Traagheidsmomenten en equivalente Massas, 1890.

» — *Boorsma Willem Gerbrand*. Jets over de Saponine — Achtige bestandeelen van de Zaden der Assamthee, 1891.

» — *Koster B.* Over een tot Dusver onbekenden pathogenen Bacil. 1890.

» — *Wijnaendts Francken G. I.* De Sclereiden, 1890.

» — *Van Persijn I. E.* Einige Bepalingen van den Geleidingsweerstand der Huid bij den gezonden en zieken Mensch 1891.

» — *Grinwis P. T.* De Oplossing van Quaternion — Vergelijkingen.

WASHINGTON — *U. S. Department of Agriculture*. North American Fauna, N. 5.

WIEN — *Wiener entomologische Zeitung*. XI Jahrg., 1 Heft. 1892.

» — *Ornithologischer Verein*. Mittheilungen, XV Jahrg. N. 23-24; XVI Jahrg. N. 1-4.

» — *K. k. zoologisch-botanische Gesellschaft*. Verhandlungen. Iahrg. 1891, XLI Bd. 3 u. 4. Quartal.

» — *Oesterreichische Gradmessungs Commission*. Astronomische Arbeiten — Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes auf den Stationen: Krakau, *Gaurling*, und St. Peter bei Klagenfurt, von Prof. D. *Wilhelm Tinter*, 1891, in 4°.

» — *K. K. geologische Reichsanstalt*. Verhandlungen (1891) N. 15 n. 18 (1892) N. 1.

» — *K. K. Gradmessungs Bureau*. Astronomische Arbeiten, III. Band. Langenbestimmungen, 1891.

CHAIX E. — La Vallée du Bove et la végétation de la région supérieure de l'Etna. Genève, 1891.

— Carta vulcanologica e topografica dell'Etna. Scala $\frac{1}{100.000}$. Ginevra, 1892.

HIS WILHELM, IUN. Die Entwickelung des Herznervensystems bei Wirbelthieren Leipzig 1891, con tavv.

STURDZA (*Prince Gregori*). Les lois fondamentales de l'Univers. Paris, 1891 in 8°.

WILDE H. Sur les causes des phénomènes du magnetisme terrestre et sur un appareil électro-magnétique, qui reproduit les variations séculaires des composantes horizontales et verticales, in 4° con tavv.

fication of the animal Veingdoon. 2. General Guide tothe contents of the Museum (illustrated). 3. Descriptive Catalogue of the embryological models.

LYON — *Université.* Annales Tom. I. La Doctrine de Malherbe d'après son commentaire sur Desportes, par *Ferdinand Bruot,* 1891; Tom. II—Recherches anatomiques et expérimentales sur la métamorphose des amphibiens anoures, par *E. Bataillon,* 1891.

MADRID — *Real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales.* Memorias, To. XV, 1890-91.

MAGDEBURG — *Naturwissenschaftlicher Verein.* Jahresbericht und Abhandlungen, 1890.

MANCHESTER — *Geological Society.* Transactions, Sess. 1891-92, Vol. XXI, part. 12.

» — *Literary and Philosophical Society.* Memoirs and Proceedings, IV Ser., Vol. IV, Nos. 4-5.

MEXICO — *Sociedad Cientifica «Antonio Alzate».* Memorias y Revista — Tom. V, N. 1, 2; 1891.

MOSCOU — *Société Imp. des Naturalistes.* Bulletin 1891, N. 1 con tavv.

MUENCHEN — *K. B. Akademie der Wissenschaften.* Sitzungsberichte der philos.-philol. und histor. Classe. 1890, Bd. I, Heft. 2 e 3; Bd. II, Heft. 1-3; 1891, Bd. I, 1-2.

» — Gedächtnissrede auf Wilhelm von Giesebrecht; 21 Mars 1891 von *Sigmund Riezler* 1891, 4°.

NEW-YORK — *Academy of Sciences.* Transactions, Vol. X, Nos. 2 6.

» — — Annales, Vol. V, Nos. 1-3.

PARIS — *Académie des Sciences.* Comptes-rendus hébdomadaires. To. CXIII, 2e sém. 1891 Nos. 21, 23, 24, 25, 26. Tables du 1er sém.; To. CXIV, 1er sém. 1892, Nos. 1-10.

» — *Société d'encouragement pour l'industrie nationale.* Compte-rendu bi-mensuel des séances. 1891, Nos. 17-18; 1892, Nos. 1-4.

» — — Bulletin, Tom. VI, 4e Série, N. 72, 73.

» — *École normale supérieure.* Annales scientifiques, 3e Série, To, VIII, 1891, et suppl. To. IX, 1892, N. 1, 2.

» — *Société mathématique de France.* Bulletin, To. XIX, Nos. 7-8.

» — *Nouvelles annales de mathématiques.* 3e Série, To. X, Déc. 1891, To. XI, Janvier et Février 1892.

» — *Journal de mathématiques pures et appliquées.* 4e Série. To. VII, 1891, 4e Cahier.

» — *La Lumière électrique.* 13e Année, To. XLII, Nos. 51 52; To. XLIII, Nos. 1-11.

» — *L'Électricien.* 2e Série, To. II, 51-53, To. III, 55-63.

» — *Revue générale des Sciences pures et appliquées.* 2e Année, Nos. 23-24.

» — *L'Astronomie.* 11e Année, 1892, Nos. 1-2.

» — *Bulletin des Sciences mathématiques.* 2e Série, To. XV, Décembre 1891, et To. XVI, Janvier 1892.

» — *Archives de Neurologie.* Vol. XXIII, 1892, N. 67.

» — *Société zoologique de France.* Mémoires, Tom. III (1890) 5e partie; Tom. IV (1891) 1e et 2e parties; avec planches.

» — — Bulletin, (1891). Tom. XVI, Nos. 2-5, 7 et 8.

» — *École polytecnique.* Journal 60e Cahier (1890).

» — *Revue mensuelle de l'École d'Anthropologie.* 1e année, N. 7, 15 Iuillet 1891.

» — *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux.* XXVII année (1891), N. 6.

PHILADELPHIA — *Academy of Natural Sciences.* Proceedings 1891, Part. 2d April — August.

RIO DE JANEIRO — *Instituto historico e geografico brazileiro.* Rivista trimenstral. To. LIV, Part. I, 1° e 2° trimestres 1891.

SACRAMENTO — *University of California*. Reports on the observations of the total Eclipse of the Sun, December 21-22, 1889, and of the total Eclipse of the Moon, July 22, 1888, con tavv.

SALEM — *Essex Institute*. Bulletin, Vol. XXI, 1889, No. 7-12. Vol. XXII, 1890, N. 1-12.

» — *American Association for the advancement of Sciences*. Proceedings, Vol. 39 — Indianopolis Meetings. August 1890.

STOCKHOLM — *Bibliotheca Mathematica*, 1891, Nos. 1-4.

» — *Acta Mathematica* XV, 3 4

» — *Société Entomologique*. Entomologisk Tidskrift. Arg. 12, 1891, Heft. 1-4.

ST. PETERSBOURG — *Académie Imp. des Sciences*. Mémoires N. 5 — *Cholodkowsky N.* Die Embryonalentwicklung von Phyllodromia (Blatta) germanica, 1891—N. 6. *Chwolson O.* Ueber die Vertheilung der Wärme in einer einseitig bestrahlten schwarzen Hugel. Eine actinometrische Studie, 1891.

SYDNEY — *Royal Society of New South Walles*. Journal and Proceedings, Vol. XXIV, part. 2ª, 1890.

TACUBAYA — *Observatório Astronómico Nacional*. Boletin, To. I, N. 7.

TRIESTE — *S. R. Accademia di commercio e nautica* (IV. Sezione). Rapporto annuale dell'Osservatorio marittimo di Trieste, per l'anno 1889, VI Volume, 1892.

UTRECHT — *Ucei. Prange A. J. A.* — Bijdrage tot de Kennis van het Zilver, 1890.

» — *Prins G.* Karyokinese in het bloed bij uitgebreide etteringsprocessen, 1890.

» — *Van Rijn J. J.* Traagheidsmomenten en equivalente Massas, 1890.

» — *Boorsma Willem Gerbrand.* Jets over de Saponine — Achtige bestandeelen van de Zaden der Assamthee, 1891.

» — *Koster B.* Over een tot Dusver onbekenden pathogenen Bacil. 1890.

» — *Wijnaendts Francken G. I.* De Sclereiden, 1890.

» — *Van Persijn I. E.* Einige Bepalingen van den Geleidingsweerstand der Huid bij den gezonden en zieken Mensch 1891.

» — *Grinwis P. T.* De Oplossing van Quaternion — Vergelijkingen.

WASHINGTON — *U. S. Department of Agriculture*. North American Fauna, N. 5.

WIEN — *Wiener entomologische Zeitung*. XI Jahrg., 1 Heft. 1892.

» — *Ornithologischer Verein*. Mittheilungen, XV Jahrg. N. 23-24; XVI Jahrg. N. 1-4.

» — *K. k. zoologisch-botanische Gesellschaft*. Verhandlungen. Iahrg. 1891, XLI Bd. 3 u. 4. Quartal.

» — *Oesterreichische Gradmessungs Commission*. Astronomische Arbeiten — Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes auf den Stationen: Krakau, *Gaurling*, und St. Peter bei Klagenfurt, von Prof. D. *Wilhelm Tinter*, 1891, in 4°.

» — *K. K. geologische Reichsanstalt*. Verhandlungen (1891) N. 15 n. 18 (1892) N. 1.

» — *K. K. Gradmessungs Bureau*. Astronomische Arbeiten, III. Band. Langenbestimmungen, 1891.

CHAIX E. — La Vallée du Bove et la végétation de la région supérieure de l'Etna. Genève, 1891.

— Carta vulcanologica e topografica dell'Etna. Scala $\frac{1}{100.000}$. Ginevra, 1892.

HIS WILHELM, IUN. Die Entwickelung des Herznervensystems bei Wirbelthieren Leipzig 1891, con tavv.

STURDZA (*Prince Gregori*). Les lois fondamentales de l'Univers. Paris, 1891 in 8°.

WILDE H. Sur les causes des phénomènes du magnetisme terrestre et sur un appareil électro-magnétique, qui reproduit les variations séculaires des composantes horizontales et verticales, in 4° con tavv.

Fascicolo 4° ANNO XXXI. Aprile 1892

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 *Marzo* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinari Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Trinchese e Villari, ed i soci corrispondenti Comes e Paladino.

Il ff. di Segretario legge i processi verbali delle due adunanze precedenti, che vengono approvati, e presenta l'elenco dei libri giunti in dono ed in cambio all'Accademia.

Comunica poi le condoglianze per la morte del compianto socio Padelletti, inviate alla Presidenza da S. E. il signor Ministro dell'istruzione e dai soci Cremona, Del Giudice, Hermite, Lampertico e Monteverde.

Il socio corrispondente Paladino, anche a nome dei colleghi Albini e de Martini, legge il rapporto sulla Nota del signor Adolfo Montuori, presentata nella tornata del 5 Marzo, proponendone la inserzione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Albini offre in omaggio all'Accademia alcune copie delle sue *Parole commemorative su Ernesto Brücke.*

Si approva la proposta del socio Costa relativa al cambio delle pubblicazioni accademiche con quelle dell'Accademia di Scienze Naturali di Friburgo.

Dopo, l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 Aprile 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Sono presenti i socî ordinarî Albini, Bassani, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Villari e Trinchese, ed il socio corrispondente Grassi.

Il ff. di Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta l'elenco dei libri giunti in dono ed in cambio all'Accademia.

Il Presidente annunzia la morte del socio de Gasparis, avvenuta in Napoli il giorno 21 Marzo, partecipa che ai funerali dell'amatissimo collega l'Accademia fu rappresentata dal socio Fergola, comunica le condoglianze inviate da S. E. il signor Ministro dell'istruzione e dai socî Hermite, Marselli e Monteverde, e dà la parola al socio Fergola, che commemora degnamente l'illustre estinto, enumerandone gli alti meriti scientifici e le grandi virtù personali.

Il Presidente, in segno di lutto, scioglie l'adunanza.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Aprile 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socî ordinarî Albini, Bassani, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Trinchese e Villari ed i socî corrispondenti Comes e Grassi.

Il ff. di Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia.

Presenta pure il fascicolo stampato del Rendiconto da Gennaio a Marzo 1892.

Comunica poi che nessuna Memoria è giunta alla Segreteria per il concorso al premio di lire mille, scaduto il 31 Marzo ultimo, per la migliore *monografia degli anellidi tubicoli del golfo di Napoli*. L'Accademia delibera che il termine utile per la presentazione dei lavori sia prorogato al 30 Settembre.

Il socio Trinchese, anche a nome dei colleghi Costa e de Martini, legge il rapporto sul lavoro del dott. Fr. S. Monticelli, presentato nell'adunanza del 20 Febbraio, proponendone la inserzione negli Atti. Le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Fergola presenta una Nota del dott. R. Marcolongo, intitolata: *Alcune applicazioni delle funzioni ellittiche alla teoria dell'equilibrio dei fili flessibili*. Il Presidente incarica i socî Battaglini, Fergola e Pinto di riferirne all'Accademia.

Il socio corrispondente Grassi presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una sua Nota *Sulla resistenza magnetica delle derivazioni nell'aria e su di un metodo atto a misurarla nelle dinamo*. La pubblicazione della Nota del socio Grassi è approvata ad unanimità.

In seguito alla morte del compianto socio segretario Padelletti, si procede alla elezione del segretario, da scegliersi fra i soci della sezione di Matematica. Risulta eletto, per il triennio 1892-94, il socio Pinto, la cui nomina verrà sottoposta alla sanzione sovrana.

Dopo, l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Per ANNIBALE DE GASPARIS; Parole *del Socio ordinario* **E. Fergola.**

(Adunanza del dì 2 Aprile 1892)

Signori,

Nel breve intervallo di pochi giorni la morte ci ha rapito ancora un altro collega, l'eminente astronomo che fu per lunghi anni decoro della nostra Accademia per l'alta sua rinomanza e la sua instancabile operosità.

Annibale de Gasparis, nato in Bugnara, provincia di Aquila, il 9 Novembre 1819, passò gli anni della sua adolescenza in Tocco Casauria, ove suo padre esercitava medicina, e fece gli studii classici nel Seminario di Chieti. Venuto in Napoli nel 1838 a studiare matematiche coi rinomati Professori Tucci e de Angelis, stette per poco nella Scuola di Ponti e Strade, che abbandonò per consacrarsi esclusivamente alla scienza di sua predilezione, nella quale il suo nome doveva poi acquistare così estesa celebrità. Accolto nel 1840 dal Capocci come alunno dell'Osservatorio di Capodimonte, vi si distinse presto pel suo ingegno, e per una rara attitudine di osservatore diligente e calcolatore indefesso; e non ostante tali doti eccezionali egli rimase per undici lunghi anni in quel modesto ufficio tanto impari al suo valore scientifico e alla vasta sua cultura. Nel 1851 ottenne finalmente la cattedra universitaria di astronomia, principalmente per avere scoperti nei due anni precedenti i tre pianeti Igea, Partenope, Egeria che gli valsero immediatamente altissima rinomanza nel mondo scientifico, e la medaglia di oro della Società Reale astronomica di Londra. Nominato direttore dell'Osservatorio nel 1864, alla morte del Capocci, il de Gasparis ha lavorato indefessamente non solo nel campo dell'Astronomia pratica seguitando specialmente le osservazioni per la cattura dei piccoli pianeti, ma ancora in quello dell'analisi matematica e dell'Astronomia teoretica con un grandissimo numero di memorie quasi tutte inserite negli Atti o nei Rendiconti della nostra Accademia. Dei pianeti, oltre i tre menzionati, scoprì ancora, fino al 1865, Eunomia, Psiche, Massalia, Temi, Ausonia e Beatrice. Fra i lavori teoretici se ne trovano molti di matematica pura, e quelli di Astronomia sono principalmente relativi ai metodi per la determinazione dell'orbita dei pianeti, al problema di Keplero e alla teoria delle perturbazioni.

Di fibra naturalmente assai robusta, quando la sua salute non era ancora minata dal male che lo ha spento, resisteva per lunghe ore al lavoro intellettuale più intenso sia di sviluppi analitici, sia di calcoli numerici o a quello delle osservazioni. Poco per volta però tale felice sua attitudine andò scemando fino al punto da rendergli assai difficile, o per lo meno penoso, il disimpegno dei molteplici suoi ufficii; e quando del do-

loroso fatto egli ebbe la triste convinzione, chiese ed ottenne il collocamento a riposo, sperando di poter riacquistare la sua salute col liberarsi da tutti gli obblighi di ufficio e dalle cure che essi impongono. Pur troppo però tale speranza fu crudelmente delusa. Il male che da anni sordamente lo travagliava andò ogni giorno aggravandosi fino ad impedirgli ogni movimento della persona; e la perdita quasi totale della vista mise il colmo alla sua sventura. Unico sollievo nei tristi giorni degli ultimi due anni di sua vita pareva gli fosse udir la lettura dei suoi classici prediletti, dei quali spesso, anche fra quei dolori, ripeteva i versi, correggendo chi leggeva, quando il caso lo richiedeva. In tale stato finì di patire e si spense il mattino del 21 Marzo 1892.

Dei suoi lavori scientifici non è possibile fare qui l'analisi, o anche la semplice enumerazione. Insignito di molte onorificenze delle più ambite, membro di quasi tutte le Accademie italiane e di non poche straniere, Senatore del Regno fin dal 1861, mai insuperbì degli onori che gli venivano resi, ma conservò sempre la sua modesta e rara semplicità. Fra i Colleghi suoi intimi era quasi proverbiale la mitezza del suo animo. La vista del dolore altrui gli era insopportabile; ed agli sventurati che a lui ricorrevano, anche senza esserne conosciuti, soccorreva con generosità inesauribile. Il nome del de Gasparis sarà perciò lungamente riverito non solo dagli scienziati per le sue scoperte, ma ancora dai suoi concittadini per una bontà di animo veramente eccezionale. Possano questi ricordi alleviare il dolore dei suoi figli e dei numerosi amici, e con tale voto io mando l'ultimo addio alla sua memoria.

Relazione *intorno al lavoro del D.r* Monticelli.

(Adunanza del dì 9 Aprile 1892)

Il Dott. Fr. Sav. Monticelli non è soddisfatto della classificazione dei Platodi adottata dai più recenti autori, i quali dividono questo grande gruppo nelle tre classi dei Turbellari, dei Trematodi e dei Cestodi; e quindi propone che da questi ultimi si distacchino alcuni generi *(Gyrocotyle*, *Amphiline*, *Caryophyllœus* e *Archigetes)* e si riuniscano in un nuovo gruppo, da collocarsi tra i Trematodi e i Cestodi, sotto il nome di *Cestodaria*.

L'Autore, pertanto, non si limita alla costituzione di un nuovo gruppo, ma fa qualche cosa di meglio. Descrive con molta esattezza e rappresenta in nitide figure l'apparecchio della riproduzione dell'*Amphiline liguloidea* e del *Caryophyllœus tuba*, rilevando alcune inesattezze anatomiche e fisiologiche degli osservatori che lo hanno preceduto nello studio di questi vermi. Per queste ragioni, la vostra commissione propone che il lavoro del Dott. Monticelli sia pubblicato negli Atti dell'Accademia.

A. Costa
A. de Martini
S. Trinchese, *relatore*.

Appunti sui Cestodaria; MEMORIA *di* **Fr. Sav. Monticelli.**

(Adunanza del dì 9 Aprile 1892) — (Sunto dell' Autore)

L'A. crea il nuovo ordine dei *Cestodaria*, che deve tenere il mezzo fra quello dei Trematodi e dei Cestodi, per quelle forme di Platelminti *(Gyrocotyle, Amphiline, Caryophyllæus, Archigetes)* finora considerate come Cestodi semplici, o non segmentati e da alcuni ritenuti come monozoici; espone, riassumendole, le ragioni che lo hanno indotto alla creazione dell'ordine ed illustra due specie poco note di Cestodaria: 1° l'*Amphiline liguloidea* trovata dal Natterer al Brasile nel cavo addominale del *Vastres Cuvierii*, che Diesing credette essere un Trematode e descrisse col nome di *Monostomum liguloideum*; 2° il *Caryophyllæus tuba* Wagener (nec Siebold), che vive nell'intestino delle *Tinca chrysitis*, studiandolo comparativamente al *C. mutabilis* per correggere alcuni errori, nei quali erano incorsi gli A. che lo hanno preceduto, nella interpretazione delle parti dell'apparato genitale femminile dei *Caryophyllæus*.

Sulla resistenza magnetica delle derivazioni nell'aria e su di un metodo atto a misurarla nelle dinamo; NOTA *del Socio corrispondente* **Guido Grassi.**

(Adunanza del dì 9 Aprile 1892)

Il circuito magnetico di una dinamo si suol considerare come formato da un circuito principale e due derivati. Il circuito principale è quello formato dagli induttori fino alle masse polari. Dei due circuiti derivati il primo comprende le masse polari, l'interferro e il nucleo dell'armatura; il secondo risulta dall'insieme di quella massa d'aria che circonda la dinamo, particolarmente intorno alle masse polari e all'armatura, ed è percorsa dal flusso magnetico perduto, cioè non utilizzato nell'armatura.

Questo circuito formato dall'aria, se è ben definito teoricamente, non lo è però praticamente, perchè, attesa la forma complessa della dinamo, non è possibile stabilire con precisione l'andamento delle linee di forza che traversano l'aria e le altre masse poco magnetiche, che circondano la dinamo.

Con questa nota mi propongo di mostrare come la resistenza magnetica dello spazio occupato dall'aria si possa esprimere in funzione di elementi noti della dinamo, facilmente determinabili coll'esperienza, senza introdurre calcoli relativi alle resistenze magnetiche, che sono sempre alquanto incerti.

Quando la dinamo è in funzione, i circuiti magnetici son percorsi da flussi magnetici prodotti da due forze magnetomotrici, quella degli induttori e quella di reazione dell'armatura.

Chiamerò

F la forza magnetomotrice delle eliche magnetizzanti,
f quella di reazione dell'armatura,
R la resistenza magnetica del circuito principale,
R' quella del primo circuito derivato (interferro e armatura),
R'' quella della derivazione nell'aria,
φ il flusso magnetico nel circuito degli induttori,
φ' quello che traversa l'armatura,
φ'' quello che si disperde nell'aria.

Si hanno evidentemente le seguenti relazioni:

$$F = \varphi R + \varphi'' R'' \qquad 1)$$

$$F - f = \varphi R + \varphi' R' \qquad 2)$$

$$\varphi = \varphi' + \varphi''. \qquad 3)$$

Eliminando le φ' e φ'' fra queste tre equazioni si ottiene

$$\varphi = \frac{(F-f)R'' + FR'}{RR' + RR'' + R'R''} \qquad 4)$$

ed eliminando le φ e φ'' si ottiene

$$\varphi' = \frac{(F-f)R'' - fR}{RR' + RR'' + R'R''}. \qquad 5)$$

Ora se si potesse a piacimento far variare le forze magnetomotrici F ed f, od anche solo una di esse, mantenendo l'altra costante, è chiaro che si potrebbe dar loro un tal valore da ridurre a zero il flusso φ o il flusso φ'.

Ridotta a zero la φ, si avrebbe dalla 4)

$$(F-f)R'' + FR' = 0$$

e dalla 2)

$$F - f = \varphi' R'.$$

Dunque

$$\varphi' = -\frac{F}{R''}.$$

Il segno negativo significa che il flusso φ' in questo caso è diretto contrariamente alla forza magnetomotrice F. Il valore della resistenza R'' è

$$R'' = -\frac{F}{\varphi'}$$

che si può scrivere anche

$$R'' = \frac{F}{\varphi'} \qquad 6)$$

se si pone in luogo di φ' il suo valore assoluto, senza tener conto della direzione del flusso.

Ridotto invece a zero il flusso φ', la 5) ci dà

$$(F-f)R'' - fR = 0 \qquad 7)$$

ma per $\varphi' = 0$, la 2) diventa

$$F - f = \varphi R \qquad 8)$$

e quindi

$$\varphi R R'' - fR = 0$$

ossia

$$R'' = \frac{f}{\varphi}. \qquad 9)$$

Le relazioni 6) e 9) ci dànno adunque due espressioni della resistenza complessiva delle derivazioni nell'aria, in funzione di una forza magnetomotrice e di un flusso magnetico facilmente misurabili nella dinamo, senza introdurre alcun calcolo relativo alle resistenze di altri circuiti, od alcuna ipotesi intorno alla forma ed all'estensione del circuito.

Il metodo per determinare la R' risulta evidente. Bisognerà disporre le cose in modo da poter far variare le forze magnetomotrici negli induttori e nell'armatura, e misurare una delle due. Nello stesso tempo si dovrà misurare il flusso magnetico in uno dei due circuiti, ed aver il mezzo di riconoscere che nell'altro il flusso è nullo.

Per ottenere nell'armatura una forza magnetomotrice contraria a quella degli induttori, si manda una corrente alle spazzole, tenendo queste spostate dal piano normale di commutazione. Si ha l'effetto massimo portando le spazzole sul diametro normale al piano di commutazione.

L'altra forza magnetomotrice F si ottiene lanciando una corrente nelle spirali degli induttori.

Alcune spire avvolte sul giogo degli induttori o sugli induttori stessi formano una spirale indotta (A) riunita con un galvanometro balistico per misurare il flusso φ.

Altre spire avvolte sull'armatura nel piano normale alla direzione del campo formano una seconda spirale indotta (B), che, riunita ad un altro galvanometro balistico, serve a misurare il flusso φ'.

Nei circuiti delle due correnti eccitatrici si inseriscono dei reostati per mezzo dei quali si fanno variare le intensità. In uno di tali circuiti si pone inoltre un galvanometro ordinario atto a misurare l'intensità della corrente eccitatrice.

La disposizione più comoda è quella corrispondente alla relazione 6); cioè si riduce a zero il flusso φ negli induttori e si determinano contemporaneamente il flusso φ' attraverso la spirale B avvolta sull'armatura e la forza magnetomotrice negli induttori.

I due circuiti che dànno le correnti magnetizzanti si costituiscono con due derivazioni prese da una medesima batteria di accumulatori, affinchè con un solo interruttore si possano chiudere ed aprire entrambi al medesimo istante.

Quando le due correnti eccitatrici vengono interrotte, i due galvanometri balistici dànno deviazioni corrispondenti rispettivamente ai flussi φ e φ'. Fatta una prima osservazione si fa variare una delle resistenze finchè all'aprire dei circuiti il galvanometro riunito alla spirale A non dà più alcun segno. Allora si ha $\varphi=0$.

Si richiude il circuito nelle medesime condizioni; si legge il galvanometro inserito sul circuito degli induttori che ci dà la corrente i magnetizzante. Si noti che questa corrente deve essere espressa in unità assolute *c. g. s.* Aprendo di nuovo il circuito si legge la deviazione al galvanometro balistico della spirale B, che è traversata dal flusso φ'.

Sia β la costante balistica di quest'ultimo galvanometro; α la deviazione osservata, opportunamente corretta dall'errore di smorzamento; r la resistenza complessiva in unità *c. g. s.* della spirale B e del galvanometro coi reofori; N il numero delle spire, tutte eguali, della spirale B. La quantità di elettricità corrispondente alla scarica sarà

$$q=\beta\alpha=\frac{\varphi' N}{r}$$

donde il valore assoluto del flusso che traversa l'avvolgimento dell'armatura

$$\varphi' = \frac{\beta \alpha r}{N}.$$

D'altra parte se i è la corrente che percorre le eliche degli induttori, formati di n spire, si avrà

$$F = 4\pi n i$$

e quindi il valore della resistenza delle derivazioni nell'aria espresso dalla 6), diventa

$$R'' = \frac{4\pi n i N}{\beta \alpha r}. \qquad 10)$$

Le misure si possono ripetere in condizioni svariate, cioè con flussi e forze magnetomotrici diverse, sia per controllare i risultati, sia per studiare l'influenza di tali variazioni. Si può anche far variare la posizione delle spazzole per riconoscere fino a qual punto una modificazione nella direzione dei flussi si fa sentire nell'alterare la resistenza delle derivazioni.

Noto che dei due galvanometri balistici, uno solo ha bisogno di essere tarato; l'altro serve a verificare che il flusso φ è nullo, perciò deve essere soltanto molto sensibile.

Quando non si riesca ad annullare esattamente il flusso φ, si noteranno i valori di i e di α pei quali il flusso φ presenta dei piccoli valori di segno contrario, e sarà facile quindi dedurne con una semplice proporzione i valori che dovrebbero corrispondere a $\varphi = 0$.

La sensibilità del metodo è grande e d'ordinario basterà avvolgere sull'armatura una sola o pochissime spire di filo sottile, per formare la spirale B, sicchè essa si applicherà facilmente sul contorno dell'armatura in guisa da corrispondere quasi esattamente alle spire proprie dell'armatura.

Lo stesso metodo può essere applicato anche a misurare la resistenza magnetica delle derivazioni nell'aria o in altro mezzo con circuiti magnetici foggiati in un modo qualunque.

Rapporto *sulla Nota del Dottor* R. Marcolongo.

(Adunanza del dì 16 Aprile 1892)

In questa Nota l'Autore si occupa dell'equilibrio di un filo libero e soggetto ad una forza che incontra normalmente un asse fisso; la forza è repulsiva e proporzionale alla distanza dell'asse stesso.

Dopo di aver ridotto il problema alle quadrature, il Marcolongo esprime le coordinate dei punti della curva, il raggio vettore e l'anomalia della proiezione della curva, su di un piano normale all'asse fisso, mediante funzioni Θ jacobiane. Le espressioni semplicissime che ottiene gli permettono di discutere in modo completo la curva nella sua proiezione. È degno di nota il fatto che le coordinate della proiezione sul piano xy si esprimono razionalmente mediante funzioni doppiamente periodiche di se-

conda specie, e che l'angolo compreso tra un massimo ed un minimo successivi del raggio vettore è sempre maggiore di 90°; della quale notevole proprietà l'Autore dà una dimostrazione assai semplice, valendosi di alcune osservazioni fatte da Jacobi nella sua celebre Memoria « *Sur la rotation d'un corps* etc. ».

Da ultimo il Marcolongo fa notare la spiccata analogia che questo problema presenta con quello del pendolo conico ecc., e prende da ciò occasione per mostrare come il metodo da lui seguito possa semplificare notevolmente le dimostrazioni ordinariamente date di una proprietà del pendolo conico.

Crediamo che questa Nota del dottor Marcolongo, e per l'importanza dell'argomento, e pel modo col quale è svolto, meriti di essere inserita nel Rendiconto dell'Accademia.

E. Fergola
L. Pinto
G. Battaglini, *relatore*.

Alcune applicazioni delle Funzioni ellittiche alla Teoria dell'equilibrio dei fili flessibili; nota 1ª *del Dottor* **R. Marcolongo.**

(Adunanza del dì 16 Aprile 1892)

Sono notissime le splendide applicazioni delle Funzioni ellittiche che, da Jacobi in poi, furono fatte alla Dinamica.

Mi propongo trattare di alcune applicazioni della stessa teoria allo studio dell'equilibrio dei fili. La semplicità del metodo seguíto e dei risultati ai quali giungo, le analogie che queste applicazioni presentano con quelle della Dinamica, mi fanno animo di presentarle a questa illustre Accademia.

1. — Le equazioni indefinite dell'equilibrio di un filo omogeneo, flessibile ed inestensibile, sono:

$$X+\frac{d}{ds}\left(T\frac{dx}{ds}\right)=0 \quad ; \quad Y+\frac{d}{ds}\left(T\frac{dy}{ds}\right)=0 \quad ; \quad Z+\frac{d}{ds}\left(T\frac{dz}{ds}\right)=0$$

quando si riferiscano i punti della curva ad un sistema di coordinate ortogonali: X, Y, Z, sono le componenti, secondo gli stessi assi, della forza F, riferita all'unità di lunghezza, che sollecita il filo; T la tensione; s l'arco contato a partire da un estremo del filo.

Supponiamo anzitutto che la forza F incontri sempre ad angolo retto l'asse z e sia ripulsiva e proporzionale alla distanza $r=\sqrt{x^2+y^2}$ dall'asse stesso. Posto quindi $F=2c^2r$ sarà:

$$X=2c^2x \quad ; \quad Y=2c^2y \quad ; \quad Z=0.$$

Dalle equazioni dell'equilibrio si traggono in tal caso i tre integrali:

$$T=c^2(h^2-r^2) \quad ; \quad T\frac{dz}{ds}=c^2b \quad ; \quad T\left(x\frac{dy}{ds}-y\frac{dx}{ds}\right)=c^2a$$

dove h, b, a denotano tre costanti arbitrarie.

L' identità:

$$\left(x^2+y^2\right)\left(\frac{dx^2}{ds^2}+\frac{dy^2}{ds^2}\right)-\left(x\frac{dx}{ds}+y\frac{dy}{ds}\right)^2=\left(x\frac{dy}{ds}-y\frac{dx}{ds}\right)^2$$

conduce ad esprimere l'arco s mediante r; e si ha:

$$s=\sigma+\int\frac{(h^2-r^2)\,rdr}{\sqrt{f(r^2)}}$$

dove si è posto:

$$f(r^2)=r^2(h^2-r^2)^2-b^2r^2-a^2.$$

Di più si ha:

$$z=z_0+b\int\frac{rdr}{\sqrt{f(r^2)}}\,.$$

Finalmente il sesto integrale si deduce dalla

$$x\frac{dy}{ds}-y\frac{dx}{ds}=\frac{a}{h^2-r^2}$$

d'onde:

$$\text{arc tang}\,\frac{y}{x}=\varphi=\varphi_0+a\int\frac{rdr}{r^2\sqrt{f(r^2)}}$$

se diciamo φ l'angolo che il raggio vettore nel piano $x\,y$ forma con un asse fisso di quel piano. Il problema è ridotto alle quadrature.

2. — Posto $r^2=\xi$ risulta:

$$f(\xi)=\xi\,(h^2-\xi)^2-b^2\xi-a^2=\xi^3-2h^2\xi^2+\xi\,(h^4-b^2)-a^2.$$

Sia r_0 il valore di r in un estremo del filo e $\xi_0=r^2_0$; dovendo in quel punto risultare reale la z sarà:

$$f(\xi_0)>0\,.$$

Ora si ha:

$$f(+\infty)>0\quad;\quad f(h^2)<0\quad;\quad f(\xi_0)>0\quad;\quad f(0)<0$$

e si noti che, per essere T sempre positiva è: $\xi_0<h^2$; onde l'equazione $f(\xi)=0$ ha le radici reali; una maggiore di h^2; le altre due comprese tra h^2 e 0.

Porremo:

$$3a_1=2h^2\quad;\quad 6a_2=h^4-b^2\quad;\quad 2a_3=a^2\quad;\quad \xi=\eta+a_1\,;$$

l'equazione trasformata in η è:

$$\eta^3-3p\,.\,\eta+2q=0$$

dove:

$$p=a_1^2-2a_2=\frac{h^4+3b^2}{9}>0\quad;\quad q=3a_1a_2-a_1^3-a_3\,.$$

Posto adunque:

$$\cos\omega = -\frac{q}{p^{\frac{3}{2}}} \quad ; \quad 0 < \omega < \pi$$

le tre radici dell'equazione $f(\xi)=0$, che accenneremo con α, β, γ, saranno espresse così:

$$\alpha = 2\sqrt{p}\,.\cos\frac{\omega}{3} + a_1 \quad ; \quad \beta = -2\sqrt{p}\,.\cos\frac{\omega+\pi}{3} + a_1 \quad ; \quad \gamma = -2\sqrt{p}\,.\cos\frac{\omega-\pi}{3} + a_1 .$$

Da questi valori trarremo agevolmente:

$$\alpha > \beta > \gamma .$$

Onde α è la radice maggiore di h^2; β e γ quelle comprese tra h^2 e 0.

Quindi:

$$f(r^2) = (r^2 - \alpha^2)\,(r^2 - \beta^2)\,(r^2 - \gamma^2) .$$

Notando poscia che $r^2 < \alpha^2$ sarà necessariamente:

$$\gamma^2 < r^2 < \beta^2 ;$$

e però, ove si ponga:

$$r^2 = \beta^2 sn^2(u,k) + \gamma^2 cn^2(u,k) \quad ; \quad k^2 = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \quad ; \quad n = \frac{b}{\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}}$$

risulterà:

$$z = z_0 + nu .$$

3. — L'angolo φ si esprime mediante u nel modo seguente:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{a}{\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}} \int_0^u \frac{du}{\gamma^2 + (\beta^2 - \gamma^2)\, sn^2 u} .$$

Per ridurre questo integrale ellittico di 3ª specie alla sua forma normale introdurremo una nuova costante reale a_1 tale che:

$$\beta^2 - \gamma^2 = -\gamma^2 k^2 sn^2 i a_1 \quad ; \quad 0 < a_1 < K' .$$

Le costanti α, β si esprimono mediante γ, a_1, k. Infatti si ha immediatamente:

$$\beta^2 = \gamma^2 dn^2 i a_1$$

e poscia:

$$\alpha^2 = \gamma^2 cn^2 i a_1 ..$$

Ma poichè:

$$a^2 = \alpha^2 \beta^2 \gamma^2$$

si dedurrà ancora:

$$a^2 = \gamma^6 cn^2 ia_1 dn^2 ia_1 .$$

Sostituendo nella espressione di φ, avremo:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{cn\, ia_1\, dn\, ia_1}{i\, sn\, ia_1} \int_0^u \frac{du}{1 - k^2 sn^2 ia_1\, sn^2 u} .$$

Ma abbiamo:

$$\int_0^u \frac{k^2 sn\, ia_1 cn\, ia_1 dn\, ia_1 sn^2 u\, du}{1 - k^2 sn^2 ia_1 \,.\, sn^2 u} = \Pi(u, ia_1) = u \frac{d \log \Theta(ia_1)}{i\, da_1} + \frac{1}{2} \log \frac{\Theta(u - ia_1)}{\Theta(u + ia_1)} \text{ *)}$$

e però:

$$\int_0^u \frac{du}{1 - k^2 sn^2 ia_1 sn^2 u} = u + \frac{sn\, ia_1}{cn\, ia_1 dn\, ia_1} \Pi(u, ia_1)$$

quindi sostituendo e ponendo che per $u = 0$ si abbia $\varphi = 0$, otterremo:

$$\varphi = \left\{ \frac{cn\, ia_1 dn\, ia_1}{i\, sn\, ia_1} - \frac{d \log \Theta(ia_1)}{da_1} \right\} u + \frac{1}{2i} \log \frac{\Theta(u - ia_1)}{\Theta(u + ia_1)} .$$

Posto adunque:

$$\frac{\Phi}{K} = \frac{d \log \Theta(ia_1)}{da_1} - \frac{cn\, ia_1 dn\, ia_1}{i\, sn\, ia_1} = \frac{d \log \Theta(ia_1)}{da_1} + \frac{d \log sn\, ia_1}{da_1}$$

cioè:

$$\Phi = K \frac{d \log H(ia_1)}{da_1}$$

risulterà definitivamente:

$$\varphi + \frac{\Phi}{K} u = \frac{1}{2i} \log \frac{\Theta(u - ia_1)}{\Theta(u + ia_1)}$$

e però l'angolo φ si compone di una parte lineare (non periodica) e di una parte periodica in u e il cui periodo è $2K$.

4. — Semplifichiamo la espressione di r^2. Si ha:

$$r^2 = \gamma^2 + (\beta^2 - \gamma^2)\, sn^2 u = \gamma^2 (1 - k^2 sn^2 ia_1\, sn^2 u)$$

e valendoci di formule note:

$$r^2 = \gamma^2 \frac{\Theta^2(ia_1)\, \Theta^2(u) - H^2(ia_1)\, H^2(u)}{\Theta^2(ia_1)\, \Theta^2(u)} .$$

*) Jacobi, *Fundamenta Nova theoriae functionum Ellipticarum*, 1829, pag. 146.

Il numeratore può essere trasformato colla formula:

$$\Theta^2(ia_1)\Theta^2(u) - H^2(ia_1)H^2(u) = \Theta^2(0)\Theta(u-ia_1)\Theta(u+ia_1) \text{ *)}$$

onde:

$$r^2 = \frac{\gamma^2\Theta^2(0)}{\Theta^2(ia_1)} \frac{\Theta(u-ia_1)\Theta(u+ia_1)}{\Theta^2(u)}.$$

Troviamo le coordinate x, y dei punti della curva (coordinate orizzontali). Basta a tal uopo osservare che:

$$x + iy = re^{i\varphi}$$

e sostituendo per r e per φ i valori precedentemente trovati, si deduce:

$$x + iy = \frac{\gamma\Theta(0)}{\Theta(ia_1)} \cdot \frac{\Theta(u-ia_1)}{\Theta(u)} \cdot e^{-i\frac{\Phi}{K}u}$$

e di qui:

$$x - iy = \frac{\gamma\Theta(0)}{\Theta(ia_1)} \cdot \frac{\Theta(u+ia_1)}{\Theta(u)} \cdot e^{i\frac{\Phi}{K}u}$$

e però le coordinate x ed y si esprimono razionalmente mediante funzioni periodiche di seconda specie.

5. — Resta ad esprimere l'arco s mediante u. Se contiamo gli archi da $u = 0$, si ha:

$$s = \frac{n}{b}\int_0^u (h^2 - r^2)du$$

e notando che:

$$r^2 = \alpha^2 - (\alpha^2 - \gamma^2)dn^2u$$

otterremo:

$$s = \frac{n}{b}(h^2 - \alpha^2)u + \frac{n}{b}(\alpha^2 - \gamma^2)E(u).$$

Ma:

$$E(u) = \frac{E}{K}u + Z(u) = \frac{E}{K}u + \frac{d\log\Theta(u)}{du}$$

quindi sostituendo avremo:

$$s = \frac{S}{K}u + i\gamma\, sn\, ia_1 \frac{d\log\Theta(u)}{du}$$

dove:

$$S = K\left\{\frac{h^2 - \alpha^2}{\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}} + i\gamma\, sn\, ia_1 \cdot \frac{E}{K}\right\}.$$

Anche s si compone di una parte non periodica e di una periodica rispetto ad u e

*) Jacobi, *Fund. N.*, pag. 175, form. 20.

col periodo 2K. Il coefficiente S della parte non periodica può essere trasformato. Ricordiamo che:

$$2h^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

quindi:

$$\frac{h^2 - \alpha^2}{\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}} = \frac{\gamma}{2i} \cdot \frac{1 - k'^2 sn^2 ia_1}{sn\, ia_1};$$

e però:

$$S = \frac{K}{2i\, sn\, ia_1} \left\{ 1 - k'^2 sn^2 ia_1 - 2 sn^2 ia_1 \cdot \frac{E}{K} \right\}.$$

6. — Poichè:

$$\gamma < r < \beta$$

la proiezione della curva sul piano xy è sempre contenuta tra due cerchi concentrici di cui il minore ha per raggio γ e il maggiore β. Di più:

$$r \cdot \frac{d\varphi}{dr} = \frac{a}{\sqrt{f(r^2)}}$$

e poichè $f(r^2)$ si annulla per $r = \gamma$ e per $r = \beta$, la curva è tangente a questi due cerchi nei punti in cui r è massimo o minimo.

Per

$$u = 0\,, 2K\,, 4K\,, \ldots \qquad r = \gamma$$

per

$$u = K\,, 3K\,, 5K\,, \ldots \qquad r = \beta\,;$$

di più r è periodico rispetto ad u ed ha per periodo 2K; inoltre è facile verificare che r assume lo stesso valore per

$$u = K - v \qquad \text{e per} \qquad u = K + v$$

e però costruito l'arco di curva corrispondente ai valori di u compresi tra 0 e K, tutti gli altri archi saranno sovrapponibili al primo. L'angolo φ, nullo per $u = 0$, diventa eguale a Φ per $u = K$; 2Φ per $u = 2K$ ecc., e però Φ è l'angolo compreso tra un massimo ed un minimo successivi di r. Si è trovato che:

$$\Phi = K \frac{d \log H(ia_1)}{da_1}$$

d'onde risulta subito che l'angolo Φ è reale *).

Ora è noto che:

$$\Theta(iK' - u) = -iq^{-\frac{1}{4}} e^{\frac{\pi i u}{2K}} \cdot H(u) \quad **)$$

posto quindi:

$$u = ia_1 \qquad \text{e} \qquad a'_1 = K' - a_1$$

*) Jacobi, *Gesammelte Werke* II, 1882. *Sur la rotation d'un corps*, pag. 312.
**) *Fund. N.*, pag. 174, form. 7.

otterremo:

$$\frac{d\log \mathrm{H}(ia_1)}{da_1}=\frac{\pi}{2\mathrm{K}}-\frac{d\log\Theta(ia'_1)}{da'_1}$$

e ove si rammenti che:

$$-\frac{d\log\Theta(ia'_1)}{da'_1}$$

è reale e positiva *) risulta la notevole proprietà:

$$\Phi>\frac{\pi}{2}.$$

L'arco s nullo per $u=0$ si riduce ad S per $u=\mathrm{K}$; nè occorre avvertire che S è reale; cioè S è l'arco compreso tra un minimo ed un massmo successivi di r. Posto:

$$s_1=\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}(u+\mathrm{K})+i\gamma\, sn\, ia_1 . \frac{d\log\Theta(u+\mathrm{K})}{du}$$

$$s=\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}(\mathrm{K}-u)-i\gamma\, sn\, ia_1 . \frac{d\log\Theta(\mathrm{K}-u)}{du}$$

risulterà:

$$s_1+s=2\mathrm{S}.$$

La curva nel piano xy potrà presentare dei flessi se il piano osculatore della curva nello spazio è in qualche punto parallelo all'asse z; cioè se:

$$\frac{dy}{ds}\cdot\frac{d^2x}{ds^2}-\frac{dx}{ds}\cdot\frac{d^2y}{ds^2}=0.$$

Ma dalle equazioni dell'equilibrio si deduce facilmente:

$$2c^2\left(x\frac{dy}{ds}-y\frac{dx}{ds}\right)+\mathrm{T}\left(\frac{dy}{ds}\cdot\frac{d^2x}{ds^2}-\frac{dx}{ds}\cdot\frac{d^2y}{ds^2}\right)=0,$$

cioè:

$$2ac^2+\mathrm{T}^2\left(\frac{dy}{ds}\cdot\frac{d^2x}{ds^2}-\frac{dx}{ds}\cdot\frac{d^2y}{ds^2}\right)=0.$$

Se quindi in qualche punto della curva il piano osculatore risultasse parallelo all'asse delle z dovremmo avere $a=0$; quindi la curva sarebbe piana; onde la curva proiezione nel piano xy non ha flessi.

Per $s=0$, cioè per $u=0$, sieno x_0 e z_0 le coordinate dell'estremo del filo supposto nel piano xz; sarà $\gamma=x_0$. Sia L la lunghezza del filo; x_1, y_1, z_1 le coordinate del-

*) *Sur la rotation* etc., pag. 312.

l'estremo ed u_1 il valore corrispondente di u, avremo:

$$z_1 = z_0 + nu_1 \quad ; \quad L = \frac{S}{K} u_1 + i\gamma \, sn \, ia_1 \, . \, Z(u_1) \quad ; \quad x_1 + iy_1 = \frac{\gamma \Theta(0)}{\Theta(ia_1)} \frac{\Theta(u_1 - ia_1)}{\Theta(u_1)} \, . \, e^{-i\frac{\Phi}{K}u_1}$$

otteniamo cioè tre equazioni tra u_1, a_1 e k.

7. — Il problema che forma l'oggetto di questa prima applicazione è proposto dal Clebsch nella sua memoria: *Ueber die Gleichgewichtsfigur eines biegsamen Fadens* (1) nella quale stabilisce un parallelo tra la teoria dell'equilibrio dei fili e la teoria dinamica di Hamilton-Jacobi. È anche proposto e risoluto in alcuni casi speciali dal Saint-Germain (2).

Tale applicazione nella sua semplicità non manca d'interesse per le analogie che presenta con altri problemi di statica e di dinamica, e la cui trattazione e discussione è condotta col sussidio delle funzioni ellittiche.

La proprietà dell'angolo Φ di essere maggiore di $\frac{\pi}{2}$ è analoga a quella che si riscontra nella curva descritta dalla proiezione orizzontale dell'estremità del pendolo conico; trovata per la prima volta da Puiseux (3) e dimostrata con metodi vari da Tissot (4), da Durège (5), De Sparre (6) e da Halphen (7); una proprietà analoga si riscontra nel moto di un punto pesante su di un paraboloide di rotazione (8).

La proprietà che le coordinate orizzontali possono esprimersi razionalmente mediante funzioni doppiamente periodiche di seconda specie è pure comune alle coordinate orizzontali del pendolo conico come per la prima volta ha notato Hermite (9) ed è pure analoga alle coordinate orizzontali della catenaria sferica, come è stato osservato da Appell (10).

Finalmente per ciò che riguarda i flessi e la giacitura della proiezione orizzontale della curva rispetto ai due cerchi concentrici, essa si assimila alla proiezione orizzontale del pendolo conico e alla erpoloide di Poinsot (11).

Voglio da ultimo notare che il metodo seguíto per dimostrare che l'angolo Φ è maggiore di $\frac{\pi}{2}$ può essere seguíto ancora nello studio del pendolo conico, semplificando le dimostrazioni date da varii autori di questo teorema.

(1) *Crelle Journal.* Bd. 57, 1860, pag. 93.
(2) *Exercices de Mécanique,* 1887, pag. 88.
(3) *Journal de Liouville,* 1ère serie, VII.
(4) *Thèse de Mécanique. Journal de Liouville,* 1852, XVII.
(5) *Théorie der Elliptischen Functionen,* 1878, pag. 304.
(6) *Sur le mouvement d'un solide autour d'un point fixe et sur le pendule conique — Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* 1884-85, pag. 49.
(7) *Traité des Fonctions Elliptiques,* Vol. II.
(8) Züge, *Bewegung eines schweren Punktes auf einem Rotationsparaboloid — Archiv der Mathematik von Grunert,* 70, pag. 58, 1884.
(9) *Crelle Journal.* Bd. 85, pag. 246, oppure, *Sur quelques applications des Fonctions elliptiques.* Paris 1885, pag. 112.
(10) *Bulletin de la Société Mathématique de France.* Tome III, 1884-85, pag. 65.
(11) Hess, *Ueber das Rollen einer Fläche zweiten Grades auf einer invariabelen Ebene.* Munchen 1880.

Infatti l'angolo Φ compreso tra un massimo ed un minimo successivi del raggio vettore della proiezione orizzontale viene espresso così:

$$\Phi = K \left\{ \frac{d \log H_1(ia_1)}{da_1} + \frac{d \log H(ia)}{da} \right\} \text{ *)}$$

dove a_1 ed a indicano due costanti reali comprese tra 0 e K'.

Ma:

$$\frac{d \log H_1(ia_1)}{da_1} \text{ **)}$$

è reale e positivo, onde:

$$\Phi > K \frac{d \log H(ia)}{da} > \frac{\pi}{2}.$$

Lo stesso metodo potrebbe seguirsi per dimostrare la proprietà analoga nel moto di un punto pesante su di un paraboloide di rotazione ***).

Roma, Febbraio 1892.

*) Tissot, *mem. cit.*
**) Jacobi, *Sur la rotation etc.*, pag. 312.
***) Züge, *mem. cit.*, pag. 69.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

MARZO 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta, in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9 s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	44.5	39.3	38.4	40.73	11.0	13.4	11.0	8.9	13.5	11.10	6.9	5.8	7.6	6.67	70	51	77	66.0	2	8	0	SSW	SW	W	0	0	11	—	0.5
2	38.6	39.9	41.5	40.00	10.8	12.4	10.6	9.0	12.5	10.72	7.2	7.4	7.4	7.33	73	69	77	73.0	4	2	7	WSW	SW	SW	7	20	5	—	1.6
3	41.0	39.7	39.6	40.10	11.8	12.8	10.5	9.2	12.8	11.08	8.4	9.2	8.9	8.83	83	85	94	87.3	10	10	10	SSW	S	SSW	8	2	3	8.8	2.2
4	40.4	41.0	42.7	41.37	8.6	10.9	9.5	7.9	11.0	9.25	7.0	6.2	5.1	6.10	84	63	57	68.0	10	6	10	SW	SW	W	0	9	1	15.4	1.0
5	41.0	41.8	45.1	42.63	5.4	8.4	4.5	4.1	9.3	7.77	5.6	5.1	4.3	5.00	83	62	68	71.0	10	7	3	WNW	SW	NNW	14	25	5	8.5	2.0
6	46.8	46.3	45.8	46.30	3.3	7.7	3.8	**0.9**	8.8	4.20	**3.3**	4.6	4.6	4.17	56	59	77	64.0	7	10	4	N	E	ENE	0	1	5	—	1.8
7	39.4	**37.2**	38.3	38.30	3.2	3.8	5.3	2.1	5.3	3.98	5.3	5.6	5.5	5.47	92	93	83	92.7	10	10	10	NE	E	NNE	11	16	12	8.6	1.0
8	40.7	40.9	43.8	41.80	5.5	8.2	7.0	4.6	8.5	6.40	6.4	7.0	6.4	6.60	96	87	85	89.3	10	10	10	N	NE	NNE	9	4	11	0.5	0.5
9	43.6	42.4	41.6	42.53	10.2	12.6	11.1	6.0	14.0	10.32	7.0	8.8	9.4	8.40	76	82	**95**	84.3	9	10	10	N	SW	SSW	6	2	7	—	0.0
10	40.3	38.8	38.5	39.20	11.2	11.3	9.5	9.0	11.6	10.32	8.9	8.5	6.8	8.07	90	85	76	83.7	10	10	10	SW	WNW	WNW	0	7	12	7.8	0.5
11	40.1	39.4	41.0	40.17	8.6	10.8	7.5	6.5	11.0	8.40	4.6	5.3	6.4	5.43	55	55	83	64.3	4	7	10	WNW	NW	WNW	32	22	11	2.3	1.4
12	39.3	38.6	41.9	39.93	9.7	10.9	7.5	7.0	11.0	8.80	7.2	7.1	6.3	6.87	80	72	82	78.0	8	10	0	W	NNW	NW	10	17	6	4.7	1.0
13	43.3	42.3	42.6	42.73	11.0	11.9	11.8	7.0	12.0	10.45	8.6	8.8	8.4	8.60	87	85	83	85.0	10	10	10	SSE	S	ESE	10	8	10	2.8	3.0
14	38.9	39.2	39.4	39.17	11.7	12.7	11.6	11.0	13.0	11.83	9.6	9.6	9.4	9.53	**95**	89	94	92.7	10	10	6	SW	W	W	12	9	15	7.5	2.2
15	43.6	45.0	46.8	45.13	12.0	12.1	9.5	9.2	12.8	10.87	7.6	5.6	5.7	6.30	73	53	64	63.3	7	5	0	W	W	WNW	15	18	10	—	0.0
16	48.6	46.4	47.4	47.47	10.5	8.7	7.0	6.9	11.0	8.85	6.2	7.5	5.9	6.53	65	89	78	77.3	10	10	6	W	S	NNW	12	9	6	12.5	1.5
17	50.0	49.8	50.9	50.23	9.5	12.9	7.8	5.9	13.3	9.12	4.3	4.1	4.2	4.20	48	36	55	46.3	4	1	0	N	E	SE	5	8	11	—	1.4
18	51.0	49.7	50.2	50.30	10.0	13.4	9.5	6.7	13.5	9.93	4.8	6.3	5.0	5.37	52	55	56	54.3	1	5	0	SE	N	E	1	9	2	—	2.0
19	50.4	50.4	52.4	51.07	9.3	11.8	8.3	7.2	12.5	9.32	6.3	6.0	4.8	5.70	72	58	59	63.0	9	9	0	NNE	E	NNE	3	2	6	—	0.0
20	53.6	53.6	54.9	54.03	9.6	12.2	8.5	5.9	13.0	9.25	5.2	5.5	4.8	5.17	58	52	58	56.0	2	8	3	ENE	E	NNE	5	1	7	—	3.3
21	55.3	54.6	55.6	55.17	10.0	11.0	9.0	6.0	12.5	5.38	5.5	5.5	6.0	5.67	60	56	70	62.0	10	10	1	NE	E	ESE	6	3	5	—	1.1
22	**55.8**	54.2	55.1	55.03	10.2	14.1	11.0	6.0	15.0	10.55	5.5	6.1	5.6	5.73	59	51	58	56.0	0	4	0	E	SE	NW	5	2	15	—	2.5
23	54.4	52.9	52.8	53.37	12.5	14.3	10.3	9.0	14.5	11.57	5.9	5.7	6.9	6.17	54	48	74	58.7	0	0	0	SE	NW	N	0	13	0	—	2.0
24	52.7	51.2	52.6	52.17	11.5	13.7	10.2	8.5	14.3	11.13	7.4	6.9	6.9	7.07	74	59	74	69.0	5	1	0	W	NW	NNE	0	6	7	—	1.5
25	53.9	52.8	53.5	53.40	13.5	16.6	12.5	9.0	17.0	13.00	5.4	4.8	3.9	4.70	47	**34**	37	49.3	0	0	0	E	NW	W	2	3	0	—	2.3
26	53.2	52.2	53.2	52.87	14.0	15.4	12.6	10.2	15.5	13.08	6.3	5.5	7.3	6.37	53	42	68	54.3	0	10	2	S	SSE	NE	0	9	6	—	2.3
27	53.1	51.5	51.4	52.00	14.2	17.0	14.5	12.3	18.1	14.77	7.1	8.1	8.2	7.80	59	56	66	60.3	10	7	10	E	SW	WNW	0	5	4	—	2.8
28	48.4	45.7	45.5	46.53	16.4	17.7	15.3	13.2	**18.5**	14.60	8.0	7.0	6.8	7.27	58	47	53	52.7	10	10	10	WNW	SE	WNW	5	2	7	—	2.0
29	40.7	37.7	36.2	38.20	15.6	14.3	16.2	13.4	16.5	15.42	8.6	9.4	9.2	9.07	65	78	67	70.0	10	10	10	SSW	ESE	SSE	8	2	24	4.5	2.3
30	40.2	43.0	43.2	42.13	15.3	13.8	11.5	10.5	16.5	13.45	**10.4**	9.2	7.9	9.11	81	79	78	79.3	8	10	10	E	WSW	W	0	8	0	1.0	1.0
31	52.6	52.0	52.6	52.40	13.4	17.4	14.0	10.8	18.0	14.09	8.0	10.3	8.2	9.11	70	69	69	69.3	1	7	0	N	SSE	E	1	0	0	—	0.9
Medi mens.	44.69	45.47	46.28	45.48	10.63	12.40	9.97	7.87	12.80	10.32	6.08	6.79	6.58	6.48	69.9	64.2	71.1	68.4	6.5	3.7	4.9							somma 84.9	somma 48.2

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

APRILE 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	53.3	51.8	50.9	52.00	15.5	18.5	15.0	11.6	20.0	15.52	8.6	8.5	8.0	8.37	65	54	63	60.7	2	10	3	NNE	W	E	2	2	2	—	1.7
2	48.2	46.8	46.8	47.27	15.5	18.1	15.0	13.0	19.0	15.63	6.7	7.5	6.6	6.93	51	49	52	50.7	9	10	10	ESE	W	ENE	6	2	4	1.0	2.5
3	48.5	48.4	49.7	48.87	17.1	20.4	16.4	12.9	20.7	16 77	7.1	7.5	7.3	7.30	49	42	52	47.7	3	1	0	NNE	W	E	3	4	0	—	3.1
4	50.3	48.4	48.7	49.13	17.5	20.9	17.0	14.0	20.9	17.35	4 9	8.1	7.4	6.80	33	44	52	43.0	0	10	10	E	W	NE	0	0	0	—	2.9
5	47.3	45.3	44.6	45.73	16.5	18.6	15.9	14.1	19.0	16.38	8.1	6.5	8.1	7.57	58	41	60	53.0	10	10	10	NE	ESE	E	1	5	5	—	2.9
6	42.9	41.3	41.8	42.00	17.0	19.9	15.8	13.0	20.3	16.52	8.9	9.3	9.5	9.23	62	54	71	62.3	0	10	10	SE	N	E	1	1	0	—	2.8
7	39.7	37.9	39.7	39.10	15.4	18.4	14.0	11.9	19.0	15.07	9.3	10.1	10.2	9.87	71	63	86	73.3	10	9	10	ENE	SE	NE	2	1	0	9.1	1.7
8	39.9	39.9	42.3	40.70	15.9	18.3	14.2	12.3	18.5	15.23	9.5	9.8	10.4	9.90	71	63	87	73.7	1	2	0	E	WSW	N	—	—	—	0.3	1.1
9	38.9	44.6	45.9	43.13	14.5	15.2	12.9	12.9	15.5	13.95	9.3	9.8	6.2	8.43	76	76	56	69.3	10	10	8	SE	E	NE	—	—	—	7.3	0.9
10	47.3	46.2	48.2	47.23	14.7	17.4	12.5	10.5	17.5	13.80	6.6	7.2	6.1	6.63	52	49	57	52.7	2	4	10	E	ESE	E	—	—	—	—	1.7
11	46.5	46.1	48.1	46.90	14.0	16.5	13.5	11.0	17.0	13.88	7.6	8.4	7.2	7.73	64	60	62	62.0	0	5	0	E	SE	W	—	—	—	—	2.6
12	46.7	45.7	45.5	45.97	15.0	16.6	13 5	10.7	16.9	14.02	9.6	9.0	9.8	9.47	75	64	82	73.7	7	1	9	S	S	SW	—	—	—	—	1.0
13	42.1	41.7	40.7	41.50	12.0	15.0	13.1	11.3	15.1	12.87	9.8	10.1	10.7	10.20	95	80	96	90.3	10	10	10	N	SW	SE	—	—	—	22.1	1.0
14	39.3	40.1	43.1	40.83	12.8	15.9	13.0	11.8	16.1	13.43	9.8	10.3	10.1	10.07	90	77	91	86.0	10	8	2	SW	SW	WSW	—	7	1	16.0	0.5
15	46.3	46.9	47.3	46.83	14.0	15.0	13.7	12.3	15.9	13.98	11.2	11.2	10.3	10.90	95	88	89	90.7	10	10	0	W	ENE	SW	3	2	1	0.5	0.5
16	43.6	39.6	39.7	40.97	18.3	20.4	16.4	12.7	21.0	17.10	9.8	7.5	8.6	8.63	63	42	61	55.3	3	3	10	S	S	SE	0	14	14	—	1.2
17	40.4	42.3	46.1	42.93	15.3	16.9	12.5	12.5	17.4	14.42	12.1	5.1	7.3	8.17	93	36	68	65.7	10	5	0	S	SW	WSW	0	18	5	2.3	2.8
18	48.7	48.2	48.0	48.30	14.6	15.5	13.1	10.8	15.9	13.60	8.6	9.5	9.5	9.20	70	72	86	76.0	2	7	10	SSW	N	SW	0	5	3	—	2.0
19	48.0	46.8	44.8	46.53	10.5	10.0	8.6	6.9	13.2	9.80	5.6	5.0	4.0	4.87	59	55	49	54.3	10	10	5	WSW	SW	W	24	16	26	2.9	2.2
20	44.2	45.7	48.2	46.03	9.3	11.4	8.7	5.0	12.5	8.87	5.5	4.2	4.1	4.60	62	41	49	50.7	2	10	2	E	N	NW	0	7	1	0.5	1.8
21	49.1	49.0	49.5	49.20	11.4	12.1	10.0	6.2	14.1	10.43	4.5	5.3	5.4	5.07	44	51	58	51.0	4	9	6	N	NE	N	5	0	0	0.2	2.0
22	49.2	48.8	51.3	49.77	12.8	17.4	13.0	8.7	17.4	12.98	4.7	5.7	5.8	5.40	43	38	52	44.3	3	0	0	N	ENE	ENE	3	5	2	—	2.2
23	54.5	54.0	55.0	54.50	15.5	19.4	14.0	10.8	19.8	15.02	6.7	3.6	8.4	6.23	51	22	70	47.7	0	0	0	ENE	W	WSW	0	1	3	—	3.5
24	55.3	54.0	53.6	54.30	15.8	17.4	13.5	11.9	17.7	14.73	9.1	4.7	10.3	8.03	67	32	90	63.0	0	0	0	E	SW	WSW	0	1	0	—	2.5
25	52.0	50.1	49.2	50.43	14.5	17.5	13.0	11.7	17.5	14.17	9.6	9.8	9.5	9.63	80	66	86	77.3	7	0	0	W	NNE	SW	0	1	0	—	1.0
26	46.1	46.2	46.2	46.17	16.2	16.6	13.8	12.0	17.3	14.82	10.2	10.2	10.3	10.23	74	72	88	78.0	2	10	0	W	N	SW	2	2	1	—	0.8
27	45.6	45.5	46.1	45.73	16.6	18.3	14.1	12.0	18.6	15.33	9.7	7.3	6.9	7.97	69	47	58	58 0	0	0	0	SE	SW	E	0	4	0	—	1.0
28	45.8	45.6	46.1	45.83	18.5	18.7	15 4	15.6	20.3	17.45	7.4	10.4	10.7	9.50	47	65	82	64.7	10	9	0	SSE	N	WSW	0	4	0	—	3.0
29	44.1	42.4	42.6	43.03	19.0	19.8	16.5	13.6	20.7	17.45	9.4	8.4	8.4	8.73	58	49	60	55.7	4	10	10	ESE	S	W	0	1	1	—	1.8
30	40.6	41.1	43.3	41.67	16.0	16.5	13.0	12.3	17.6	14.72	10.0	5.2	7.1	7.43	64	38	64	55.3	10	3	0	W	WSW	WSW	5	21	25	1.7	2.0
Medi mens.	46.15	45.68	46.43	46.09	15.06	17.09	13.70	11.53	17.75	14.51	8.33	7.91	8.07	8.10	65.0	54.3	69.2	62.9	5.0	6.2	4.5							somma 63.9	somma 56.7

Libri venuti in dono all'Accademia nel mese di aprile 1892 [1]).

BARDELLI Dott. GIUSEPPE. — Dell'uso delle coordinate obliquangole nella teoria dei momenti d'inerzia (Nota letta nell'adunanza 10 marzo 1892 del R. Ist. Lombardo). Milano 1892.

DANIELLI Dott. JACOPO. — Studio craniologico sui Nias. Firenze, 1892, con tavv.

STUART STANLEY. — Discovery of the law of variations of the maximum tension of aqueons vapor. Philadelphia, 1892, di 1 pag.

---

[1]) Da ora in avanti, l'elenco dei libri venuti *in cambio* sarà pubblicato soltanto nell'*Annuario* dell'Accademia.

Fascicolo 5° ANNO XXXI. Maggio 1892

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 *Aprile* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Sono presenti i soci Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese e Villari, ed il socio corrispondente Comes.

Il ff. di Segretario legge il processo verbale della precedente adunanza, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia.

Comunica poi il programma dei Congressi di Antropologia e di Zoologia, che si terranno nel prossimo Agosto a Mosca, e la lettera del Console generale di Russia a Napoli, che l'accompagna.

Il socio Costa dichiara che prenderà parte a quel Congresso. Lo stesso dichiarono i soci Albini e Villari: onde l'Accademia delibera fin da ora di farsi rappresentare ai detti Congressi da quei soci che vi si recheranno.

Il socio Albini, che ha visitato a nome dell'Accademia il socio Battaglini, riferisce che le condizioni fisiche dell'amato collega sono stazionarie, e porge i ringraziamenti di lui.

Il socio Pinto esprime la sua riconoscenza all'Accademia per la fiducia dimostratagli, eleggendolo suo Segretario.

Per l'assenza del socio relatore Battaglini, il socio Pinto legge, anche a nome del collega Fergola, il rapporto sul lavoro del dottor Marcolongo, presentato nella

scorsa adunanza, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate ad unanimità.

Il socio Fergola presenta, per la inserzione nel Rendiconto, le *Osservazioni meteoriche dei mesi di Marzo e Aprile.*

Quindi l'Accademia si riunisce in seduta privata per trattare affari di amministrazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 Maggio 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinarii Albini, Bassani, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese e Villari, ed il socio corrispondente Paladino.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che è approvato; presenta l'elenco dei libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia, e presenta il fascicolo stampato del Rendiconto del mese di Aprile.

Il socio Trinchese offre in omaggio all'Accademia una sua memoria, letta alla R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ed intitolata: *Ricerche sulla formazione delle piastre motrici*; e ne offre un'altra da parte del socio corrispondente Senatore Prof. Capellini, intitolata: *I tronchi di Bennettitee dei Musei Italiani.* L'Accademia ringrazia del dono i soci Trinchese e Capellini.

Il socio Fergola presenta una memoria del Dottor Filippo Angelitti, avente per titolo: *Nuova determinazione della latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte,* e ne legge la prefazione. Il presidente incarica i soci Fergola, Capelli e Pinto di riferirne all'Accademia.

Il socio Albini presenta, per essere inserita nel Rendiconto, una sua nota *Su alcuni scheletri rinvenuti nelle tombe recentemente scoverte in Napoli, negli scavi che si fanno a S. Andrea delle Dame.*

Dopo l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 Maggio 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i soci ordinari Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto, Scacchi, Trinchese e Villari, ed i soci corrispondenti Palmeri e Grassi.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che è approvato; e presenta l'elenco dei libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia.

Il socio Fergola, a nome anche dei soci Capelli e Pinto, legge il rapporto sulla memoria del Dottor Angelitti, presentata nella passata adunanza, proponendone la inserzione nel volume degli Atti. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Lo stesso socio Fergola presenta da parte del Prof. Battaglini una seconda nota del Dottor Marcolongo, *Sull'equilibrio dei fili flessibili.* Il Presidente incarica i soci Battaglini, Fergola e Pinto di riferirne all'Accademia. Quindi egli annunzia la morte del socio straniero *Augusto Guglielmo Hofmann,* avvenuta in Berlino il dì 5 del corrente mese. Dell'illustre estinto ricorda brevemente i grandi meriti scientifici e le numerose scoperte fatte in tutte le branche della Chimica, ed in segno di lutto scioglie l'adunanza.

Poche notizie sulle ossa e sulle tombe scoperte in S. Andrea delle Dame; NOTA *del Socio Ordinario* **G. Albini.**

(Adunanza del dì 7 Maggio 1892)

Nell'operare gli scavi per le fondamenta delle Cattedre che devono sorgere l'una nel giardino a mezzodì, l'altra nel cortile a settentrione dell'ex Convento di S. Andrea delle Dame in Napoli, si misero allo scoverto diverse tombe contenenti ossa umane. Seguii con curioso interesse i lavori di sterro nel giardino a Sud, perchè le tombe ivi scoperte, nello spazio di pochi metri quadrati, sia per la loro diversa profondità e forma, sia pei materiali di cui erano costruite, sia, in fine, per la grande differenza nell'aspetto e nello stato di conservazione delle ossa in esse contenute, non lasciavano alcun dubbio che quell'area, relativamente piccola, avesse servito come luogo di sepoltura in epoche diverse e probabilmente molto tontane fra loro [1]).

Infatti lungo il lato orientale di quest'area, a meno di due metri dal suolo si trovò una tomba in muratura solida, chiusa al lato nord da un grosso paralellepipedo, che fu qualificato di marmo *africano.* Il coperchio della tomba non era piano ma a tetto, cioè formato da grossi lastroni quadrangolari di terracotta, disposti a paja che s'incontravano ad angolo in alto. I lastroni erano ben lutati fra loro e colle pareti laterali in muratura della tomba, la quale, pertanto si presentava pentagonale nella sua sezione normale all'asse maggiore.

Più numerose furono invece le tombe così dette a *capanna* od a sezione triangolare, formate soltanto da grosse tegole piane o lastroni in terracotta; queste tombe si trovarono disposte in diverse direzioni ed a differenti profondità. Chiamarono la mia attenzione tre tombe allineate l'una sopra dell'altra e coi rispettivi vertici proprio a perpendicolo tra loro. Uno strato di terreno, alto circa quaranta centimetri, divideva l'inferiore dalla mediana, ma immediatamente sopra di questa ne veniva una terza, di modo che il cadavere della superiore appoggiava sul vertice del coperchio della tomba sottostante.

Sospettando trattarsi di cripte sovrapposte procurai di assicurarmi se all'uno od all'altro estremo vi fosse un muro od una parete stabile. Le indagini riuscirono negative; è giuocoforza pertanto ammettere che tombe sieno state sovrapposte a tombe, cadaveri a cadaveri o perchè si ignorasse che quell'area avesse servito in antecedenza

[1]) Però anche nel cortile a settentrione si trovarono poche tombe, d'una sola forma, cioè a capanna, con avanzi di cadaveri.

di luogo di sepoltura o per difetto di spazio ed in momenti eccezionali di epidemie, di assedj, di disastri ecc. [1]).

In questa supposizione mi confermano le seguenti osservazioni: 1° non tutte le tombe a capanna erano disposte, come dissi, in una determinata direzione, essendovene talune che, prolungate, si sarebbero incrociate da destra a sinistra o viceversa, o fra loro o colle tre antecedentemente descritte, le quali, come quella in muratura, erano disposte da Nord a Sud; 2° che non tutte le tombe a capanna erano chiuse agli estremi da lastroni in terracotta, nè tutte erano complete, cioè con fondo di lastroni come le pareti laterali; non poche invece erano le tombe incomplete, cioè senza fondo, nelle quali pertanto il cadavere deve essere stato adagiato sulla nuda terra e poscia coperto da lastroni inclinati in modo da formare sopra di esso una tenda protettrice; 3° in fine la diversità di perfezione, di dimensioni, di spessore dei lastroni, talvolta soltanto appoggiati l'uno all'altro, tal'altra in vece ben connessi e lutati, alcuni con, altri senza bordo sporgente ai due lati, pel mutuo appoggio e per rendere più perfetta la chiusura [2]).

Giacente, in fine, fra queste tombe a capanna, e precisamente fra le più profonde, si trovò qualche grossa anfora in terracotta, a bocca e collo stretto (da 8-9 cent. di diametro) con maniglie od orecchie al collo. In una di queste, che si credeva vuota, si trovarono poche ossa d'un bambino.

Sgraziatamente l'anfora si ruppe prima d'essere interamente scoperta ed isolata dal terreno umido e compatto in cui era sepolta. Non fu pertanto possibile determinare se le ossa ivi contenute fossero gli avanzi d'un cadaverino introdotto come tale nell'anfora (ciò che per la ristrettezza della bocca e del collo difficilmente aveva potuto farsi ad anfora integra, ma dal fondo previamente staccato, poscia rimesso in posto), oppure se quelle ossa provenissero da altra tomba e fossero state conservate nell'anfora.

[1]) Leggesi nel Celano che il Convento di S. Andrea delle Dame, *uno de' più belli e de' più grandi di Napoli, fu, con spesa considerabile, edificato dopo il 1580 e che a dì 7 Marzo 1587 vi si trasferirono e si rinchiusero definitivamente le quattro sorelle Parascandolo (fondatrici dell'Ordine di S. Andrea) insieme a molte altre Dame napoletane che vollero imitarle abbracciando la vita claustrale.*

Ancora ai tempi del Celano, cioè fin verso la fine del Secolo decimosettimo, sulla Collina di S. Aniello, ove sorge la Chiesa dello stesso nome ed il Convento di S. Andrea, vi erano pochi edifizj. Infatti questo autore parlando della piazza di S. Aniello la dice bellissima *e che serve di delizia nell'estate ai Napoletani sul tardi del giorno, perchè oltre dell'aure fresche che in essa si godono, le nostre amene colline, giardini e le abitazioni de' Borghi di S. Maria della Stella e della Montagnola formano alla vista un teatro molto dilettoso.*

Niente di più probabile pertanto che l'area ove sorse il Monastero di S. Andrea delle Dame, innanzi del 1580 non fosse occupata da alcun edificio, e trovandosi alla periferia della città in punto elevato, fosse stata adibita per luogo di sepoltura. Durante l'epidemia degli anni 1526-27-28 avrebbero, forse, avuto luogo le sepolture disordinate, incomplete sopra le tombe esistenti antecedentemente?

[2]) Alcuni lastroni delle tombe a capanna misuravano cm. 60 × 42 ed avevano lo spessore di un centimetro o poco più; i bordi, nei lastroni che ne erano forniti, sporgevano d'un centimetro dal piano del lastrone.

Stato delle ossa.

Le ossa rinvenute nella tomba in muratura erano bianchissime e facilmente friabili; non davano alcun odore nè si annerivano se venivano esposte in capsula per molto tempo alla fiamma d'una lampada a gas; pesate prima e dopo d'averle esposte ad alta temperatura non si notava differenza sensibile del peso; si scioglievano completamente nell'acqua acidulata con acido cloroidrico. Evaporando l'acqua, si otteneva un residuo abbondante di sali calcarei.

Tutte le ossa trovate nelle tombe a capanna erano invece di color gialliccio-sporco; anzichè friabili si poteano dire fracide, cioè resistevano poco alla pressione, si schiacciavano senza però polverizzarsi. Riscaldate in una capsula perdevano molto in peso, davano odore ingrato empireumatico e finalmente si annerivano o carbonizzavano. Trattate con acqua acidulata con acido cloroidrico non mutavano forma, dimensione, colore, ma si riducevano più o meno presto in uno stato di gelatina spugnosa semitrasparente, giallastra, facilmente compressibile, che esaminata al microscopio non permetteva di riconoscere la struttura del tessuto osseo, come si osserva invece benissimo nelle ossa fresche trattate nello stesso modo. Alcune ossa delle stesse tombe, sottoposte anche per lungo tempo all'azione dell'acqua acidulata, si rammollivano e per semplice pressione fra le dita si riducevano in una pasta granulosa.

Le ossa di bambino rinvenute nell'anfora erano grigio-giallastre, ben asciutte, molto friabili e relativamente leggiere; poco perdevano in peso per essiccamento; però si annerivano un poco se esposte in capsula e per un certo tempo ad alta temperatura. Non si scioglievano in acqua acidulata con acido cloroidrico; la base organica rimaneva intatta, ed al microscopio presentava più o meno bene la struttura caratteristica del tessuto osseo.

Da queste osservazioni io concluderei, che le ossa della tomba in muratura sono antichissime, e probabilmente furono ivi deposte dopo la cremazione del cadavere; quelle delle tombe a capanna sono certamente tutte di cadaveri inumati in epoche diverse, ma posteriori ed assai più vicine a noi; quelle dell'anfora sono pure di cadavere inumato, ma è molto probabile che dopo un certo tempo sieno state tolte dalla primitiva tomba per essere conservate in una grossa anfora, nella quale si arrestò il processo d'alterazione e d'infracidimento.

Comunico queste poche notizie che potranno riuscire di complemento agli studi degli archeologi su questa località, estremo più elevato dell'antica Napoli ed a pochi passi dal luogo ove, a detta del Celano, trovavasi il tempio ed in esso il Sepolcro di Partenope, del quale tempio si scoprirono le bellissime vestigia quando si scavarono le fondamenta pel Belvedere di S. Gaudioso dalla parte di S. Aniello.

Rapporto *sulla Nota del Dottor* R. Marcolongo.

(Adunanza del dì 21 Maggio 1892)

Il Dottor Marcolongo, in una Nota, recentemente inserita nel Rendiconto della nostra Accademia, ha trattato di un'applicazione delle funzioni ellittiche alla teoria dell'equilibrio dei fili; in questa Nota egli dà un'altra applicazione delle funzioni ellittiche alla medesima teoria, proponendosi di studiare la configurazione dell'equilibrio di un filo omogeneo pesante costretto a restare su di una superficie sferica levigata, o sia il problema della *catenaria sferica*. Il problema, come è noto, si riduce immediatamente alle quadrature. Rispetto alla discussione delle radici di una certa equazione di 4° grado, che si presenta nella risoluzione della questione, egli semplifica notevolmente i risultati del Gudermann, ottenuti nel trattare lo stesso argomento. La riduzione a funzioni ellittiche è assai più laboriosa; ma il Marcolongo giunge egualmente a formole assai semplici ed eleganti, che gli permettono di discutere la curva di equilibrio. — Le coordinate dei punti della catenaria si esprimono razionalmente mediante funzioni periodiche di seconda specie.

Sulla catenaria sferica si ha un lungo lavoro del Gudermann, al quale appartiene l'espressione semplicissima delle radici dell'equazione di 4° grado, sopra accennata, sotto forma trigonometrica; ma la dimostrazione che ne ha data il Marcolongo sembra assai più semplice di quella del Gudermann, il quale inoltre non avendo usato le funzioni Jacobiane, non pose i suoi risultati sotto la forma più semplice. Anche il Clebsch si occupa dello stesso problema, ma dopo di aver ridotto il problema alle quadrature, discute solamente le radici della più volte nominata equazione di 4° grado, seguendo un metodo non sostanzialmente diverso da quello del Gudermann. Finalmente Appell, seguendo un metodo indicato da Hermite per lo studio del pendolo conico, ha notato che le coordinate orizzontali di un punto della catenaria sono funzioni uniformi di funzioni doppiamente periodiche. La via seguíta dal Marcolongo è più elementare, ma non conduce per questo a risultati meno semplici ed eleganti.

Crediamo dopo ciò che questa Nota del Dottor Marcolongo meriti di essere inserita nel Rendiconto dell'Accademia.

E. Fergola
L. Pinto
G. Battaglini, *relatore*

Alcune applicazioni delle Funzioni ellittiche alla Teoria dell' equilibrio dei fili flessibili; NOTA 2ª *del Dottor* **R. Marcolongo.**

(Adunanza del dì 14 Maggio 1892)

1. Mi propongo di studiare la configurazione dell'equilibrio di un filo omogeneo pesante costretto a restare su di una superficie sferica levigata.

Posto il centro delle coordinate nel centro della sfera e l'asse z verticale, positivo verso l'alto, le equazioni dell'equilibrio sono:

$$\frac{d}{ds}\left(\mathrm{T}\frac{dx}{ds}\right)+\mathrm{N}\frac{x}{l}=0 \quad ; \quad \frac{d}{ds}\left(\mathrm{T}\frac{dy}{ds}\right)+\mathrm{N}\frac{y}{l}=0 \quad ; \quad \frac{d}{ds}\left(\mathrm{T}\frac{dz}{ds}\right)+\mathrm{N}\frac{z}{l}=g$$

dove si è indicato con l il raggio della sfera, con N la reazione normale e con g l'accelerazione dovuta alla gravità. Si hanno i due integrali:

$$\mathrm{T}=h+gz \quad ; \quad \mathrm{T}\left(y\frac{dx}{ds}-x\frac{dy}{ds}\right)=c$$

dai quali facilmente si ricava:

$$ds=\frac{(h+gz)\,l\,dz}{\sqrt{f(z)}}$$

essendo:

$$f(z)=(h+gz)^2(l^2-z^2)-c^2.$$

Diciamo φ la longitudine di un punto M della catenaria ed r la sua distanza dal l'asse z; si ha:

$$y\,dx-x\,dy=r^2d\varphi=(l^2-z^2)\,d\varphi=\frac{c\,ds}{h+gz}$$

d'onde:

$$d\varphi=\frac{cl\,dz}{(l^2-z^2)\sqrt{f(z)}}.$$

Deduciamo inoltre che:

$$\mathrm{N}l+\mathrm{T}\left(x\frac{d^2x}{ds^2}+y\frac{d^2y}{ds^2}+z\frac{d^2z}{ds^2}\right)=gz$$

e quindi:

$$\mathrm{N}l=h+2gz.$$

Se la costante h fosse positiva, N avrebbe valori positivi per valori negativi di z; la curva definita dalle equazioni precedenti potrà essere sempre costruita, ma non ci rappresenta una posizione di equilibrio; supporremo dunque h negativo.

Posto:

$$h=-glm^2 \quad ; \quad c=gc_1l^2 \quad ; \quad z=l\zeta$$

sarà:

$$ds = \frac{l(\zeta - m^2)\,d\zeta}{\sqrt{F(\zeta)}} \quad ; \quad d\varphi = \frac{c_1\,d\zeta}{(1-\zeta^2)\sqrt{F(\zeta)}}$$

dove:

$$F(\zeta) = (1-\zeta^2)(\zeta - m^2)^2 - c_1^2 = -\zeta^4 + 2m^2\zeta^3 + (1-m^4)\zeta^2 - 2m^2\zeta - c_1^2 + m^4.$$

Detta θ la latitudine del punto M, sarà $\zeta = \operatorname{sen}\theta$ e l'equazione $F(\zeta) = 0$ equivarrà alla seguente:

$$\cos\theta\,(\operatorname{sen}\theta - m^2) = c_1.$$

Poichè è impossibile che le sue radici sieno tutte immaginarie (in tal caso $F(\zeta)$ sarebbe negativa per ogni valore di ζ) due radici almeno saranno reali.

Sieno θ_1 e θ_2 queste radici e si ponga:

$$\theta_1 = u + v \quad ; \quad \theta_2 = u - v.$$

Otterremo facilmente:

$$m^2 = -\frac{\cos 2u \,.\, \cos v}{\operatorname{sen} u} \quad ; \quad c_1 = \frac{\cos(u+v)\cos(u-v)}{\operatorname{tang} u}$$

e però:

$$0 < v < \frac{\pi}{4} \quad ; \quad \frac{\pi}{4} < u < \frac{\pi}{2}.$$

Definendo adunque un nuovo angolo γ tale che:

$$u = \frac{\pi}{2} - \gamma \qquad \left(0 < \gamma < \frac{\pi}{4} \quad \text{e} \quad \gamma > v\right)$$

ed eliminando v tra le due espressioni precedenti, si avrà:

$$F_1(\xi) = \xi^3 + 2c_1\xi^2 - (1-m^4)\,\xi - 2c_1 = 0$$

dove:

$$\xi = \operatorname{sen} 2\gamma.$$

Poichè:

$$F_1(1) = m^4 \quad ; \quad F_1(0) = -2c_1 < 0 \quad ; \quad F_1(-1) = -m^4$$

risulta che tra 0 ed 1 vi è almeno una radice reale; quindi si ha certamente un valore reale per γ. Se le radici della equazione sono tutte reali, non potendo essere tutte e tre positive poichè la loro somma $= -2c_1$ è negativa, le altre due saranno negative e comprese tra 0 e -1; e però potranno essere rappresentate da:

$$-\operatorname{sen} 2\alpha \quad ; \quad -\operatorname{sen} 2\beta \quad ; \quad \alpha < \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \beta < \frac{\pi}{2}.$$

In tale ipotesi le radici dell'equazione in ζ sono reali e possono esprimersi semplicemente in funzione di α, β, γ. Infatti poichè si ha identicamente:

$$\xi^3 + 2c_1\xi^2 - (1-m^4)\,\xi - 2c_1 = (\xi - \operatorname{sen} 2\gamma)(\xi + \operatorname{sen} 2\alpha)(\xi + \operatorname{sen} 2\beta)$$

per $\xi = 1$ otteniamo:

$$m^4 = \frac{\cos^2 2\gamma \cos^2 v}{\cos^2 \gamma} = (1 + \operatorname{sen} 2\alpha)(1 + \operatorname{sen} 2\beta)(1 - \operatorname{sen} 2\gamma)$$

e perchè si ha:

$$2c_1 = \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} 2\beta - \operatorname{sen} 2\gamma = \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\beta \operatorname{sen} 2\gamma$$

otterremo che:

$$\cos^2 v = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta)}{\operatorname{tang}\gamma}$$

e successivamente:

$$\operatorname{sen} 2\gamma = \frac{\operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} 2\beta}{1 + \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\beta} \quad ; \quad \operatorname{tang}\gamma = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$$

d'onde:

$$\cos v = \cos(\alpha - \beta) \quad ; \quad v = \alpha - \beta$$

e però:

$$\zeta_1 = \cos(-\alpha + \beta + \gamma) \quad ; \quad \zeta_2 = \cos(\alpha - \beta + \gamma)$$

sono le espressioni semplicissime di due delle radici della $F(\zeta) = 0$. Un calcolo assai semplice prova che le altre due sono espresse così:

$$\zeta_3 = -\cos(\alpha + \beta - \gamma) \quad ; \quad \zeta_4 = \cos(\alpha + \beta + \gamma) \text{ *)}$$

Onde le radici della equazione in ζ sono reali; due positive e due negative.

Per brevità diremo b la maggiore delle due positive, a l'altra; $-c$ e $-d$ le due negative, e quindi:

$$F(\zeta) = -(\zeta - a)(\zeta - b)(\zeta + c)(\zeta + d)$$
$$a < \zeta < b.$$

2. Passiamo ad esprimere gli elementi della curva mediante funzioni ellittiche.

Posto:

$$\zeta = \frac{a(b+c) + c(b-a)\,sn^2(u, k)}{b + c - (b-a)\,sn^2(u, k)} \quad ; \quad k^2 = \frac{(b-a)(d-c)}{(b+c)(d+a)} \quad ; \quad k'^2 = \frac{(a+c)(b+d)}{(b+c)(d+a)} \text{ **)}$$

risulta:

$$\frac{d\zeta}{\sqrt{F(\zeta)}} = \frac{2}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}\,du.$$

*) Infatti:

$$\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4 = 2\cos\gamma\cos(\alpha - \beta) - 2\operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}(\alpha + \beta)$$

e poichè:

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$$

avremo:

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\operatorname{sen}\gamma} = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\gamma} = \frac{2\cos\gamma\cos(\alpha - \beta) - 2\operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{2\cos 2\gamma}$$

e però:

$$\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4 = \frac{2\cos 2\gamma\cos(\alpha - \beta)}{\cos\gamma} = 2m^2.$$

Inoltre:

$$\zeta_1\zeta_2 + \zeta_1\zeta_3 + \ldots + \zeta_3\zeta_4 = \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\beta - \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\gamma - \operatorname{sen} 2\beta \operatorname{sen} 2\gamma = -(1 - m^4).$$

**) Enneper, *Elliptische Functionen*, 1876, pag. 20.

e se contiamo gli archi a partire da $u=0$, otterremo:

$$\frac{s}{2l}=\frac{a-m^2}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}u+\frac{(a+c)(b-a)}{(b+c)\sqrt{(a+d)(b+c)}}\int_0^u\frac{sn^2u\,du}{1-\frac{b-a}{b+c}sn^2u}\,.$$

La quantità $\frac{b-a}{b+c}$ è positiva e compresa tra k^2 ed 1; potremo adunque porre:

$$\frac{b-a}{b+c}=k^2sn^2(i\alpha+\mathrm{K})\quad{}^{*)}$$

essendo α reale e compreso tra 0 e K'. Dedurremo quindi:

$$sn^2(i\alpha+\mathrm{K})=\frac{a+d}{a-c}\quad;\quad cn^2(i\alpha+\mathrm{K})=-\frac{a+c}{d-c}\quad;\quad dn^2(i\alpha+\mathrm{K})=\frac{a+c}{b+c}\,.$$

Nell'estrarre la radice quadrata noteremo che sn e dn sono positivi e cn negativo. Sostituendo questi valori nell'espressione di s e valendoci della espressione degli integrali ellittici di terza specie mediante funzioni Θ otterremo:

$$\frac{s}{2l}=\frac{\mathrm{S}}{2\mathrm{K}l}u+\frac{1}{2i}\log\frac{\Theta_1(u+i\alpha)}{\Theta_1(u-i\alpha)}\,.$$

dove:

$$\frac{\mathrm{S}}{2\mathrm{K}l}=\frac{a-m^2}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}+\frac{d\log\Theta_1(i\alpha)}{d\alpha}$$

è il coefficiente della parte non periodica nella espressione di s.

3. La longitudine φ, contata a partire da $u=0$ viene espressa così:

$$\varphi=\frac{2c_1}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}\int_0^u\frac{du}{1-\zeta^2}=\frac{c_1}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}\left\{\int_0^u\frac{du}{1+\zeta}+\int_0^u\frac{du}{1-\zeta}\right\}.$$

D'altra parte dalla espressione di ζ mediante u si ricava:

$$\frac{1}{1+\zeta}=\frac{1}{1+a}-\frac{(b-a)(a+c)}{(1+a)^2(b+c)}\,\frac{sn^2u}{1-\frac{(1-c)(b-a)}{(1+a)(b+c)}sn^2u}$$

Ma si può porre

$$\frac{(1-c)(b-a)}{(1+a)(b+c)}=k^2\,sn^2\,(i\alpha_1+\mathrm{K})$$

perchè l'espressione che figura nel primo membro è compresa tra k^2 ed 1.

Notando poi che:

$$-\mathrm{F}(-1)=c_1^2=(1+a)(1+b)(1-c)(1-d)\quad;\quad-\mathrm{F}(1)=c_1^2=(1-a)(1-b)(1+c)(1+d)$$

risulterà:

$$k^2sn(i\alpha_1+\mathrm{K})\,cn(i\alpha_1+\mathrm{K})\,dn(i\alpha_1+\mathrm{K})=-\frac{ic_1(a+c)(b-a)}{(1+a)^2(b+c)\sqrt{(a+d)(b+c)}}\,.$$

*) Durège, *Theorie der Ellip. Func. Dritte Auflage*, 1878, pag. 285.

Quindi:

$$\frac{c_1}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}\int_0^u \frac{du}{1+\zeta}=\frac{c_1}{(1+a)\sqrt{(a+d)(b+c)}}\,u+\frac{1}{i}\Pi(u\,,i\alpha_1+\mathrm{K}).$$

In modo del tutto analogo si conduce il calcolo del secondo integrale che figura nella espressione di φ; e quando si ponga:

$$\frac{(1+c)(b-a)}{(1-a)(b+c)}=k^2\,sn^2\,(i\alpha_2+\mathrm{K})$$

otterremo:

$$\frac{c_1}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}\int_0^u \frac{du}{1-\zeta}=\frac{c_1}{(1-a)\sqrt{(a+d)(b+c)}}\,u-\frac{1}{i}\Pi(u\,,i\alpha_2+\mathrm{K}).$$

Le due costanti α_1 e α_2 sono reali e comprese tra 0 e K'.

Abbiamo adunque:

$$\varphi=\frac{\Phi}{\mathrm{K}}\,u+\frac{1}{2i}\log\frac{\Theta_1(u-i\alpha_1)\,\Theta_1(u+i\alpha_2)}{\Theta_1(u+i\alpha_1)\,\Theta_1(u-i\alpha_2)}$$

essendo:

$$\frac{\Phi}{\mathrm{K}}=\frac{c_1}{\sqrt{(a+d)(b+c)}}\left(\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1-a}\right)-\frac{d\log\Theta_1(i\alpha_1)}{d\alpha_1}+\frac{d\log\Theta_1(i\alpha_2)}{d\alpha_2}$$

A questa espressione si può dare una forma più semplice. Infatti si ha:

$$\frac{c_1}{(1+a)\sqrt{(a+d)(b+c)}}=\sqrt{\frac{(1+b)(1-c)(1-d)}{(1+a)(a+d)(b+c)}}$$

e ricordando le formule che esprimono sn, cn, dn, dell'argomento $i\alpha_1+\mathrm{K}$ mediante funzioni analoghe dell'argomento $i\alpha_1$ si troverà:

$$sn\,i\alpha_1=-\frac{(1-d)(b+c)}{(1+b)(d-c)}\quad;\quad cn^2\,i\alpha_1=\frac{(1-c)(b+d)}{(1+b)(d-c)}\quad;\quad dn^2\,i\alpha_1=\frac{(1+a)(b+d)}{(1+b)(a+d)}$$

d'onde:

$$\frac{k^2\,cn\,i\alpha_1\,sn\,i\alpha_1}{dn\,i\alpha_1}=i\frac{d\log dn\,i\alpha_1}{d\alpha_1}=i\frac{b-a}{1+b}\sqrt{\frac{(1+b)(1-c)(1-d)}{(1+a)(a+d)(b+c)}}$$

quindi:

$$\frac{c_1}{(1+a)\sqrt{(a+d)(b+c)}}=\frac{1+b}{b+a}\frac{d\log dn\,i\alpha_1}{d\alpha_1}$$

e in modo analogo:

$$\frac{c_1}{(1-a)\sqrt{(a+d)(b+c)}}=\frac{1-b}{b-a}\frac{d\log dn\,i\alpha_2}{d\alpha_2}$$

onde sostituendo si otterrà facilmente:

$$\Phi=\frac{\mathrm{K}}{b-a}\left\{(1+a)\frac{d\log\Theta_1(i\alpha_1)}{d\alpha_1}-(1+b)\frac{d\log\Theta(i\alpha_1)}{d\alpha_1}+(1-a)\frac{d\log\Theta_1(i\alpha_2)}{d\alpha_2}-(1-b)\frac{d\log\Theta(i\alpha_2)}{d\alpha_2}\right\}.$$

La quantità Φ è reale e positiva.

4. Le coordinate x, y, z ed il raggio vettore r della proiezione orizzontale si esprimono pure mediante funzioni Θ dell'argomento u. Infatti abbiamo:

$$1+\zeta=(1+a)\frac{1-k^2 sn^2(i\alpha_1+K)\,sn^2 u}{1-k^2 sn^2(i\alpha+K)\,sn^2 u}\ ;$$

cioè:

$$1+\zeta=(1+a)\frac{\Theta_1^2(i\alpha)}{\Theta_1^2(i\alpha_1)}\,\frac{\Theta^2(i\alpha_1+K)\,\Theta^2(u)-H^2(i\alpha_1+K)\,H^2(u)}{\Theta^2(i\alpha+K)\,\Theta^2(u)-H^2(i\alpha+K)\,H^2(u)}$$

e finalmente:

$$1+\zeta=(1+a)\frac{\Theta_1^2(i\alpha)}{\Theta_1^2(i\alpha_1)}\,\frac{\Theta_1(u+i\alpha_1)\,\Theta_1(u-i\alpha_1)}{\Theta_1(u+i\alpha)\,\Theta_1(u-i\alpha)}\,.$$

In modo analogo troveremo che:

$$1-\zeta=(1-a)\frac{\Theta_1^2(i\alpha)}{\Theta_1^2(i\alpha_2)}\,\frac{\Theta_1(u+i\alpha_2)\,\Theta_1(u-i\alpha_2)}{\Theta_1(u+i\alpha)\,\Theta_1(u-i\alpha)}\,.$$

Di qui ricaveremo:

$$r^2=l^2(1-a^2)\frac{\Theta_1^4(i\alpha)}{\Theta_1^2(i\alpha_1)\,\Theta_1^2(i\alpha_2)}\,\frac{\Theta_1(u+i\alpha_1)\,\Theta_1(u-i\alpha_1)\,\Theta_1(u+i\alpha_2)\,\Theta_1(u-i\alpha_2)}{\Theta^2(u+i\alpha)\,\Theta^2(u-i\alpha)}$$

e però r non si esprime razionalmente mediante funzioni Θ.

I valori di r e di φ in funzione della u individuano in coordinate polari la proiezione della curva nel piano orizzontale.

La z si esprime razionalmente mediante funzioni periodiche di 2ª specie.

Infatti si otterrà:

$$\frac{2z}{l}=\frac{\Theta_1^2(i\alpha)}{\Theta_1(u+i\alpha)\,\Theta_1(u-i\alpha)}\left\{(1+a)\frac{\Theta_1(u+i\alpha_1)\,\Theta_1(u-i\alpha_1)}{\Theta_1^2(i\alpha_1)}-(1-a)\frac{\Theta_1(u+i\alpha_2)\,\Theta_1(u-i\alpha_2)}{\Theta_1^2(i\alpha_2)}\right\}.$$

La x e la y si determineranno assai facilmente ove si noti che:

$$x+iy=re^{i\varphi}\ ;$$

sostituendo quindi per r e per φ i valori trovati si ha:

$$x+iy=\mu\,\frac{\Theta_1(u-i\alpha_1)\,\Theta_1(u+i\alpha_2)}{\Theta_1(u-i\alpha)\,\Theta_1(u+i\alpha)}\,e^{i\frac{\Phi}{K}u}$$

e quindi:

$$x-iy=\mu\,\frac{\Theta_1(u+i\alpha_1)\,\Theta_1(u-i\alpha_2)}{\Theta_1(u-i\alpha)\,\Theta_1(u+i\alpha)}\,e^{-i\frac{\Phi}{K}u}$$

essendo:

$$\mu=l\sqrt{1-a^2}\,\frac{\Theta_1^2(i\alpha)}{\Theta_1(i\alpha_1)\,\Theta_1(i\alpha_2)}$$

Dalle espressioni precedenti si ricavano per x e per y valori reali espressi razionalmente mediante funzioni doppiamente periodiche di 2ª specie.

5. Le costanti a, b, c, d, possono esprimersi mediante funzioni ellittiche degli argomenti α_1, α_2. Basterà rammentare le espressioni di sn, cn, dn, dell'argomento $i\alpha_1$ date nel numero 3; e queste altre:

$$sn^2 i\alpha_2 = -\frac{(1+d)(b+c)}{(1-b)(d-c)} \quad ; \quad cn^2 i\alpha_2 = \frac{(1+c)(b+d)}{(1-b)(d-c)} \quad ; \quad dn\, i\alpha_2 = \frac{(1-a)(b+d)}{(1-b)(a+d)}$$

dalle quali dedurremo:

$$\frac{sn^2 i\alpha_1}{sn^2 i\alpha_2} = \frac{(1-d)(1-b)}{(1+d)(1+b)} \quad ; \quad \frac{cn^2 i\alpha_1}{cn^2 i\alpha_2} = \frac{(1-c)(1-b)}{(1+c)(1+b)} \quad ; \quad \frac{dn^2 i\alpha_1}{dn^2 i\alpha_2} = \frac{(1+a)(1-b)}{(1-a)(1+b)}$$

e notando che:

$$c_1^2 = (1-a)(1-b)(1+c)(1+d) = (1+a)(1+b)(1-c)(1-d)$$

si otterrà:

$$\frac{1-a}{1+a} = \frac{A_1\, dn^2 i\alpha_2}{A_2\, dn^2 i\alpha_1} \quad ; \quad \frac{1-b}{1+b} = \frac{A_1}{A_2} \quad ; \quad \frac{1-c}{1+c} = \frac{A_2\, cn^2 i\alpha_1}{A_1\, cn^2 i\alpha_2} \quad ; \quad \frac{1-d}{1+d} = \frac{A_2\, dn^2 i\alpha_1}{A_1\, dn^2 i\alpha_2}$$

dove:

$$A_1^2 = sn\, i\alpha_1\, cn\, i\alpha_1\, dn\, i\alpha_1 \quad ; \quad A_2^2 = sn\, i\alpha_2\, cn\, i\alpha_2\, dn\, i\alpha_2 .$$

Se per $u=0$, si danno le coordinate $(x_0, 0, z_0)$ dell'estremo del filo, poichè $z_0 = al$, conosceremo subito a. Dando le coordinate corrispondenti all'altro estremo determineremo le altre costanti.

Per $u=0$ $z=al$; per $u=K, z=bl>al$; i due piani $z=al, z=bl$ segano la sfera secondo due paralleli tra i quali è compresa la curva; r sarà sempre compreso tra $l\sqrt{1-b^2}$ ed $l\sqrt{1-a^2}$; cioè la curva proiezione nel piano orizzontale è compresa tra due cerchi di raggi $l\sqrt{1-b^2}$ e $l\sqrt{1-a^2}$. Di più essendo:

$$r\frac{d\varphi}{dr} = -\frac{c_1}{\zeta\sqrt{F(\zeta)}}$$

il primo membro diventa infinito per $r=a$ e per $r=b$; onde la proiezione orizzontale è tangente ai due cerchi che limitano la curva stessa. La proprietà analoga ha luogo sulla sfera. Se poi notiamo che dalle due prime equazioni dell'equilibrio si deduce:

$$T^2\left(\frac{dy}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} - \frac{dx}{ds}\frac{d^2y}{ds^2}\right) + \frac{aN}{l} = 0$$

si dedurrà facilmente che i punti di flesso della proiezione possono presentarsi solo se $N=0$; cioè quando il filo abbandona la sfera.

L'angolo φ è zero per $u=0$ e si riduce a Φ per $u=K$; quindi Φ è l'angolo compreso tra un massimo ed un minimo successivi di r.

Quando u aumenta di K, ζ e quindi z riprende lo stesso valore.

Così ancora sarebbe facile verificare che r ha lo stesso valore per $u+K$ e per $K-u$; e però basterà costruire la curva sul piano orizzontale per tutti i valori di u compresi tra 0 e K.

L'arco s, nullo per $u=0$, riducesi ad S per $u=K$; e di più la somma tra l'arco s_1 corrispondente all'argomento $u+K$, e l'arco s corrispondente all'argomento $K-u$ è data da 2S.

6. Sulla catenaria sferica si ha un lungo lavoro del Gudermann *); a questi appartiene l'espressione semplicissima delle radici dell'equazione $F(\zeta)=0$ sotto forma trigonometrica **); ma la dimostrazione che ne ho data mi sembra assai più semplice di quella del Gudermann; inoltre non avendo egli usato le funzioni Θ i risultati non sono posti sotto la forma più semplice. Anche il Clebsch ***) si occupa dello stesso problema; ma dopo aver ridotto il problema alle quadrature discute solamente le radici della $F(\zeta)=0$ seguendo un metodo non sostanzialmente diverso da quello del Gudermann. Finalmente il Sig. Appell ****) seguendo un metodo indicato da Hermite per lo studio del pendolo conico, ha notato che le coordinate orizzontali di un punto della catenaria sono funzioni uniformi di funzioni doppiamente periodiche di seconda specie. La via da me seguita è più elementare, ma non conduce per questo a risultati meno eleganti e completi.

Roma, Febbrajo 1892.

Rapporto *sulla Memoria del Dottor* F. Angelitti.

(Adunanza del dì 14 Maggio 1892)

Nella Memoria, presentata all'Accademia dal Dottor F. Angelitti, intitolata: *Nuova determinazione della latitudine geografica del R. Osservatorio di Capodimonte, mediante i passaggi di alcune stelle al primo verticale*, l'Autore, dopo di aver brevemente ricordato le determinazioni di latitudine anteriormente fatte nel nostro Osservatorio, stabilisce la formola da adoperare per ridurre i passaggi osservati al primo verticale, col metodo di Bessel, fermandosi principalmente a discutere i termini dipendenti dagli errori strumentali di azimut ed inclinazione. Indi descrive sommariamente il transito trasportabile di Repsold di cui ha fatto uso, indicando in qual modo e con quali precauzioni furono da lui eseguite le osservazioni. Espone in seguito, con ogni particolarità, tutti i dati delle osservazioni, dal 7 dicembre 1888 al 23 dicembre 1889, per ciascuna delle nove stelle adoperate; riducendo poi i valori della latitudine dedotti dalle singole stelle a quelli che risulterebbero dal medio delle cinque fondamentali *Groombridge 2415*, φ *Bootis*, ν *Cygni*, β *Persei*, ν *Aurigae*, che sono quelle più frequentemente osservate. In seguito, dal confronto dei risultamenti ottenuti in due diversi periodi, trova la correzione dipendente dalla posizione dei guanciali dello strumento, che furono appositamente invertiti, e riporta da ultimo il quadro dei valori definitivi della latitudine per ciascuna serata. Da questi valori, con una interpolazione grafica, ricava

*) *De curvis catenariis sphaericis; dissertatio analytico-geometrica.* Crelle *Journal*, Bd. 33, pag. 189, 1846.

**) Si può confrontare anche una interessante memoria di Oekinghaus, *Trigonometrische Auflösung biquadratischer Gleichungen. — Archiv der Mathematik* von Grunert, 70, pagina 133, 1884.

***) Crelle *Journal*, Bd. 57, pag. 103, 1860.

****) *Sur la chaînette sphérique. Bulletin de la Société Mathématique de France*, 1884-85, pag. 65.

il valore della latitudine per ogni giorno di osservazione, e gli errori probabili dei singoli risultati. La curva in tal modo ottenuta presenta due massimi e due minimi, con una escursione di oltre 2".5.

Compiuta in tal modo la esposizione dei risultamenti ottenuti dalle osservazioni proprie, l'Autore riprende in esame le osservazioni eseguite nello stesso Osservatorio da Carlo Brioschi, dal 1819 al 1821, e propriamente le distanze zenitali circummeridiane di α e β *Ursae minoris*, ottenute con l'uso dei circoli ripetitori di Reichenbach. Una interpolazione grafica delle latitudini dedotte per quell'epoca dalle osservazioni della polare nelle due culminazioni, riproduce ancora una curva con due massimi e due minimi, ad epoche presso a poco identiche a quelle trovate pel 1889, e con una escursione di circa 2".1.

La vostra Commissione reputa la Memoria del dottor Angelitti una contribuzione molto notevole allo studio di una quistione di cui attualmente si occupano con alacrità non pochi astronomi, e vi propone quindi che essa sia integralmente inserita negli Atti della nostra Accadenia.

A. Capelli
L. Pinto
E. Fergola, *relatore*.

Nuova determinazione della latitudine geografica del R. Osservatorio di Capodimonte, mediante i passaggi di alcune stelle al primo verticale, osservati nell'anno 1889; memoria *del Dottor* **F. Angelitti.**

(Adunanza del dì 14 Maggio 1892) — (Sunto dell'Autore)

1. Nell'Agosto del 1888, trovandosi impiantato nella torretta orientale dell'osservatorio di Capodimonte uno strumento dei passaggi portatile di Repsold, ebbi l'idea di tentare con esso una nuova determinazione di latitudine, adoperando il metodo dei passaggi per il primo verticale. La proposta piacque al Prof. Fergola, il quale mi incoraggiò al lavoro, e nel mese di Ottobre 1888 mise lo strumento a mia disposizione. Fin da quell'ora cominciai ad esercitarmi alle osservazioni e a sperimentare quale via fosse più conveniente a tenersi; e, dopo molte prove, potei nel Dicembre dello stesso anno dare cominciamento regolare alle osservazioni.

Era mio intendimento principale ottenere un nuovo valore della latitudine con quel metodo non ancora adoperato nel nostro osservatorio, e, subordinatamente, esaminare se le nuove osservazioni fossero per accennare a una variabilità nel corso dell'anno. Mi proposi di estendere le osservazioni sino alla fine del 1889 e di profittare di tutte le serate buone, sperando una certa uniformità nella loro distribuzione. Ma, per il tempo cattivo e per altre ragioni indipendenti dalla mia volontà, la serie non riuscì continua, quanto aveva desiderato, nè potei sempre concatenare le osservazioni delle diverse stelle. Nondimeno nella discussione finale ho potuto ridurre tutti i risultati a quelli che si sarebbero ottenuti da una stella unica.

2. Il metodo adoperato è stato quello di Bessel, col quale si fa un'inversione sola tra i due passaggi est e ovest della stella. L'inclinazione dell'asse orizzontale fu determinata, mantenendo il livello permanentemente sospeso all'asse medesimo. Alla metà dell'anno 1889 fu fatto lo scambio dei guanciali, e risultarono 62 osservazioni in una posizione e 50 nell'altra.

Le stelle osservate, tratte tutte dal *Berliner Jahrbuch*, sono le seguenti:

β Persei	α (1889.0)	3h 0m 56s.804	δ (1889.0)	40° 31′ 38″.52	osservata 24 volte,
ε Persei	»	3 50 24.311	»	39 41 18.16	» 1 volta,
ν Aurigae	»	5 43 47.730	»	39 6 54.06	» 10 volte,
6 Can. ven.	»	12 20 22.904	»	39 38 3.84	» 3 » ,
γ Bootis	»	14 27 36.493	»	38 47 38.39	» 1 volta,
φ Bootis	»	15 33 50.466	»	40 42 54.04	» 20 volte,
Gr. 2415	»	17 4 9.435	»	40 39 41.20	» 19 » ,
α Lyrae	»	18 33 10.824	»	38 40 50.71	» 7 » ,
ν Cygni	»	20 53 2.113	»	40 44 24 27	» 27 » .

Tutte le dette stelle furono osservate a 15 fili, tranne la ν Cygni, che fu osservata a 11 fili.

Per il calcolo fu adottato il valore provvisorio della latitudine 40°51′46″.00. Tutti i valori ottenuti furono ridotti a una stella media fra le cinque β Persei, ν Aurigae, φ Bootis, Gr. 2415 e ν Cygni.

3. Senza entrare nei minuti particolari di osservazione e di riduzione, descritti nella memoria, passo a dare il seguente quadro, chiaro per sè, nel quale sono registrati i valori definitivi, ottenuti per la latitudine.

Data		Stella osservata	Latitudine dedotta	Riduzione a una stella media	Correzione per la posizione de' guanciali	Somma	Correzione per la latitudine adottata	Latitudine definitiva
1888			° ′ ″		″	° ′ ″	″	° ′ ″
Dicembre	7	α Lyrae	40 51 46.01	— 0.94	+ 0.56	40 51 45.63	— 0.02	40 51 45.61
	7	β Persei	45.13	+ 0.13	+ 0.56	45.82	0.00	45.82
	8	α Lyrae	46.52	— 0.94	+ 0.56	46.14	+ 0.01	46.15
	8	β Persei	45.00	+ 0.13	+ 0.56	45.69	0.00	45.69
	9	α Lyrae	46.13	— 0.94	+ 0.56	45.75	— 0.01	45.74
	9	β Persei	44.49	+ 0.13	+ 0.56	45.18	— 0.01	45.17
	13	id.	44.69	+ 0.13	+ 0.56	45.38	0.00	45.38
	14	α Lyrae	46.00	— 0.94	+ 0.56	45.62	— 0.02	45.60
	14	β Persei	45.15	+ 0.13	+ 0.56	45.84	0.00	45.84
	18	id.	45.26	+ 0.13	+ 0.56	45.95	0.00	45.95
	29	id.	45.44	+ 0.13	+ 0.56	46.13	0.00	46.13
	31	α Lyrae	46.44	— 0.94	+ 0.56	46.06	0.00	46.06
1889								
Gennajo	3	id.	45.96	— 0.94	+ 0.56	45.58	— 0.02	45.56
	4	β Persei	45.13	+ 0.13	+ 0.56	45.82	0.00	45.82
	4	ε Persei	45.04	+ 0.13	+ 0.56	45.73	— 0.01	45.72
	5	β Persei	44.64	+ 0.13	+ 0.56	45.33	0.00	45.33
	6	id.	44.98	+ 0.13	+ 0.56	45.67	0.00	45.67
	7	id.	45.11	+ 0.13	+ 0.56	45.80	0.00	45.80
	9	id.	45.01	+ 0.13	+ 0.56	45.70	0.00	45.70
	15	id.	45.14	+ 0.13	+ 0.56	45.83	0.00	45.83
	17	α Lyrae	45.74	— 0.94	+ 0.56	45.36	— 0.03	45.33
	18	β Persei	44.96	+ 0.13	+ 0.56	45.65	0.00	45.65
	19	ν Aurigae	45.06	— 0.17	+ 0.56	45.45	— 0.02	45.43
	25	id.	45.50	— 0.17	+ 0.56	45.89	0.00	45.89
	26	id.	45.31	— 0.17	+ 0.56	45.70	— 0.01	45.69
	27	id.	45.16	— 0.17	+ 0.56	45.55	— 0.02	45.53
	29	id.	45.06	— 0.17	+ 0.56	45.45	— 0.02	45.43

Data		Stella osservata	Latitudine dedotta	Riduzione a una stella media	Correzione per la posizione de' guanciali	Somma	Correzione per la latitudine adottata	Latitudine definitiva
1889			° ′ ″	″	″	° ′ ″	″	° ′ ″
Febbrajo	6	ν Aurigae	40 51 44.86	— 0.17	+ 0.56	40 51 45.25	— 0.03	40 51 45.22
	10	id.	45.44	— 0.17	+ 0.56	45.83	— 0.01	45.82
	17	id.	44.65	— 0.17	+ 0.56	45.04	— 0.03	45.01
	18	id.	44.92	— 0.17	+ 0.56	45.31	— 0.02	45.29
	19	id.	44.55	— 0.17	+ 0.56	44.94	— 0.04	44.90
Marzo	30	6 Can. ven.	45.39	0.00	+ 0.56	45.95	0.00	45.95
Aprile	10	id.	45.25	0.00	+ 0.56	45 81	0.00	45.81
	20	id.	44.94	0.00	+ 0.56	45.50	— 0 01	45.49
Maggio	12	γ Bootis	45.28	0.00	+ 0.56	45.84	— 0.01	45.83
	21	φ Bootis	45.68	+ 0.43	+ 0.56	46.67	0.00	46.67
	23	id.	46.58	+ 0.43	+ 0.56	47.57	0.00	47.57
	24	id.	46.43	+ 0.43	+ 0.56	47.42	0.00	47.42
	28	id.	46.45	+ 0.43	+ 0.56	47.44	0.00	47.44
	29	id.	45.76	+ 0.43	+ 0.56	46.75	0.00	46.75
	30	id.	45.82	+ 0.43	+ 0.56	46.81	0.00	46.81
	31	id.	45.62	+ 0.43	+ 0.56	46.61	0.00	46.61
Giugno	1	id.	45.73	+ 0.43	+ 0.56	46.72	0.00	46.72
	2	id.	45.90	+ 0.43	+ 0.56	46.89	0.00	46.89
	6	id.	47.15	+ 0.43	+ 0 56	48.14	+ 0.01	48.15
	7	id.	45.84	+ 0.43	+ 0.56	46.83	0.00	46.83
	8	Gr. 2415	47.36	— 0.28	+ 0.56	47.64	+ 0.01	47.65
	9	φ Bootis	46.98	+ 0.43	+ 0.56	47.97	+ 0.01	47.98
	11	id.	44.76	+ 0.43	+ 0.56	45.75	0.00	45.75
	16	id.	44.63	+ 0.43	+ 0.56	45.62	0.00	45.62
	19	id.	45.05	+ 0.43	+ 0.56	46.04	0.00	46 04
	19	Gr. 2415	45.59	— 0.28	+ 0.56	45.87	0.00	45.87
	20	φ Bootis	44.97	+ 0.43	+ 0.56	45.96	0.00	45.96
	20	Gr. 2415	45.69	— 0.28	+ 0.56	45.97	0.00	45.97
	22	φ Bootis	44.79	+ 0.43	+ 0.56	45.78	0.00	45.78
	22	Gr. 2415	45.67	— 0.28	+ 0.56	45.95	0.00	45.95
	24	φ Bootis	44.81	+ 0.43	+ 0.56	45.80	0.00	45.80
	24	Gr. 2415	45.77	— 0.28	+ 0.56	46.05	0.00	46.05
	25	id.	45.81	— 0.28	+ 0.56	46.09	0 00	46.09
	26	id.	45.73	— 0.28	+ 0.56	46.01	0.00	46.01
	29	id.	45.85	— 0.28	+ 0.56	46.13	0.00	46.13
Luglio	1	id.	46.82	— 0.28	— 0.56	45.98	0.00	45.98
	3	φ Bootis	46.20	+ 0.43	— 0.56	46.07	0.00	46.07
	3	Gr. 2415	46 43	— 0.28	— 0.56	45.59	0.00	45.59
	4	id.	46.88	— 0.28	— 0.56	46.04	0.00	46.04
	5	id.	45.97	— 0.28	— 0.56	45.13	0.00	45.13
	9	φ Bootis	46.01	+ 0.43	— 0.56	45.88	0 00	45.88
	9	Gr. 2415	46.69	— 0.28	— 0.56	45.85	0.00	45.85
	10	id.	46.90	— 0.28	— 0.56	46 06	0.00	46 06
	11	id.	46.95	— 0.28	— 0.56	46.11	0 00	46 11
	12	ν Cygni	47.01	— 0.09	— 0.56	46.36	0 00	46.36
	13	id.	46 49	— 0.09	— 0.56	45.84	0.00	45.84
	14	Gr. 2415	46.63	— 0.28	— 0.56	45.79	0.00	45.79
	15	id.	47 00	— 0.28	— 0.56	46.16	0.00	46 16
	16	ν Cygni	47.03	— 0.09	— 0.56	46.38	0.00	46 38
	17	id.	46.62	— 0 09	— 0.56	45 97	0.00	45.97
	18	Gr. 2415	46.64	— 0.28	— 0.56	45.80	0.00	45.80
	19	id.	47.12	— 0.28	— 0.56	46.28	0.00	46.28
	21	ν Cygni	45.93	— 0.09	— 0.56	45.28	0.00	45.28
	22	id.	47.22	— 0.09	— 0.56	46.57	0 00	46.57
	25	id.	45.91	— 0.09	— 0.56	45.26	0.00	45.26
	27	id.	46.25	— 0.09	— 0.56	45.60	0.00	45.60

Data		Stella osservata	Latitudine dedotta	Riduzione a una stella media	Correzione per la posizione de' guanciali	Somma	Correzione per la latitudine adottata	Latitudine definitiva
1889			° ′ ″	″	″	° ′ ″	″	° ′ ″
Luglio	29	ν Cygni	40 51 47.01	— 0.09	— 0.56	40 51 46.36	0.00	40 51 46.36
	31	id.	47.03	— 0.09	— 0.56	46.38	0.00	46.38
Agosto	2	id.	47.05	— 0.09	— 0 56	46 40	0.00	46.40
	4	id.	46.89	— 0.09	— 0.56	46.24	0.00	46.24
	5	id.	46.46	— 0.09	— 0.56	45.81	0.00	45.81
	6	id.	47.02	— 0.09	— 0.56	46.37	0.00	46.37
	7	id.	47.04	— 0.09	— 0.56	46.39	0.00	46.39
	9	id.	46.58	— 0.09	— 0.56	45.93	0.00	45.93
	11	id.	47.16	— 0.09	— 0.56	46.51	0.00	46.51
	16	id.	47.05	— 0.09	— 0.56	46.40	0.00	46.40
	21	id.	47.10	— 0.09	— 0.56	46.45	0.00	46.45
	22	id.	47.23	— 0.09	— 0.56	46.58	0.00	46.58
	23	id.	46.49	— 0.09	— 0.56	45.84	0.00	45.84
	29	id.	47.31	— 0 09	— 0.56	46.66	0.00	46.66
Settembre	18	id.	47.27	— 0.09	— 0.56	46.62	0.00	46.62
Ottobre	22	id.	46.63	— 0 09	— 0.56	45.98	0.00	45.98
	23	id.	46.80	— 0.09	— 0.56	46.15	0.00	46.15
	24	id.	46.25	— 0.09	— 0.56	45.60	0.00	45.60
	28	id.	46.40	— 0 09	— 0.56	45.75	0.00	45.75
Novembre	8	β Persei	45.77	+ 0.13	— 0.56	45.34	0.00	45.34
	11	id.	46.15	+ 0.13	— 0.56	45.72	0 00	45.72
	15	id.	46.00	+ 0.13	— 0.56	45.57	0.00	45.57
	16	id.	46.13	+ 0.13	— 0 56	45.70	0.00	45.70
	25	id.	46.33	+ 0.13	— 0.56	45.90	0.00	45.90
Dicembre	3	id.	44.80	+ 0.13	— 0.56	44.37	— 0.01	44.36
	6	id.	44.83	+ 0.13	— 0.56	44.40	— 0.01	44.39
	9	id.	45 61	+ 0.13	— 0.56	45.18	— 0 01	45.17
	22	id.	44.90	+ 0.13	— 0.56	44.47	— 0.01	44.46
	23	id.	45.19	+ 0.13	— 0.56	44.76	— 0.01	44.75.

4. Questi risultati hanno mostrato la necessità di tener conto di un cambiamento periodico della latitudine durante l'anno. Perciò, prendendo il tempo come ascissa e il valore della latitudine come ordinata, ho segnato tanti punti, quanti sono i risultati delle osservazioni, e tra questi ho condotto una curva, distinata a rappresentare l'andamento più probabile della latitudine durante il tempo delle osservazioni. Questa curva presenta due massimi e due minimi: i due massimi hanno luogo verso il 1° Giugno e il 18 Agosto, i due minimi hanno luogo verso il 15 Marzo e il 3 Luglio. L'escursione supera 2″.5. Prendendo in considerazione le differenze tra i risultati diretti delle osservazioni e le corrispondenti ordinate della curva, è risultato per la curva l'error probabile di ± 0″.022, e per una osservazione isolata l'error probabile di ± 0″.245. Avuto riguardo alla piccolezza dell'error probabile della curva e di una osservazione isolata, alla distribuzione degli errori residui secondo il segno, la grandezza e la probabilità relativa, la detta curva rappresenta abbastanza bene l'andamento periodico delle osservazioni.

5. Ricavando dalla curva i valori della latitudine di 5 in 5 giorni, si ha il seguente quadro:

Data		Latitudine	Variazione
1888			
Dicembre	1	40° 51′ 45″.84	
			— 0″.03
	6	45.81	
			0.02
	11	45.79	
			0.03
	16	45.76	
			0.02
	21	45.74	
			0.02
	26	45.72	
			0.03
1889			
Gennajo	0	45.69	
			0.02
	5	45.67	
			0 03
	10	45.64	
			0.02
	15	45.62	
			0.02
	20	45.60	
			0.03
	25	45.57	
			0.03
	30	45.54	
			0.03
Febbrajo	4	45.51	
			0.03
	9	45.48	
			0.02
	14	45.46	
			0.03
	19	45.43	
			0.02
	24	45.41	
			0.02
Marzo	1	45.39	
			— 0.01
	6	45.38	
			0.00
	11	45.38	
			0.00
	16	45.38	
			+ 0.01
	21	45.39	
			0.02
	26	45.41	
			0 03
	31	45.44	
			0.03
Aprile	5	45.47	
			0.05
	10	45.52	
			0 06
	15	45.58	
			0 07
	20	45 65	
			0.10
	25	45 75	
			0.13
	30	45.88	
			0.15
Maggio	5	46.03	
			0.21
	10	46.24	
			0.28
	15	46.52	
			0.30
	20	46.82	
			0.22
	25	47.04	
			+ 0.10
	30	47.14	
			0.00
Giugno	4	47.14	
			— 0.14
	9	47.00	
			0.56
	14	46.44	
			— 0.41
	19	46.03	

Data		Latitudine	Variazione
1889			
Giugno	19	45° 51′ 46″.03	
			— 0″.13
	24	45.90	
			0.06
	29	45.84	
			— 0.02
Luglio	4	45.82	
			0.00
	9	45.82	
			+ 0.03
	14	45.85	
			0.08
	19	45.93	
			0.10
	24	46.03	
			0.12
	29	46.15	
			0.10
Agosto	3	46.25	
			0.07
	8	46.32	
			0.04
	13	46.36	
			0.02
	18	46.38	
			+ 0.01
	23	46.39	
			— 0.01
	28	46.38	
			0 01
Settembre	2	46.37	
			0.01
	7	46.36	
			0.03
	12	46.33	
			0.03
	17	46.30	
			0.04
	22	46.26	
			0.05
	27	46.21	
			0.06
Ottobre	2	46.15	
			0.06
	7	46.09	
			0.07
	12	46.02	
			0.07
	17	45.95	
			0.07
	22	45.88	
			0.08
	27	45 80	
			0.09
Novembre	1	45.71	
			0.09
	6	45.62	
			0.09
	11	45.53	
			0.09
	16	45.44	
			0.10
	21	45.34	
			0.11
	26	45.23	
			0.12
Dicembre	1	45.11	
			0.11
	6	45.00	
			0.12
	11	44.88	
			0.13
	16	44.75	
			0 13
	21	44 62	
			0.13
	26	44.49	
			— 0.14
	31	44.35	

Medio di tutto il periodo = 40° 51′ 45″.806.

6. Se si fa il medio aritmetico dei singoli valori ottenuti per la latitudine, si ha

$$40^0\ 51'\ 45''.96.$$

L'error probabile di questo medio risulta di $\pm$ 0''. 042, quello di una osservazione isolata risulta di $\pm$ 0''. 442.

Questo valore medio, sia per la grandezza del suo error probabile, come per la distribuzione degli errori residui, riguardo ai segni, alla grandezza e alla probabilità relativa, non può rappresentare il complesso dei risultati ottenuti.

7. Sono noti i risultati provvisorii degli splendidi lavori sulla latitudine, eseguiti col metodo di Talcott negli osservatorii di Berlino, di Potsdam e di Praga, negli anni 1889 e 1890. I risultati dei tre osservatorii tedeschi, maravigliosi non meno per il loro accordo, che per il numero e l'accuratezza delle osservazioni, sono rappresentati da curve [1]), le quali hanno un sol massimo, fra Luglio e Settembre 1889, e un sol minimo in Febbrajo 1890, con un'escursione di poco più di 0''.5. Se nel presente lavoro si facesse astrazione dalle osservazioni di Maggio e Giugno, la curva da me descritta si accorderebbe nella forma con quelle degli osservatorii sopra menzionati; inoltre la sua escursione sarebbe ridotta a poco più di 1''.5. Noto del resto che anche in quegli osservatorii le più forti oscillazioni della latitudine sembra si siano avute appunto nei mesi di Maggio e Giugno, sebbene molto minori di quelle ottenute a Napoli. Ma se i miei risultati in parte discordano da quelli degli osservatorii tedeschi, essi, però, concordano, per quanto si può desiderare, con ciò che in altri tempi si è avuto a Capodimonte.

8. Un primo confronto si può stabilire con i risultati ottenuti dal Prof. Nobile, il quale fu il primo, fin dal 1884, a dare della variazione annua della latitudine una notizia fondata su numeri, e a richiamare su questo argomento l'attenzione degli astronomi [2]). Cito specialmente i risultati del 1885 [3]): i medii ottenuti per la latitudine in diversi mesi, non si accordano con una curva che presenti un sol massimo e un sol minimo, e offrono l'escursione di 1''. 73. Noto che anche i miei risultati, se fossero distribuiti per medii mensuali, offrirebbero un'escursione di circa 1''. 7.

9. Un accordo ancora più notevole si ha con i risultati delle osservazioni fatte da Carlo Brioschi dal Dicembre 1819 a tutto il 1821 [4]). Se si ricavano i valori della latitudine dalle distanze zenitali meridiane della Polare alle due culminazioni, questi mostrano un andamento, rappresentabile in ciascuno dei due anni con curve, che per la forma sono somigliantissime fra loro e a quella da me ottenuta nel 1889, e non sono molto diverse per l'ampiezza dell'escursione. La curva del 1820 presenta i due massimi verso il 20 Aprile e il 12 Ottobre, e i due minimi verso il 1° Gennajo e il 9 Lu-

[1]) *Comptes-rendus des séances de la commission permanente de l'association géodésique internationale réunie à Fribourg du 15 au 21 septembre 1890*, rédigés par le Secrétaire perpétuel A. Hirsch, 1891.

[2]) *Ricerche numeriche sulla latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte*, Parte 1ª, 2ª e 3ª.

[3]) *Id. id.*, Parte 2ª.

[4]) *Comentarj astronomici*, parte 2ª, Napoli 1826, e *Distanze zenitali circummeridiane di alcune stelle principali osservate nell'anno 1821* dall'astronomo Carlo Brioschi, Napoli 1889.

glio; la curva del 1821 presenta i due massimi verso il 28 Maggio e il 27 Settembre, e i due minimi verso il 30 Gennajo e il 26 Luglio; con un'escursione di 2".0 per il 1820 e di 1".6 per il 1821: l'andamento generale della latitudine nei due anni è decrescente. Le latitudini ricavate dalle distanze zenitali meridiane di β Orsa minore si accordano anch'esse, per quanto è lecito desiderare, con lo stesso andamento. Non mi è possibile riportare in questo sunto i singoli valori dedotti; basti, per saggio, riferire i medii mensuali dei valori ottenuti dalle osservazioni della Polare fatte nel 1821, che risultano così:

per Gennajo	1821	40° 51' 45".85	per Luglio	1821	40° 51' 46".11
» Febbrajo	»	45.88	» Agosto	»	46.19
» Marzo	»	46.41	» Settembre	»	46.50
» Aprile	»	46.68	» Ottobre	»	45.89
» Maggio	»	46.94	» Novembre	»	46.11
» Giugno	»	46.57	» Dicembre	»	45.75

Il compiacimento di questo accordo resta però non poco turbato da questi due fatti: il primo è che bisognerebbe spiegare perchè tale andamento non si verifica nelle latitudini dedotte dall'accoppiamento della Polare con la Spica [1]); il secondo è l'esistenza di errori periodici nelle osservazioni del Brioschi, dei quali è ignota l'origine.

10. Io non oso affermare che l'andamento trovato sia in tutto o in parte dovuto a variabilità della latitudine; ma l'accordo, che si manifesta tra i risultati ottenuti in diversi tempi, con metodi e osservatori differenti, e che non può essere accidentale, esclude qualunque causa di errori strumentali e personali, e sembra prodotto da qualche causa cosmica, sia generale, sia particolare per il nostro parallelo, od anche locale per il nostro osservatorio.

11. Considero come risultamenti di questo lavoro una nuova determinazione di un valore medio della latitudine dell'osservatorio di Capodimonte e un contributo, lieve che si voglia, alla quistione ora tanto agitata della variabilità della latitudine durante l'anno, alla quale, nello stato attuale, non può venire nuova luce se non da serie di osservazioni completamente uniformi, proseguite per molti anni, in tutti gli osservatorii, nei quali sarà possibile istituirle.

Capodimonte, 10 Maggio 1892.

[1]) *Comentarj astronomici*, parte 2ª, pag. 165-168, e *Distanze zenitali circummeridiane etc.*, pag. 108-111.

Sull' Elettricità negativa dell' atmosfera a ciel sereno — A proposito di una recente pubblicazione [1]) *sullo stesso argomento;* NOTA *del Socio Ordinario* **L. Palmieri.**

(Adunanza del dì 21 Maggio 1892)

Quando i fisici videro balenare la scintilla elettrica cogli apparecchi di laboratorio, furono condotti dall'analogia a reputare la folgore una poderosa scarica di elettricità proveniente da certe nubi di un color fosco cinereo denominate nubi temporalesche, e quindi si affrettarono a trovar modo di ottenere una prova sperimentale del loro sospetto, con appositi apparati. Franklin e Dalibar, nello stesso anno 1752, e poi il Padre Giambattista Beccaria, il Richmann e cento altri si studiarono d'interrogare i temporali, e tutti ebbero occasione di trarre vigorose scintille elettriche dai loro conduttori isolati in presenza del temporale. Ed in presenza di un temporale appunto, Virgilio narra nel 5° dell'*Eneide*, che Aceste avendo spinto coll'arco una freccia nell'aria, questa apparve fiammante:

« . . . *volans liquidis in nubibus arsit arundo*
Signavitque viam flammis, etc.

Fu quindi creduto che certe determinate nubi, senza poter dir come, si elettrizzassero nell'aria di elettricità, or positiva or negativa, scagliandosi folgori a vicenda a guisa dei guerrieri caledoni dell'Ossian che pugnavano con strali di nebbia. Nello stesso anno 1752 il Prof. Delor in Francia estraeva vigorose scintille da un conduttore che distava per oltre dieci chilometri dal nembo temporalesco [2]). Ma poco appresso finalmente si ebbero non dubbî segni di tensioni elettriche eziandio a ciel sereno, e questa elettricità fu quasi costantemente positiva e fu trovata generalmente maggiore di quella che si ha a ciel nuvoloso senza pioggia, grandine o neve in distanza, ma qualche rara volta fu notata elettricità negativa a ciel sereno e non mai di lunga durata; ed il nostro Giambattista Beccaria tanto benemerito di questi studi, dichiarando i pochi casi in cui gli era accaduto di scorgere nell'aria elettricità negativa a ciel sereno, avverte che sempre in distanza avea sull'orizzonte avvertito dense nubi o almeno fosche caligini.

Nel 1850, cioè alla metà di questo secolo, facendo degli studi di Meteorologia Elettrica sulla collina di Capodimonte dove avevo impiantato un piccolo osservatorio di Meteorologia Elettrica, m'imbattei anch'io, nel mese di ottobre, nelle prime ore della notte, con un cielo stellato ed aria calma, ad incontrare elettricità negativa, e trovo segnato ne' miei registri che in quell'ora cantavano i galli nel pollaio, sapendosi che questi cominciano abitualmente a cantare dopo la mezzanotte. Avendo trasferito nel 1852 i miei apparecchi sull'Osservatorio vesuviano dove si ha un orizzonte sterminato, sotto questo limpido cielo, mi fu dato osservare ciò che non era stato possibile altrove.

Spessissimo accadeva di vedere comparire delle piogge sul mare a grandissima distanza, di scorgere dei temporali sulla Campania o sugli Appennini, e dopo alcuni anni mi fu permesso di scoprire una legge che nel 1854 annunziai alla nostra Accade-

[1]) V. i *Comptes Rendus* ecc., T. CIXV, p. 659.

[2]) *Histoire chronologique de l'électricité etc.* del sig. P. F. Mottelay, nella *Lumière électrique*, t. XLIII, p. 222.

mia delle Scienze, legge immediatamente verificata da Adolfo Quetelet nell'Osservatorio di Bruxelles, e per la quale ricevetti le congratulazioni del Faraday. Questa legge mi diede la interpretazione dell'elettricità negativa dell'aria, tanto a ciel sereno, che a ciel nuvoloso; la quale è stata costantemente rifermata fino all'ora in cui scrivo. Vuolsi prima di tutto sapere che i grandi svolgimenti di elettricità atmosferica corrispondono alla caduta di pioggia, grandine o neve entro un certo raggio, e che queste forti e straordinarie tensioni cominciano colla pioggia, durano con essa e con essa spariscono. Nel fare queste osservazioni con le piogge che vedeva in distanza o che cadevano sull'Osservatorio, mi maravigliava come questo fatto, che parea degno di molta attenzione, non fosse stato avvertito da alcuno; ma poi, con grande soddisfazione dell'animo mio ho trovato, che Lemonier, nello stesso anno 1752 in cui fu fatta la scoperta dell'elettricità atmosferica, avea notato: « Che il momento in cui la materia « elettrica sembra spandersi in maggior copia è più quello della risoluzione delle nubi « in copiosa pioggia che l'altro dello scoppio della folgore, e che cotesto effetto è così « ovvio e consueto, che non si ha giammai copiosa pioggia che non sia preceduta e « accompagnata da fortissima elettricità [1] »; onde la mia maraviglia si riduce a vedere come un fatto così ovvio ed in pari tempo capitalissimo non sia neppur ricordato.

La legge intanto delle forti manifestazioni elettriche che si hanno con la caduta delle piogge può formularsi così: là dove cade la pioggia, ancorchè non temporalesca, si ha forte elettricità positiva, incapace di poter essere misurata cogli ordinari elettrometri, la quale si può tradurre in scintille sopra i conduttori bene esposti, può prendere forme dinamiche usando opportunamente dei galvanometri, ed intanto una larga zona di elettricità negativa circonda la regione della pioggia, alla quale zona di forte elettricità negativa ne succede un'altra di elettricità positiva, la quale va notevolmente scemando ai suoi confini ove l'osservatore trova meno del consueto. L'ampiezza di queste zone dipende principalmente dall'intensità de' rovesci di pioggia più che dalla sua estensione, di maniera che io ho potuto notare elettricità negativa per piogge che cadevano a distanza di 70 in 80 chilometri e per altre meno intense ad un chilometro di distanza. Fra una zona e l'altra si ha lo zero, il quale rimarrebbe di una durata eguale a quella della pioggia se questa rimanesse costante ed immobile; ma siccome essa d'ordinario cammina col vento, muta d'intensità finchè non cessa, così l'osservatore potrà avere lo zero di brevissima durata, come comunemente interviene e quindi può passare da una zona nell'altra, onde facilmente si nota il passaggio dal positivo al negativo e viceversa e, spesso, una folgore che scoppia vi fa variare l'ampiezza delle zone e vi fa trovare in una fase opposta. Solo entro queste zone di grandi tensioni elettriche possono apparire le folgori, le quali suppongono sempre un rapido e copioso condensamento di vapore in acqua o neve nella parte centrale di esse. Trovandosi dunque l'osservatore nella zona negativa di una pioggia, ancorchè non temporalesca, potrà avere il cielo sereno sul suo capo, potrà anche non vedere la pioggia perchè si nasconde sotto l'orizzonte, e notare elettricità negativa, più o meno considerevole, nei suoi apparecchi.

Interviene talvolta di avere elettricità negativa stando sotto la pioggia, il che parrebbe contraddire la legge sopraindicata; ma senza ripetere qui quello che in altre pubblicazioni ho estesamente esposto, mi restringo pel momento a dire, che più volte mi è

[1]) *Mémoires de l'Acad. des Sciences de Paris*, 1752, p. 233.

accaduto, cessata la pioggia che cadeva sul luogo delle osservazioni, rimanere persistente l'elettricità negativa; la quale deve conchiudersi non esser l'effetto di quella pioggia, ma di un'altra lontana, la quale all'Osservatorio vesuviano quasi sempre mi è riuscito di vedere direttamente.

Del resto non bisogna dimenticare che mentre nella nube che si condensa si svolge elettricità positiva, le gocciole di pioggia cadendo svolger debbono elettricità negativa, la quale se non è agevole osservare, è pel forte influsso dell'elettricità soprastante, siccome interviene quando la cenere del Vesuvio cade da densi globi di fumo soprastante; pure talvolta mi è occorso di osservare elettricità negativa tenendo il conduttore abbassato mentre la cenere cadeva sul piatto metallico superiore, ma elevando prontamente il conduttore, si avea l'elettricità positiva ch'era indotta dal fumo soprastante. Con piccole piogge qualche volta mi è occorso di vedere la stessa cosa. Se esponendo all'aria libera un vase metallico forato, fate cader l'acqua in una coppa metallica isolata, raccoglierete da questa elettricità negativa; e se il vase superiore sia isolato, dal medesimo avrete elettricità positiva, supponendo che operiate ne' tempi ordinari. Da ciò si vede che con la caduta della pioggia la elettricità positiva della nube che si condensa, viene accresciuta. E poichè se invece di acqua poniate nel vase superiore pallini di piombo, polveri metalliche o pure sabbia vulcanica, le cose avverranno nello stesso modo, ne segue che le gocciole di acqua nel cadere tendono a manifestare elettricità negativa, mentre che la nube da cui partono guadagna nuova tensione, la quale può tradursi in folgori, le quali non sono possibili senza la pioggia. Ho detto altra volta che le sole folgori senza pioggia solcano la colonna di fumo che esce con impeto da'crateri de'vulcani, ma se insieme col fumo non siavi copiosa sabbia che cade intorno al cratere a guisa di pioggia, gli strumenti presso al cratere vi riveleranno la forte elettricità positiva del fumo, ma le folgori non appariranno, sia quale si voglia l'impeto eruttivo del vulcano. Il Vesuvio arse con violenza negli anni 1850, 1855, 1858 ecc., ma senza emissione di sabbia o ceneri che dir si vogliano, ed io non ebbi il piacere di vedere una folgore, passando anche le notti a contemplare il vulcano infuriato; e poi un incendio poco violento nel 1861, con copiosa emissione di cenere, mi offrì lo spettacolo di frequentissime folgori, che potetti contemplare da brevissima distanza.

Gl'incendi vesuviani, più notevoli per copiose folgori, avvenuti in questo secolo sono quelli del 1822 e del 1872, e da questi appunto si ebbero straordinarie emissioni di ceneri che andarono cadendo anche a grandi distanze, come nelle Puglie, negli Abruzzi ecc.

Qual maraviglia dunque se il Vesuvio nel suo ridestarsi nell'anno 79 dell'èra volgare mostrò a Plinio il giovane, che trovavasi a Miseno, gran copia di saette che guizzavano in mezzo al pino, sapendosi che dal pino cadeva il copioso lapillo che seppellì Pompei e la immensa sabbia sotto la quale fu sepolta Ecolano? Ma la storia figurata degli incendi vesuviani che l'Osservatorio possiede, prova fino alla più luminosa evidenza quello che affermo sulle proprie osservazioni.

Se dunque senza cadute di sabbie l'osservatore, a ciel sereno o a ciel nuvoloso, osserva elettricità negativa nell'aria, può esser sicuro che ad una certa distanza da lui cade pioggia, grandine o neve. — Per le speciali condizioni del vastissimo orizzonte dell'Osservatorio vesuviano e per la proverbiale limpidezza del nostro cielo, mi fu facile, specialmente nella stagione estiva, vedere le piogge che cominciavano a cadere a

grande distanza dall'Osservatorio, e che guidate dal vento si avvicinavano, più o meno lentamente, non di rado passando per l'Osservatorio e procedendo più innanzi; allora si aveva l'opportunità di vedere tutte le fasi, cioè prima forte elettricità positiva, poi elettricità negativa, indi con la caduta della pioggia sul luogo delle osservazioni, nuovamente forte elettricità positiva; e passando la pioggia oltre, si ripetea la fase di elettricità negativa e indi quella di elettricità positiva. Dalla primavera all'autunno sogliono nel nostro clima apparire delle piogge per lo più temporalesche, le quali percorrono zone di grande lunghezza, ma di moderata larghezza; queste piogge sono le più propizie a far ravvisare la legge della quale di sopra è detto; esse per la maggior parte vengono con i venti del terzo e quarto quadrante, e però il maggior numero passano per l'Osservatorio vesuviano. È facile intendere, che quando la pioggia cessa nel suo cammino prima di giungere all'Osservatorio, sarà stato possibile solo vedere la prima o anche la seconda fase. Quante volte poi mi è accaduto di avere elettricità negativa, senza che scorgessi intorno alcuna pioggia, guardando la direzione del vento o quella delle nubi, se ne erano sull'orizzonte, mi è sempre riuscito di appurare la caduta di pioggia in distanza. Nel 27 Luglio del 1862, verso il mezzogiorno, si notava nei nostri apparecchi forte elettricità negativa che durò per qualche ora; il nostro cielo era limpido e sereno, la temperatura elevata, e nessuno avrebbe mai sospettato che in quell'ora un forte temporale con grandine si scaricava in Avellino e terre circostanti, cioè nel versante opposto della cresta montuosa degli Appennini, che costituisce le così dette Montagne di Monteforte.

Puossi avere elettricità negativa con cielo sereno con la caduta delle ceneri del Vesuvio, siccome di sopra è detto, delle sabbie del deserto sollevate dal vento ed anche, ben raramente da noi, per polveri spinte in alto da venti turbinosi. Taluni han creduto che queste ceneri o polveri si fossero elettrizzate per attrito, ma questa credenza, come tante altre che se ne hanno in Meteorologia Elettrica, è in contraddizione coi fatti meglio osservati. Cominciamo dalle ceneri del Vesuvio. Il Duca della Torre alla fine del secolo scorso, ed anche l'arcidiacono Samuele Cagnazzi, mentre cadeva in Napoli copiosa cenere spinta in alto dal Vesuvio e trasportata dal vento, raccogliendo questa cenere sopra lamine metalliche bene isolate, ebbero da queste elettricità negativa. Queste esperienze, che non erano più state ripetute, furono da me ripigliate, e per dimostrare che l'elettricità di queste non viene dall'attrito, basterà notare che quando esse escono dalle bocche di eruzione, dànno manifesto indizio di elettricità positiva agli apparecchi appositamente presso di esse preparati, ed intanto nel cadere a varie distanze dai coni ignivomi portano elettricità negativa. Si metta sopra una terrazza bene esposta una fontana di compressione caricata, ed aprendo la chiavetta si faccia zampillare l'acqua in modo che la vena liquida non riesca perfettamente verticale; si esplori allora il ramo ascendente della parabola ed il ramo discendente di essa, si avrà dal primo elettricità positiva, dal secondo negativa; il che rientra nella legge ben nota, che i corpi che si elevano dal suolo mostrano elettricità positiva e quelli che discendono la mostrano negativa. Per la qual cosa la elettricità che osservava il Siemens sopra una delle piramidi di Egitto, sulla quale cadeva la sabbia del deserto, proveniva dalla stessa origine. E che tale elettricità non venga dall'attrito lo provano le polveri metalliche che si facciano cadere da un vase superiore in una coppa sottoposta ed isolata.

Ho voluto brevemente ricordar queste cose, da me ampiamente dimostrate in di-

verse memorie pubblicate in proposito, e non credo dovermi allargare in parole per ripetere ciò che in quarantadue anni ho avuto occasione di osservare; ma ho voluto ricordarle perchè in questi ultimi tempi si crede essersi verificato un sol caso di elettricità negativa a ciel sereno, senza pioggia in distanza e senza sabbie cadenti.

L'illustre Direttore dell'Osservatorio di Lione, dal 24 Giugno 1885 fino al 10 Luglio 1889, si è imbattuto tre volte per qualche ora in elettricità negativa a ciel sereno nei giorni 24 Giugno e 15 Settembre 1885, e con la lealtà che lo distingue, nota che nel 24 Giugno eravi un temporale a Bordeaux e nel 15 Settembre a Saint-Honorine-du-Fay; e solo nel 10 Luglio 1889 crede che non vi sia stata pioggia dalle Alpi all'Oceano. Io mi permetto credere che in qualche luogo, come entro le valli delle Alpi francesi o in altro luogo non abitato, vi fosse stata qualche pioggia temporalesca della quale il dotto e diligente Signor Andrè non avrà potuto avere notizia. Lasciando all'illustre Direttore la cura di prendere più minute informazioni della pioggia che certamente cadeva il 10 Luglio 1889, mi permetto solo di fargli notare che forse la diversità della lingua gli fa dire le cose in modo assai diverso da quello col quale mi sono costantemente espresso. Cito le sue parole: « Palmieri, de son côté, dit avoir constaté que cette électricité né-« gative était toujours concomitante *d'une pluie voisine dont les nuages producteurs* « *étaient au-dessous de l'horizon du lieu d'observation* ».

Come potea io parlare di piogge vicine, le cui nubi generatrici fossero al di sotto dell'orizzonte del luogo delle osservazioni, senza supporre che il detto luogo fusse il fondo di un pozzo, giusta l'indovinello virgiliano: *Dic quibus in terris tres pateat cœli spatium non amplius ulnas?*

Io ho sempre parlato di piogge *in distanza*, potendo talvolta avvenire che cadono sotto l'orizzonte dell'osservatore. Il Signor Giorgio Dary, che tante volte mi cita nel suo pregevole volume, *L'élettricité dans la nature*, a pag. 256 dice così: « *Le savant ob-« servateur italien pose le principe suivant: Si par un ciel claire on note la presence de « l'électricité negative, on peut être certain qu'il pleut ou qu'il grêle à une certaine di-« stance* ».

Il Signor Andrè finalmente dice:

« Or voici trois cas, constatés à l'Observatoire de Lyon, dans ces dernières an-« nées, qui ne se prêtent ni à l'une, ni à l'autre de ces explications ».

Ma nel dì 24 giugno 1885 eravi temporale a Bordeaux, ed al 15 settembre dello stesso anno il temporale era a Sainte-Honorine-du-Fay; de' tre casi due sono a me favorevoli ed uno mi sarebbe contrario nell'ipotesi che il 10 luglio del 1889 in tutto il territorio francese non fosse caduta alcuna pioggia. A tutto questo se il Sig. Andrè vuole aggiungere le migliaia di osservazioni da me fatte per 42 anni, le quali senza alcuna eccezione attestano quello che io affermo, troverà anch'egli ragione di sospettare che ad una certa distanza del suo Osservatorio nel giorno dieci luglio pioveva. Adolfo Quetelet, che nell'Osservatorio di Bruxelles avea per alcuni anni fatte frequenti osservazioni di meteorologia elettrica con l'elettrometro di Peltier, nella sua opera *Le climat de la Belgique*, scrive: « La presenza dell'elettricità negativa è dunque un fenomeno che sem-« bra appartenere quasi esclusivamente alla caduta dell'acqua nell'atmosfera ».

Le mie osservazioni sono state fatte col metodo del conduttore mobile unito all'elettrometro bifiliare, il quale dà i valori corretti degli errori delle dispersioni. Le misure sono comparabili sia che si vogliono in *volta*, sia in altra unità convenuta. Esse si fanno

con una facilità grandissima e senza alcun disagio dell'osservatore. Ogni osservazione dura 2″, e si può ripetere quante volte si vuole. Il metodo grafico meno esatto, più costoso ed intricato potrà aversi ne' principali osservatorii come ausiliario; ma le osservazioni dirette sono le sole che possono rivelare le cagioni o, vogliam dire, le origini delle variazioni che si osservano, il che si ottiene guardando il cielo; così io ho potuto scoprire le leggi e la origine dell'elettricità meteorica, le quali, o presto o tardi, saranno universalmente accettate e varranno a dissipare le ipotesi più o meno favorite che le osservazioni hanno da gran tempo dimostrato insussistenti.

Dopo tutto ciò in nome di tante osservazioni proseguite con apparecchi precisi, durate per quarantadue anni continui e non una sola volta smentite, credo avere il diritto di sostenere che l'elettricità negativa dell'atmosfera tanto a ciel sereno quanto a ciel nuvoloso non si avvera senza la caduta di pioggia, grandine o neve, ad una certa distanza dal luogo delle osservazioni, la quale secondo l'intensità dei rovesci può variare, e, nei limiti delle mie osservazioni, può giungere oltre settanta chilometri. Un'eccezione può aversi solo colla caduta delle ceneri vulcaniche o di altre sabbie sollevate dal suolo senza che per questo si abbia dritto di ricorrere all'attrito siccome di sopra è dimostrato. Stimo potere anche conchiudere, in nome delle stesse osservazioni, che ogni pioggia grande o piccola, temporalesca o tranquilla, deve reputarsi sorgente di elettricità; che però ogni temporale suppone una regione nella quale cade copiosa pioggia con grandine o senza, intorno alla quale si trovano le zone delle quali di sopra è detto.

Libri venuti in dono all'Accademia nel mese di maggio 1892.

(L'elenco dei periodici si pubblicherà in fine di anno)

TRINCHESE Prof. SALVATORE — Ricerche sulla formazione delle piastre motrici. Memoria letta nel R. Istituto di Bologna il dì 29 novembre 1891.

CAPELLINI Senatore G. e Conte SOLMS-LAUBACH — I tronchi di Bennettitee dei Musei Italiani. Notizie Storiche, geologiche e botaniche. Bologna 1892.

SERGI Prof. G. — Le varietà umane della Melanesia. Roma 1892.

SPEZIA Prof. GIORGIO. — Sull'origine del solfo nei giacimenti solfiferi della Sicilia. Torino 1892.

GOMES TEIXEIRA F. — Curso de Analyse infinitesimal, 2.ª Ed. — Porto 1890.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 21 *Maggio* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Palmieri, Pinto (Segretario), Scacchi, Trinchese e Villari, ed il socio corrispondente Grassi.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente che è approvato e presenta l'elenco dei libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia. Presenta pure da parte del Prof. Battaglini due volumi del *Curso de Analyse Infinitesimal* di F. Gomes Texeira, Direttore dell'Accademia Politecnica di Porto, opera premiata dall'Accademia delle Scienze di Lisbona. L'Accademia ringrazia dell'importante dono l'Autore ed il collega Battaglini.

Lo stesso Segretario partecipa che con decreto Reale del 21 aprile, registrato alla Corte dei Conti addì 9 maggio 1892, fu approvata la sua nomina a Segretario pel triennio 1892-94.

Il socio Fergola, a nome anche del socio Pinto, legge il rapporto del collega Battaglini sulla 2ª nota, presentata nell'adunanza precedente, del Dott. Marcolongo, *Sull'equilibrio dei fili flessibili*, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. Le conchiusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Il Presidente Palmieri legge una nota *Sull'elettricità negativa dell'atmosfera a ciel sereno a proposito di una recente pubblicazione.*

Dopo di che l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 *Giugno* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Costa, de Martini, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto (Segretario) e Scacchi, ed il socio corrispondente Comes.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono.

Il Presidente da parte del signor J. De Mendizabal-Tamborrel, Ingegnere Geografo della Società Messicana, *Antonio Alzate*, offre in omaggio all'Accademia un volume delle *Tables des logarithmes à huit decimales des nombres de 1 a 125.000.*

Il socio Bassani offre una sua nota, pubblicata nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, avente per titolo: *Avanzi di vertebrati inferiori nel calcare marnoso triasico di Dogna in Friuli.* L'Accademia ne ringrazia il collega Bassani.

Il socio Costa presenta una nota del Prof. F. Balsamo dal titolo: *Contribuzione alla Flora Africana — Piante delle Canarie e del Congo raccolte da G. Zenker — Centuria prima.* Il Presidente incarica i socii Costa, Nicolucci e Comes di riferire all'Accademia.

Dopo l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 11 *Giugno* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto (Segretario), Scacchi, Trinchese e Villari.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono. Quindi, a nome del socio Battaglini, tuttora indisposto, presenta una memoria, stampata a Genova in occasione delle feste Colombiane, del Professore di quella Università signor Gino Loria, intitolata: *Nicola Fergola e la Scuola dei Matematici che lo ebbe a duce*: ed il Segretario espone della predetta memoria i pregi e la importanza, giacchè vi si discorre dei contributi arrecati alle Scienze esatte dalle due scuole di Matematica che fiorirono in Napoli nella 1ª metà del corrente secolo e furono capitanate l'una (cioè *la sintetica*) dal Fergola e l'altra (*l'analitica*) dai Professori Tucci e De Angelis. L'Accademia incarica il Segretario di esprimere al Prof. Loria i suoi speciali ringraziamenti.

Il socio Villari offre in omaggio all'Accademia tre note da lui lette alla R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nelle adunanze del 27 aprile 1890, 26 aprile 1891, 14 febbraio 1892 ed intitolate:

1. *Osservazioni intorno alcuni fenomeni di fosforescenza e fluorescenza.*
2. *Intorno alcune esperienze di acustica.*

3. *Intorno all'azione del magnetismo ordinario sul trasversale studiata nel ferro e nell'acciaio.*

L'Accademia ringrazia del dono il collega Villari.

Il socio Fergola presenta per essere inserita nel Rendiconto una nota del Dott. F. Angelitti su i *Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte al R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1891.*

Da ultimo l'Accademia, su proposta del socio Albini, delibera che durante le prossime vacanze dal Luglio all'Ottobre il Segretario faccia pubblicare le note che i socii gli invieranno per essere inserite nei Rendiconti. E su proposta del Segretario delibera che d'ora innanzi ciascun fascicolo dei Rendiconti si spedisca a tutte le Accademie e Biblioteche del Regno e dell'estero, appena si pubblica. Solo consente, per economia di spese, che nei paesi non facienti parte dell'Unione Postale si inviino insieme due fascicoli, ma non di più.

Dopo tali deliberazioni, non essendovi altro, il Presidente scioglie l'adunanza alle ore 12 meridiane.

Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1891; NOTA *del Dottor* **F. Angelitti** *).

(Adunanza del dì 18 Giugno 1892)

I risultati numerici, esposti in questa nota, sono stati dedotti dalle osservazioni meteoriche giornaliere, fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte alle 9^h a. m., alle 3^h p. m. e alle 9^h p. m. di tempo vero locale, ore stabilite dalla direzione della Meteorologia Italiana per gli studii della climatologia. Essi comprendono principalmente i medii decadici e mensuali e il medio annuo della pressione barometrica ridotta a 0^0, della temperatura dell'aria, della umidità assoluta e relativa e della quantità delle nubi, non che i totali decadici e mensuali e il totale annuo della pioggia caduta e dell'acqua evaporata, ed il novero dei giorni, in cui hanno soffiato i varii venti, e di quelli, in cui lo stato del cielo ha subíto le diverse fasi più notevoli.

1. *Pressione atmosferica.* — Le osservazioni della pressione atmosferica sono state fatte con un barometro di Deleuil, N. 2336, del tipo Fortin, avente il pozzetto di $0^m.045$ di diametro e il tubo di $0^m.011$ di diametro interno. La correzione ritenuta per questo barometro, comprendente errore d'indice e capillarità, è di $0^{mm}.22$, risultata dal confronto col barometro normale dell'Ufficio Centrale della Meteorologia Italiana. Le riduzioni a 0^0 sono state eseguite col sussidio delle tavole meteoriche del P. Denza. I valori medii si sono dedotti dalle osservazioni delle 9^h a. m., delle 3^h p. m. e delle 9^h p. m.

2. *Temperatura dell'aria.* — I termometri sono esposti in una finestra rivolta verso NNW, larga m. 1.38 ed alta m. 2.10, la quale prende tutta la spessezza del muro, che è di m. 0.39, e sporge ancora su di esso esternamente per m. 0.33. Essi sono riparati dalle radiazioni della stanza per mezzo di una invetriata, a traverso della quale si os-

*) Nel 1891 le osservazioni furono eseguite dai signori Brioschi, Contarino, Angelitti e Pepere.

servano, e dalle radiazioni esterne mediante persiane, che si mantengono chiuse. Il piano della finestra è di marmo, traforato, nella parte sporgente dal muro, con sei buchi circolari di m. 0.06 di diametro.

I valori medii della temperatura dell'aria sono stati dedotti dalle temperature alle 9^h a. m. e alle 9^h p. m., osservate direttamente e dalle temperature estreme, segnate dai termografi a maximum e a minimum. Per le osservazioni dirette della temperatura è stato adoperato un termometro di *Negretti* e *Zambra*, n. 44030, a bulbo sferico di $0^m.009$ di diametro; per la temperatura massima, un termografo di *Casella*, n. 26602, a bulbo sferico di $0^m.012$ di diametro, e per la temperatura minima, un termografo di *Casella*, n. 19562, ad alcole, con indice di smalto, a bulbo sferico del diametro di $0^m.015$. In tutti questi termometri, campionati nell'Osservatorio di Fisica terrestre di Kew in Inghilterra, le correzioni per la ineguaglianza del calibro dei tubi, non oltrepassando $0^\circ.1$, sono state trascurate: quanto alle correzioni derivanti dallo spostamento dello zero, si sono adottati i seguenti valori, che risultarono da esperimenti eseguiti col ghiaccio in fusione il 1° Gennajo 1889:

per il termometro di *Negretti* e *Zambra*,	n.° 44030,	correzione	$+0^\circ.5$
» » termografo a maximum di *Casella*,	» 26602,	»	$+0.3$
» » » a minimum » »	» 19572,	»	0.0

3. *Umidità assoluta e relativa.* — L'umidità dell'aria si è ottenuta mediante uno psicrometro August, munito del ventilatore Cantoni, usando indifferentemente sia le Tavole ad uso della Meteorologia, pubblicate dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, sia le Psychrometer-Tafeln del D.r Jelinek, pubblicate a Vienna nel 1876, sempre però trascurando la correzione dipendente dalla pressione atmosferica.

Dei due termometri, che costituiscono lo strumento, uno è quello stesso usato per le osservazioni dirette della temperatura dell'aria, l'altro è un termometro eguale di Negretti e Zambra, n. 44029, col bulbo coperto da una pezzuola di mussola mantenuta sempre umida. Anche per questo termometro la correzione per la calibricità è stata trascurata, e quella dovuta allo spostamento dello zero è stata ritenuta eguale a $+0^\circ.3$, risultata anch'essa dagli esperimenti del 1° Gennajo 1889.

4. *Quantità delle nubi.* — La quantità delle nubi è stata stimata ad occhio in decimi di cielo coperto. Sono stati annoverati come giorni *sereni* o *quasi sereni* quelli, in cui la somma delle quantità delle nubi osservate nelle tre ore del giorno, espressa in decimi di cielo coperto, era da 0 a 9, come *nuvoli* quelli, nei quali la stessa somma era da 10 a 20 e come *quasi coperti* o *coperti* quelli, in cui la stessa somma era da 21 a 30.

5. *Quantità della pioggia.* — La pioggia si raccoglie in uua vasca di piombo a base quadrata di $0^m.60$ di lato, situata sul terrazzo della stanza di osservazione, donde si versa in un recipiente sottoposto, col quale comunica un tubo di vetro, munito di una scala divisa in parti corrispondenti all'altezza di mezzo millimetro di pioggia. Come giorni piovosi si sono annoverati solamente quelli, in cui la quantità di acqua, raccolta nel pluviometro, è stata almeno di mm. 0.1.

6. *Evaporazione.* — L'atmidometro adoperato è quello fornito dalla Direzione

della Meteorologia italiana e consta principalmente di un recipiente cilindrico di $0^{m}.117$ di diametro e di $0^{m}.080$ di altezza, e di una vite micrometrica, con la quale si misura in decimi di millimetro l'altezza dello strato dell'acqua evaporatosi dal recipiente. Esso è esposto all'aria, come i termometri, nella finestra descritta, e si osserva una volta al giorno, alle 9^{h} del mattino.

7. *Frequenza dei venti.* — Lo strumento che dà la direzione e la velocità del vento è l'anemografo dei fratelli Brassart in Roma. Si sono riportati soltanto i numeri delle volte in cui hanno soffiato i venti delle otto direzioni principali della rosa, attribuendo le direzioni intermedie per metà a ciascuna delle due direzioni principali, tra le quali sono comprese.

Pressione atmosferica a Capodimonte *)

nell' anno 1891

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	46.39	55.2	1	35.7	9	43.05	56.7	12	32.8	15	52.85	60.8	31	27.1	22	47.61
Febbrajo . .	55.00	60.5	3	50.9	5	52.31	56.2	20	44.5	14	55.69	60.8	23	52.7	25	54.24
Marzo . . .	53.01	58.9	6	47.0	10	45.65	50.6	16	39.7	13	45.73	55.6	26	39.5	21	48.05
Aprile . . .	44.26	50.1	6	33.9	10	47.33	50.9	20	38.0	11	45.31	52.2	30	37.0	25	45.63
Maggio . . .	44.16	52.6	1	37.0	8	45.81	53.2	19	38.4	11	47.18	51.2	21	43.4	27	45.77
Giugno . . .	48.75	52.1	10	44.3	6	50.18	53.5	14	47.2	11	49.58	51.5	29	47.5	21	49.50
Luglio . . .	48.49	50.8	1	44.2	10	48.64	51.2	18	43.2	11	48.67	50.7	23	45.1	29	48.60
Agosto . . .	48.87	51.2	9	45.9	6	49.02	51.3	14	46.1	20	49.82	52.9	25	44.7	23	49.26
Settembre .	50.35	52 4	4; 10	48.3	1	51.51	55.2	14-15	48.0	15	50.85	55.8	26	45.1	24	50.90
Ottobre . . .	49.50	51.9	7	47.0	3	48.98	52.7	18	41.7	13	45.07	50.3	31	36.6	28	47.76
Novembre .	49.14	53.6	8	46.1	2	50.34	56.9	19	44.5	14	46.86	51.4	30	42.1	29	48.78
Dicembre . .	51.65	57.6	5	46.8	3	48.92	54.9	13	38.1	17	56.47	62.1	25	47.1	30	52.48
ANNO	49.05															

*) L'altezza della Stazione è di 149^{m} dal livello del mare. L'altezza barometrica è ridotta alla temperatura di 0° e diminuita di 700^{mm}

Temperatura dell' aria a Capodimonte *)

nell' anno 1891

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	7.77	12.8	8	2.1	10	3.05	8.7	11	— 2.2	17	6.13	11.3	26	— 0.7	21	5.67
Febbrajo . .	5.77	10.2	4	1.5	7	5.26	11.6	18	— 1.0	15	8.25	13.4	27-28	3.0	21	6.30
Marzo . . .	8.95	13.1	9	3.7	2	12.25	18.5	20	7.2	11	10.41	15.6	21	4.9	26	10.53
Aprile . . .	11.39	17.5	9	4.9	2	11.16	17.2	20	6.5	13	14.47	22.5	30	8.4	22	12.34
Maggio . . .	19.21	26.0	3	12.5	10	16.95	24.8	13	10.0	18	16.95	24.7	22	9.0	24	17.68
Giugno . . .	20.86	30.0	8	14.4	1	18.36	23.7	11	13.9	14	22.46	28.7	30	16.4	21	20.56
Luglio . . .	23.68	30.0	2; 4	17.8	6	23.80	29.6	19	17.7	11	24.07	29.6	31	19.3	26	23.86
Agosto . . .	24.53	32.4	1	18.1	8	23.78	29.1	17-19	18.7	13	22.66	27.7	29	17.4	25	23.62
Settembre .	23.54	28.9	4	19.0	10	22.14	27.1	15	16.8	17	17.57	22.8	22	12.1	27	21.08
Ottobre . . .	18.84	23.3	7	15.6	4-5	18.94	23.4	15	15.7	12	15.70	23.1	25	3.6	31	17.76
Novembre .	8.62	15.2	9	2.8	1	14.77	19.0	14	8.8	16	15.47	19.0	26	11.2	30	12.96
Dicembre . .	11.52	15.5	1	8.8	3	9.11	15.0	14	0.1	20	8.49	13.5	28	0.5	21	9.67
ANNO	15.17															

*) La scala dei termometri è la centesimale.

Umidità dell'aria a Capodimonte

nell'anno 1891

I. — Tensione del vapore

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	6.31	8.4	7	4.4	4	4.39	5.4	11	3.0	20	4.65	7.7	25	2.2	23	5.10
Febbrajo . .	4.74	5.4	1; 10	3.3	7	3.95	6.3	11	2.2	16	4.52	7.1	27	2.7	21	4.52
Marzo . . .	5.60	7.4	10	2.9	2	7.34	8.9	12	4.1	18	7.03	10.4	21	5.2	23	6.67
Aprile . . .	7.27	9.8	6	3.3	1	7.42	8.5	19	6.4	17	9.25	11.7	30	5.3	22	7.98
Maggio . . .	12.07	14.5	3	9.3	9	9.38	13.1	14	5.1	17	11.02	12.7	23	7.7	21	10.83
Giugno . . .	12.56	16.0	7	9.8	6	10.67	13.7	16; 20	7.0	13	15.69	21.0	29	11.4	22	12.98
Luglio . . .	16.38	20.5	2	12.0	1	15.84	21.3	19	11.2	11	15.81	19.9	23	12.0	26	16.01
Agosto . . .	13.70	23.9	6	7.8	5	14.80	18.2	16	8.1	18	14.10	19.6	23	11.1	25	14.19
Settembre .	15.01	18.0	6	9.5	9	13.72	17.8	15	10.5	18	10.19	15.1	21	6.8	25	12.97
Ottobre . . .	13.06	14.9	7	10.0	4	13.04	14.9	14	10.8	11	10.36	14.6	22	3.3	31	12.09
Novembre .	6.24	10.3	9	3.6	1	10.38	12.8	15	7.1	19	11.03	13.0	28	8.1	30	9.22
Dicembre . .	7.61	9.4	8	5.8	3	6.50	10.0	11	2.7	19	6.72	9.8	31	3.3	21	6.93
ANNO	9.96															

II. — Umidità relativa

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . .	77.8	93	5; 10	58	3-4	74.9	98	16	54	20	62.1	96	25	31	23	71.3
Febbrajo . .	62.5	84	6	52	4	56.6	96	14	32	20	52.0	88	24	33	21	57.4
Marzo . . .	61.9	88	10	37	2	68.3	93	14	30	18	72.3	95	21	45	26	67.6
Aprile . . .	68.3	96	4	39	3	71.8	85	13	55	17	72.6	95	25	46	22	70.9
Maggio . . .	70.1	94	7	41	2	62.6	90	16	36	13	73.6	95	27	36	22	68.9
Giugno . . .	67.0	95	3	32	6	65.4	91	11	39	14	73.5	97	21	46	25	68.6
Luglio . . .	71.9	86	10	42	4	68.4	89	19	43	16	67.8	95	25	44	26	69.3
Agosto . . .	57.1	88	6	37	1	64.9	87	15	35	18	66.0	91	31	41	29	62.8
Settembre .	66.7	89	1	40	4	66.7	93	15	44	14	64.9	92	21	50	29-30	66.1
Ottobre . . .	78.0	92	4; 8	61	10	77.2	99	13	55	15	72.4	96	26	42	31	75.7
Novembre .	71.1	96	3	47	1	79.8	94	14	56	19	83.5	97	22; 29	71	30	78.1
Dicembre . .	73.4	94	1	61	4	69.4	94	11	45	19	76.0	100	30	52	22	73.0
ANNO	69.1															

Nubi, Precipitazioni ed Evaporazione a Capodimonte

nell'anno 1891

MESE	Quantità media delle nubi in decimi di cielo coperto				Numero dei giorni			Altezza totale della pioggia in millimetri				Numero dei giorni					Altezza totale dell'acqua evaporata in millimetri			
	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	sereni o quasi	nuvoli	coperti o quasi	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	con pioggia	con neve	con grandine	con temporale	con gelata	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese
Gennajo . .	7.1	5.0	3.5	5.2	12	7	12	78.1	50.5	0.0	128.6	10	9	—	—	—	12.4	12.0	14.3	38.7
Febbrajo . .	3.8	3.6	0.4	2.7	18	5	5	1.0	3.7	0.0	4.7	4	2	—	—	—	18.5	18.1	12.9	49.5
Marzo . . .	3 3	4.8	6.9	5.1	11	11	9	0.0	11.8	22.1	33.9	12	—	—	—	—	14.4	16.2	16.8	47.4
Aprile . . .	5.3	5.7	4.9	5.3	6	13	11	27.3	22.7	48.1	98.1	17	—	—	—	—	17.7	14.2	15.0	46.9
Maggio. . .	5.2	4.4	4.6	4.7	12	9	10	9.2	4.3	34.3	47.8	10	—	—	—	—	21.7	25.7	19.6	67.0
Giugno. . .	3.1	4.9	2.3	3.4	17	9	4	0.7	9.4	10.1	20.2	7	—	—	—	—	22.7	26.8	21.2	70.7
Luglio . . .	1.6	1.4	0.9	1.3	25	6	0	0.0	0.2	4.0	4.2	2	—	—	1	—	26.8	31.4	27.7	85.9
Agosto . . .	1.6	1.6	2.0	1.7	24	7	0	0.0	0.0	0.5	0.5	1	—	—	—	—	39.7	27.5	27.5	94.7
Settembre .	1.4	3.9	3.0	2.8	18	8	4	27.0	26.2	41.8	95.0	9	—	—	1	—	23.4	27.2	22.5	73.1
Ottobre. . .	3.8	2.7	4.7	3.8	16	9	6	33.5	67.5	41.0	142.0	11	—	—	3	—	14.5	13.5	15.4	43.4
Novembre .	5.8	3.9	7.4	5.7	6	12	12	45.9	3.4	36.3	85.6	13	—	—	1	—	14.0	12.6	9.3	35.9
Dicembre. .	3.2	4.4	5.0	4.2	15	8	8	29.5	18.0	61.9	109.4	11	—	—	1	5	10.2	14.3	10.0	34.5
ANNO	3.8				180	104	81	770.0				107	11	—	7	5	687.7			

Frequenza dei venti a Capodimonte

nell'anno 1891

MESE	Numero delle volte in cui ha soffiato il vento							
	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW
Gennajo	26	27	16	3	2	5	7	7
Febbrajo.	7	25	43	3	0	1	2	3
Marzo	8	7	10	5	7	24	22	10
Aprile	11	9	12	4	6	23	17	8
Maggio	9	9	17	6	7	23	12	10
Giugno.	5	7	13	10	10	23	14	8
Luglio	5	5	13	4	16	22	21	7
Agosto.	5	3	13	7	18	15	24	8
Settembre	6	22	12	7	2	19	13	8
Ottobre	16	14	18	8	5	14	10	8
Novembre	14	14	20	13	7	12	5	5
Dicembre	17	23	16	3	6	10	10	8
ANNO	129	165	203	73	86	191	157	90

RAPPORTO *sulla Nota del Prof.* F. Balsamo.

(Adunanza del dì 18 Giugno 1892)

Egregi Colleghi,

La vostra Commissione ha esaminato la nota presentata dal Prof. F. Balsamo, e che ha per titolo: *Contribuzione alla Flora Africana: Piante delle Canarie e del Congo raccolte da G. Zenker*. Come indica il titolo di detta nota si tratta, adunque, di piante raccolte dall'orticoltore Zenker e diagnosticate dal Prof. Balsamo. Prescindendo dalle piante raccolte alle Canarie, la cui flora, del resto ben conosciuta, offre un anello di congiunzione tra le piante mediterranee (segnatamente le iberiche) e le tropicali, molto importante è invece qualunque notizia relativa alla Flora del Congo. Quivi, la Flora tropicale si manifesta in tutta la sua evidenza, e lascia largo campo da mietere al naturalista, perchè appena e saltuariamente conosciuta. Qualunque contribuzione alla conoscenza della Flora del Congo è perciò molto interessante, imperocchè, se da una parte dà nuovi materiali alle ricerche di geografia vegetale, dall'altra fornisce preziosi elementi per l'acclimatazione delle piante tropicali di altre regioni, e che sono molto ricercate pei materiali utili che dànno alla medicina, all'industria ed anche all'economia domestica.

La vostra Commissione, sebbene conscia della correttezza a cui s'ispira il Prof. Balsamo nelle sue ricerche scientifiche, pure ha voluto riesaminare il manoscritto in riscontro con gli esemplari delle piante enumerate. Pertanto propone che la nota sia pubblicata nel Rendiconto, non omettendo di esternare la sua fiducia di avere, al più presto, l'enumerazione delle altre piante della stessa regione, che il Prof. Balsamo ha tuttora in esame.

G. NICOLUCCI
A. COSTA
O. COMES, *relatore.*

Contribuzione alla Flora Africana — Piante delle Canarie e del Congo raccolte da G. Zenker — Centuria Prima; NOTA *del Prof.* **F. Balsamo.**

(Adunanza del dì 18 Giugno 1892)

Nel 1889 la Direzione del nostro Istituto Botanico acquistava dal Sig. Giorgio Zenker, reduce dall'Africa, una collezione di semi e di piante, da lui raccolte sulle coste africane, dalle rive del Congo, al fiume Ogowé. Dei semi pervenutici, quantunque ben conservati, pochi provarono, messi in terra; moltissimi non germogliarono affatto. La collezione di piante forma un erbario di circa 600 specie, la maggior parte fanerogame, essendo le crittogame rappresentate da un piccol numero di felci e licopodiacee e da pochi funghi. Molti esemplari, mal preparati od incompleti, rendono laboriosa e spesso impossibile la determinazione specifica; molti altri invece ben si prestano alla diagnosi, perchè completi, od almeno accompagnati da schizzi a mano dello Zenker, e che riescono, spesso, di grandissimo aiuto nella ricerca della specie.

Essendo rimasta tale collezione per più tempo giacente nel nostro Museo botanico, mi decisi, non appena mi si offrì l'occasione di affrontare il lavoro della classificazione sistematica del materiale, essendo esso ricco di forme interessanti ed alcune forse

nuove del tutto, e quindi meritevoli di considerazione. Ne intrapresi lo studio, giovandomi di tuttociò che le nostre collezioni poteano offrirmi; massime della ricca biblioteca Tenoreana, la quale colla dovizia delle opere iconografiche compensa, in certo modo, la relativa povertà dei nostri erbarii, in punto a specie rappresentanti la flora dell'Africa tropicale.

Le raccolte fatte dallo Zenker riguardano la vegetazione delle coste, le quali egli potette percorrere per buon tratto. Quindi tra le località figurano: Banana, Libreville, Landana, Majumba e risalendo il Congo fino a Vivi, si trovano citati parecchi villaggi, non per anco prima esplorati dai botanici. Recatosi, in seguito, al Gabon potette il nostro raccoglitore far incetta di importanti specie al Rio Bahna, a Vista, ad Insona sino al fiume Ogowé verso il nord. Armi ed utensili venne man mano raccogliendo in queste località, e questi oggetti fan parte, oggi, del Museo della nostra Società Africana.

Tra le piante raccolte prevalgono le Ampelidee, le Leguminose e le Graminacee; le Melastomacee sono pure rappresentate, ma da poche specie, come pure le Aracee e le Orchidee. Le Ampelidee, e per la natura dei loro caratteri e per lo stato degli esemplari, presentano le difficoltà maggiori per la determinazione. Non potendo in una volta aver per mano l'opportuno materiale di raffronto, per completare lo studio di tutta la collezione, divido il lavoro secondo la opportunità dei mezzi. E però avendo in pronto questa prima Centuria, mi onoro presentarla, oggi, a questo Illustre Consesso, come frutto delle mie ricerche, riserbando ad altro tempo, la determinazione di quelle specie che, o critiche o nuove affatto, domandano un più rigoroso esame ed una maggiore larghezza e comodità di confronti, le quali cose mi spero, che, insieme alla lena per menare a termine il divisato lavoro, non abbiano a venirmi meno.

OPERE CONSULTATE

Beauv. Oware. — Palisot de Beauvois, *Flore d'Owàre et de Benin.* 2 vol. fol. Paris 1804-1807.

Berg. Myrt. — Berg. (O.), *Myrtographia brasiliensis etc.* Lipsiae fol. 1858, c. tab.

Boiss. Voy. — Boissier, *Voyage botanique dans le midi de l'Espagne.* Paris 1839-45.

Breyn. Exot. — Breynii, *Plantarum exoticar.* Cent. I^a, Gedani 1678, fol.

Burm Zeyl. — Burman, *Thesaurus Zeylanicus etc.* Amstelaedami 1737, 4°.

Burm. Afr. — Burman, *Rariorum Africanarum plantar.* Decad. I-X. Amstel. 1738, 4°, c. tab.

Cavan. Diss. — Cavanilles, *Monadelphiae Classis Dissertationes X.* Matriti 1790.

Cav. Ic. — Cavanilles, *Icones et descriptiones plantarum etc.* Matriti 1801.

A. De Cand. Geogr. — De Candolle Alph., *Geographie botanique raisonnée.* Paris 1855, 8°.

Deless. Ic. — Delessert, *Icones selectae plantarum etc.* Parisiis 1820-46, 6 vol. fol.

Ettings. Beitr. — Ettingshausen, *Beiträge zur kenntniss d. Flächenskelete d. Farnkräuter.* Denkschr. der mathem-naturw. Cl.—XXII Band. 1862, 4°.

Franc. Fern. — Francis, *Analysis of the british Ferns.* Lond. 1850.

Hiern. Afr. — Hiern and Ficalho, *On central Afric. plants.* Traas. Linn. Soc. Lond. 1881.

Hook. Cent. — Hooker W., *A second Century of Ferns.* Lond. 1864, Leinw. 8°.

Hook. Syn. — Hooker et Backer, *Synopsis Filicum etc.* London 1868, 8°.
Hook. Nigrit. — Hooker et Bentham, *Flora Nigritiana etc.* London 1849, 8°, con tav.
Jacq. Ic. — Jacquin, *Icones Plantarum rarior.* Vindobonae 1781-93, III vol. fol.
Jacq. Coll. — Jacquin, *Collectanea ad Histor. Natural. etc.* Vindob. 1786-96; 5 vol.
Jacq. Schoenbr. — Jacquin, *Plantar. rarior. Horti Cesarei Schoenbrunnensis descr. et icones.* Viennae, 4 vol. fol., 1787-1804.
Jacq. Egl. — Jacquin, *Eglogae plantar. rarior. etc.* Vindob. 1811-1844. 2 vol. fol. c. tab.
Jacq. Amer. — Jacquin, *Selectarum stirpium americanarum historia etc.* Vindob. 1763, fol. c. tab.
Kaulf. Enum. — Kaulfuss, *Enumeratio Filicum etc.* Lipsiae 1824, 8°.
Kuhn Afr. — Kuhn, *Filices Africanae.* Lipsiae 1868, 8°.
Kunth En. — Kunth, *Enumeratio plantarum etc.* Stuttgardiae et Tubingae 1833-43, 8°.
Moore Fil. — Moore, *Index Filicum.* London 16°.
Oliver Fl. — Oliver, *Flora of tropical Africa.* London 1877, vol. I-III (i soli pubblicati).
Pappe Cap. — Pappe, *Sylva Capensis etc.* Cape-Town. 1853, 8°.
Plum. Am. — Plumier, *Filicetum americanum.* Parisiis 1703, fol.
Raddi Bras. — Raddi, *Plantar. brasiliens. nova gen. et species etc.* I. Filices. Florentiae 1825, fol.
Rheede Malab. — Rheede, *Hortus Malabaricus etc.* Amstelaed. 1678-1703, 12 vol. fol.
Rumph. Amb. — Rumphius, *Herbarium Amboinense etc.* Amstelaed. 1741-55, 6 vol.
Webb. Canar. — Webb. et Berthelot, *Phytographia Canariensis — Histoire Naturelle des Canaries etc. Botanique,* p. 1ª, 2ª, 3ª. Paris 1836-47.

Ranunculaceae

1. **Adonis intermedia,** Webb. Canar. I, 12. — *Adonis aestivalis.* Reichb. et Link. — *A. microcarpa* DC. Prodr. I, 24. — Exicc. Bourgeau Pl. Canar. n. 50.
   Las Palmas (Canarie).

Dilleniaceae

2. **Tetracera alnifolia**, W. non DC. — Oliver Fl. of trop. Africa I, 12. — *T. scabra* Hook. Nigrit. p. 203.
   Insona, marzo 1886.

Menispermaceae

3. **Jateorhiza strigosa**, Miers. — Hook. Nigrit. 213, tab. XVIII. — Oliver Fl. cit. I, 42 — *Cocculus macranthus*, Hook. fil.
   Foresta di Sibango, 11, 1887.

Nymphaeaceae

4. **Nymphaea Lotus,** L. — Delil Fl. Aeg., tab. 60, fig. 1ª — Oliver Flora I, 52. — *N. dentata* Savi — *Castalia mystica.* Salisb.
   Rio Balma presso l'isola Quitembou, 1886 — Cibotte, palude, aprile 1886.

Papaveraceae

5. **Papaver setigerum**, DC. Prodr. I, 109 — Delessert Ic. II, tab. 7 — *P. somniferum*, L., *a setigerum* Webb. Canar. I, 58.
Las Palmas, Marzo 1886.
6. **Fumaria officinalis**, L., Sp. 984 — DC. Prodr. I, 130 — Webb. Canar. I, 53.
Las Palmas, Marzo 1886.

Cruciferae

7. **Lobularia intermedia**, Webb. Canar. I, 92, sine icone. — *Alyssum maritimum*, β *canariense*, DC., Prodr. I, 634.
Las Palmas.

Violarieae

8. **Sauvagesia erecta**, L. DC., Prodr. I, 315 — Hook. Nigrit. 221 — Oliver Fl. I, 111 — Jacq. Amer. p. 76, tab. 51, fig. 3.
Isanghila nelle praterie paludose. Febbraio 1886.

Tamariscineae

9. **Tamarix canariensis**, W. — Webb. Canar. I, 171, tab. XXV — DC. Prodr. III, 96.
Molto prossima alla *T. gallica* dalla quale si distingue per la forma del disco ipogino, che nella *T. canariensis* è 10gono con angoli ottusi, mentre è pentagono 5fido nella *T. gallica*.
Isola Gran Canaria. Marzo 1886.

Malvaceae

10. **Adansonia digitata**, L. — DC. Prodr. I, 478 — Cav. *Diss. II*, tab. 157, Hook. Nigrit. 232 — Oliver Flora, I, 212 — *Baobab*, Alp. Aegypt., p. 66, tab. 67.
Cabenda, 1887. Furono spediti i soli semi, che si conservano.

Sterculiaceae

11. **Theobroma Càcao**, L., sp. 1100 — DC. Prodr. I, 484 — *C. Theobroma* Juss. ant., tab. 13 — *C. minus* Gaert. Fruct. II, tab. 122.
Missione cattolica di Libreville, Novembre 1887. — Coltivato.

Tiliaceae

12. **Glyphaea grewioides**, Hook. fil. in Hook. Nigrit. 237, tab. 22. — Oliver Flora, I, 267 — *Grewia lateriflora* Don.
Praterie sulla strada di Libreville.

Zygophylleae

13. **Fagonia cretica**, L., sp. 553 — DC. Prodr. I, 704 — Webb. Canar. I, 16.
Las Palmas.

Geraniaceae

14. **Erodium Chium**, W. — DC. Prodr. I, 647.
Las Palmas. Marzo 1886.

Sapindaceae

15. **Dodonaea viscosa**, L. — DC. Prodr. I, 616 — Lamk. Enc. tab. 304 — Oliver, Flora, I, 433 — Hook. Nigrit. 252.
Cuango — Majumba spiaggia del mare. Ottobre 1886.

Anacardiaceae

16. **Anacardium occidentale**, L. — DC. Prodr. I, 62 — Hook. Nigrit. 288 — Oliver, Flora, I, 443.
Missione del Gabon. Decembre 1887.
Originario dell'America, viene qua e la coltivato nelle piantaggioni.

Leguminosae

17. **Scorpiurus subvillosa**, L. — DC. Prodr. II, 308 — Webb. Canar. II, 115.
Las Palmas, Marzo 1888.
18. **Abrus precatorius**, L. — DC. Prodr. II, 381 — Hook. Nigrit. 126, 305. — Oliver, Flora, II, 175.
Majumba. Settembre 1886.
I semi di questa pianta, di un bel rosso cinabro con macchia nera, sono adoperati come ornamento nelle regioni tropicali. Contengono l'*Abrina* che è un potentissimo veleno.
19. **Physostigma venenosum**, Balf. in Trans. R. Soc. Edimb. XXII, 310, tab. 16, 17 — Oliver Flora, II, 191.
Foresta di Majumba. Settembre 1886 — Palude presso Libreville. Settembre 1887.
Il nome indigeno è *Éséré* o *Déséré* (Rivel in Bull. Soc. Bot. Fr. X, 1863, p. 538). Vegeta nei luoghi paludosi ed i semi presso di noi germogliano presto e si sviluppano bene; ma le piante non mai fioriscono. Coltivata nella serra calda dell'Orto Botanico per tre anni di seguito non ha portato mai fiori. Lo stesso è avvenuto in Edimburgo (Rivel, l. c.) ed a Parigi (Baillon).
20. **Clitorea Ternatea**, L., sp. 1026 — DC., Prodr. II, 233 — Rumph. Amboin, V, 31. — H. B. K. *Nova Gen.* VI, 415. — Oliver Flora, II, 177.

Sibange. Marzo 1889. Coltivata e spontanea.

Le foglie sono adoperate dagli indigeni nelle dissenterie, come astringenti e toniche.

21. **Mucuna urens**, DC. Prodr. II, 405 — Hook. Nigrit. 307. — Jacq. Amer. tab. 182 — Oliver Flora, II, 185.

Majumba. Settembre 1886.

22. **Poinciana pulcherrima**, L. — DC. Prodr., II, 484 — Jacq. Amer., p. 122, tab. 115. — *Crista Pavonis flore elegantissimo variegato*. Burm. Zeyl. I, tab. 22 optima!

Insona. Marzo 1886. Coltivata.

La nostra specie è distinta dalla *P. elata* riportata dall'Oliver (*l. c.* II, 266) pei calici glabri, e per le foglioline *obovate* e non lanceolate. I rami vecchi sono aculeati, rarissimamente i giovani; spesso gli aculei, caduchi, mancano su tutti, perciò si può facilmente confondere colla *P. elata*, che è inerme.

23. **Cassia alata**, L. — DC., Prodr. II, 492 — Hook. *Spic. Gorg.* in Fl. Nigrit 126. Sloane Hist. II, tab. 175 — Oliver Flora, II, 275.

Majumba.

Esemplare di sole foglie senza fiori.

24. **Afzelia bracteata**, Th. Vogel in *Fl. Nigrit.* 325, tab. 34-35! — Oliver Flora, II, 301 — DC., Prodr., II, 507.

Munda. Foresta presso il villaggio di Kassa. Nome Askekiano: « *Snati* ».

I semi di questa specie, che non trovo figurati, sono oblunghi subprismatici nel secco, neri e con un'arillo cupuliforme di color rosso cinabro.

25. **Parkia biglobosa**, Benth. in Hook. *Journ. of. Botany*, IV, 328. — Oliver Flora, II, 324. — *Inga biglobosa* W. Palis. *Fl. Oware*, II, 53, tab. 90.

Nelle foreste sulle rive dell'Abondouch. Decembre 1887.

Myrtaceae

26. **Eugenia Michelii**, Lamk. — Oliver Flora, II, 437 — DC. Prodr., III, 263 — Hook. Nigrit. 358 — *Stenocalyx Michelii*, Berg. Myrtogr. brasil. 388 — Originaria del Brasile viene coltivata, nelle regioni tropicali, sotto il nome di *Cerisier de Cayenne*.

Sibange. Marzo 1887.

27. **Psidium pyriferum**, L., sp. 672 — DC. Prodr. III, 233 — Rumph. Amboin. I, 47. — *Guayava pyriformis*, Gaert. Fruct. I, tab. 38.

Sibange. Decembre 1887. Coltivata. È detta « *Guaiave* ».

Passifloreae

28. **Passiflora quadrangularis**, L. — DC. Prodr. III, 328 — Jacq. Amer. tab. 143 — Cavan. Diss. X, tab. 283.

Cuango — Majumba. Coltivata. Settembre 1886.

29. **Passiflora foetida**, Cav. Diss. X, tab. 289 — DC. Prodr., III, 331 — *P. hirsuta* Jacq. Eglog. Plantar., tab. 123.

Sibange via pel Gabon. Luglio 1887.

Probabilmente coltivata o sfuggita alle colture, si trova qua e la diffusa tra le altre passifloree proprie dell'Africa tropicale.

Umbelliferae

30. **Hydrocotyle bonariensis**, Lamk. — Oliver Flora, III, 4. — Cav., Icones, tab. 488, fig. 1.

Cibotte. Maggio 1887.

Rubiaceae

31. **Uncaria africana**, G. Don., *Gardn. Dict.* 3, 471 — Hook. Nigrit. 381, tab. 42 — *Nauclea africana,* Walp. Repert., II, 512.

Munda nella foresta presso Niasch. In Askekiano: « *Kaom plente* ».

32. **Mussaenda Afzelii**, G. Don., *Gen. Syst.,* III, 490. — Hook. Nigr., 391 — Oliver Flora, II, 66.

Foresta di Sibange. Maggio 87. Comune nei boschi.

Sepalo bratteiforme di color bianco nel vivo, flavescente nel secco; nella specie seguente è colorato in rosso.

33. **Mussaenda erythrophylla**, Schum. — Oliver Flora, III, 69 — *M. splendida* Welw. Trans. Linn. Soc. Lond. XXVII, tab. 13.

Foresta sul fiume Ogowé.

34. **Ixora Bandhuca**, Boxb. — DC. Prodr., IV, 486 — Burm. Zeyl., tab. 57 — « *Sketti* » Rheede Malab. II, tab. 13 — *Ixora coccinea,* L.

Missione Landana. Marzo 1886.

35. **Coffea Liberica**, Bull. ex Hiern. *in Trans. Linn. Soc. Lond.*, Ser. IIª, I, 71, tab. 24 — Oliver Flora, III, 181 — *C. arabica,* Benth., in Hook. Nigrit., 413 (ex. p.) non L.

Foresta di Munda. Sibange, Piantaggione di C. Worman — Coltivata.

36. **Diodia maritima**, Thonn. in Schum. Besk. Guinea Pl. p. 75 — Oliver Fl. III, 231 — *Diodia foliosa* Wawra et Peyritsch. Sert. Bengal. 39.

Flores axillares solitarii; calycis limbus tetramerus.

Costa dei Pescatori presso Vista. — Munda — 25 Gennaio 1886.

37. **Diodia breviseta**, Benth., in Hook. Nigrit. 424 — Oliver Flora, III, 231. — *Spermacoce serrulata,* Palis. Oware, 39, tab. 23.

Differt a *D. maritima* floribus axillaribus verticillatis, folia subtiliter serrulata.

Landana spiaggia del mare. Marzo 1886.

Compositae

38. **Emilia sagittata**, DC., Prodr. VI, 302 — Oliver Fl. III, 405 (var. fol. varieg.), Hook. Nigrit. 439.

Sibange. Dicembre 1886.

39. **Odontospermum aquaticum**, C. H. Schultz — Webb. Canar., II, 233. — *Asteriscus aquaticus* — Less. (herb. Guss.).
Las Palmas.

40. **Bhabdotheca spinosa**, Webb. Phyt. Canar. II, tab. 125 — Hook. Nigrit., 147. — *Sonchus spinosus*, DC. Prodr. VII, 189.
Las Palmas.

Primulaceae

41. **Anagallis arvensis**, L., β *coerulea*, Webb. Canar. III, 172 — *A. coerulea*, Sm. *Engl. Bot.*, tab. 1823.
Las Palmas. Comune.

Asclepiadeae

42. **Asclepias curassavica**, L. — DC. Prodr. VIII, 566. — Vellozo Flumin., III, tab. 64.
Dinde—Agosto 1886.
Proviene certamente dalle culture.

Convolvulaceae

43. **Ipomaea filicaulis**, Blum., *Bijdr. fl. ned. ind.*, 721 — DC. Prodr. IX, 353. — Hook. Nigrit., 466 — *Ipomaea angustifolia*, Jacq. Ic. rar., tab. 317.
Foliis basi hastato-dentatis, floribus luteis.
Capo Landana, Via del D. Lucan, Spiaggia pr. il mare. Marzo 1886.

44. **Ipomaea involucrata**, Palis., *Oware*, II, 52, tab. 89 optima. — DC. Prodr. IX, 365. — Hook. Nigrit., 466. — *Convolvulus involucratus*, Spr.
Sibange praterie presso Dinde, Marzo 87.
Specie caratteristica della flora africana, si estende fino alle Comores e Giava (De Cand. Geogr. bot., I, 408).

45. **Ipomaea palmata**, Forsk., *Descr.*, 43 — DC. Prodr. IX, 386 — Hook. Nigrit., 468. — *Batatas senegalensis*, Don.
Folior. lobis serrulatis, flore albo, nec purpureo ut in DC. descr.
Majumba praterie — Settembre 1886.

46. **Quamoclit vulgaris**, G. Don., *Chois. Convolv. or.*, 52 — DC. Prodr., IX, 336 — *Ipomaea Quamoclit*, L. — Roxb. Ind. II, 93.
Dinde 1887.

Solanaceae

47. **Physalis angulata**, L. — DC. Prodr. XIII, 1, 448 — Hook. Nigrit., 472. — Rheede Malab., X, t. 70, ic. mediocris.
Ex seminibus e Congo missis, anno 1886. — Hab.?

Bignoniaceae

48. **Kigelia africana**, Benth. — Hook., Nigrit., 463 — *Bignonia africana* Lamk. DC. Prodr., IX, 166.
Ho potuto determinare questa specie dal solo frutto, mancando i fiori.
Loc.?

Acanthaceae

49. **Elytraria marginata**, Beauv. Oware, I, tab. 93 — DC. Prodr., XI, 63. — Hook., Nigrit., 477.
Boto Town 1887. — Sibange — Libreville, Maggio 1887.
50. **Eranthemum hispidum**, N. E. in DC. Prodr., XI, 456. — Hook., Nigr., 484.
Dignoscitur calycis laciniis longissimis, lineari-subulatis, longe ciliatis, corolla tota alba!
Sibange?

Verbenaceae

51. **Clerodendron splendens**, G. Don.—DC. Prodr., XI, 662.—Hook. Nigrit., 486.
Flores cinnabarini. Corolla lobis rotundatis, stamimum filamenta viridia, ut in icone Zenkeriana ex vivo depicta.
Sibange, Luglio 1887.

Labiatae

52. **Hyptis brevipes**, Poir., var. *lancaefolia*, Nob. — *H. lancaefolia*, Schum., pl. Guineens. in Acta Akad. Hafn. 1829, IV, 35.—De Cand. Prodr., XII, 107.
Ab. *H. brevipede* differt tantum caule pubescente, foliis oblongo lanceolatis, remote serratis, nec ovato-oblongis; bracteis capitulum subaequantibus vel brevioribus.
Vista, Febbraio 1887.
53. **Lavandula Bueckii**, Webb. Canar., III, 58. — *Lavandula pinnata*, Link., in Bueck. Phys. Beschr. Canar. Ins. 143 — Exicc. Bourgeau Pl. des Canaries n. 69. Herb. Guss.!
Las Palmas.
54. **Micromeria Hymoides**, Webb. Canar., III, 71, tab. 153 a. — *Satureja thymoides* R. Br.
Las Palmas.

Plantagineae

55. **Plantago Lagopus**, L., var. *lusitanica*, Webb. Canar., III, 185 — *Pl. Lagopodioides*, Schr. — *Pl. lusitanica*, W. DC. Prodr., XIII, I, 716.
Las Palmas, Marzo 88.

56. **Plant. Serraria**, L., sp. I, 166. — Webb. Canar., III, 184 — DC. Prodr., XIII, I, 731. — Exicc. Bourgeau Pl. Canar. n. 122. Herb. Guss.!
Las Palmas.

Amarantaceae

57. **Lestibudesia trigyna**, Moqu. in DC. Prodr., XIII, II, 240 — *Celosia trigyna* L. — Hook., Nigrit., 491.
Landana, Marzo 1886.

Laurineae

58. **Cinnamomum aromaticum**, C. G., Nees in Wall. Pl. Asiae rar. 2, p. 74 — *Cinn. Cassia*, Blume in DC. Prodr., XV, I, 12.
Sibange—Coltivato.
59. **Cinnam. Zeylanicum**, Breyn. in Eph. Nat. Curios. Dec. I, an. 4; 139 — DC., Prodr. XV, I, pag. 13.
Libreville, Missione Cattolica, Marzo 1886 — Coltivato.

Euphorbiaceae

60. **Euphorbia balsamifera**, H. Kew. — Webb. Canar., III, 254, tab. 209.
Folia brevissime mucronata, flores minuti; involucro cyathiformi, marginibus revolutis!
Las Palmas, Marzo 1888.
61. **Euph. hypericifolia**, L. Hook., Nigrit. 500 — Hook. Exot. Flora. I, tab. 36!
Differt a typo foliis acutiusculis, sed reliquis omnino similis. *Euph. thymifoliae* proximam, sed glabritiae et ramificatione diversam esse videtur.
Banana.
62. **Phyllanthus Niruri**, β *genuinus*, Mull., *Arg.*, p. 43 in DC. Prodr., XV, II, 406. *Nymphanthus Niruri*, Lour. Cochinch., 545.
Sibange. Ottobre 1887.
63. **Jatropha Curcas**, L. — DC. Prodr., XV, II, 1080 — Hook., Nigrit., 509.
Ex seminibus e Congo missis, ubi colitur passim.
64. **Manihot utilissima**, Pohl. — DC. Prodr. XV, II, 1064 — Hook. Nigrit., 509.
Landana, Marzo 1886 — In toto orbe vetere nunc spontanea et culta.
65. **Mercurialis annua**, L. — Webb. Canar., III, 235.
Las Palmas. Comune. Via per Telesco; Marzo 1887.

Urticaceae

66. **Artocarpus incisa**, Linn. fil., Suppl. 411 — DC. Prodr., XVIII, 284, nomen tantum, quia Artocarpearum monographia nondum absoluta in Prodromo.
Rheede Malab., I, tab. 32-34.
Sibange. Decembre 1887 — Coltivata.

67. **Artocarpus integrifolia?**
Sola folia extant in herbario!
Sibange.

Liliaceae

68. **Asphodelus fistulosus**, L. — Webb. Canar., III, 335 — Kunth Enum. IV, 557. — Jacq. Vindob. I, tab. 335 — Redouté *Liliacées*, III, t. 178!
Las Palmas, Marzo 1888.
69. **Methonica superba**, Lamk. — Kunth Enum. IV, 276 — Rheede Malab. VII, tab. 37 — *Gloriosa superba* L. — Hook., Nigrit., 539.
Landana. Via della Missione. Comune nelle foreste — Cibotte per Loango. Velenosa!

Commelinaceae

70. **Palisota ambigua**, C. B. Clarke in DC. Prodr., Suites, III, 133 — *Commelina ambigua*, Beauv. *Fl. Oware*, I, tab. 15. — Kunth Enum. IV, 60.
71. **Aneilema aequinoctiale**, Kunth. Enum. IV, 72 — Clarke in DC. Prodr., Suites III, 221 — *Commelina aequinoctiale* Beauv. Oware I, 65, tab. 38, bona.
Insona, Cacongo. Foresta vergine.

Palmae

72. **Trinax sp.?**
Sibange foresta, Decembre 1887.
73. **Calamus secundiflorus**, Beav., *Oware*, I, 13, tab. IX et X optimae — Kunth, Enum. III, 212 — Hook., Nigrit., 256 (nomen).
Sibange, Gennaio 1887.
74. **Elaeis guineensis**, L., Mant. 137 — Jacq., *Amer. pict.* 136, tab. 257 — Kunth, Enum. III, 279 — Hook., Nigr., 256 (nomen).
Sibange foresta, Decembre 1887.
Estesamente coltivata al Gabon ed in generale alla costa, per la estrazione dell'olio, che si esporta in grande quantità per la fabbricazione del sapone. È tenuta pure in conto di pianta alimentare.

Aroideae

75. **Culcasia scandens**, Beauv., *Oware* I, tab. 3 — Kunth Enum. III, 46 — Engler Araceae in DC. Prodr. (Suites) II, 102 — Hook. Nigr., 527.
Foresta di Sibange. Munda sugli alberi — Ottobre 1887.
76 **Caladium bicolor**, Vent. descr. Cels., tab. 30 — Engler, *l. c.*, 457 — *Arum bicolor*. Ait. Kew. III, 316 — Jacq. Schoenbr. II, tab. 186, ic. bona.
Libreville Missione. Spontanea.
77. **Pistia Stratiotes**, L. *Zeyl.*, n. 322 — Rumph. Amboin. VI, t. 74, fig. 2.

Rheede Malab. XI, tab. 22 — Kunth, Enum. III, 8 — Hook. Nigrit., 527 — Engler, *l. c.*, 634.
Scilvango o Cacongo alla superficie dell'acqua — Marzo 1886.

Cyperaceae

78. **Cyperus distans**, L., Suppl. — Beauv., Oware I, 37, tab. 20. — Kunth, Enum. I, 93 — Jacq. Ic. rar. II, tab. 299.
Foresta di Cuillù — Aprile 1886.
79. **Mariscus umbellatus**, Vahl. — Kunth. Enum. II, 118 — *Killingia umbellata*, Beauv. Oware I, 50, tab. 55 — Hook. Nigr., 552.
Cacongo — Cinfine — Marzo 1886.

Graminaceae

80. **Coix Lacryma**, L. sp. — Kunth, Enum. I, 20 — Webb. Canar. III, 378, tab. 242. — *Ova piscium* Rumph. Amboin. V, 191, tab. 75, fig. 2.
Cibotte.
81. **Paspalum longiflorum**, Retz. Obs. — *Paspalum distichum* Burm. Ind. — Kunth. Enum. I, 52 — Hook. Nigrit., 557.
Sibange Luglio 87.
82. **Panicum ovalifolium**, Poir. Enc. — Beauv. Oware II, tab. 110, fig. 1. — Kunth Enum. I, 113 — Hook. Nigrit. 261 — *Panicum guineense*, Desv.
Sibange foresta, Marzo 1887.
83. **Stipa tortilis**, Desf., Atl. 99, tab. 31. — Webb. Canar., III, 388 — Kunth., *l. c.*, 180.
Las Palmas.
84. **Dactyloctenium aegyptiacum**, W. Enum. 1029. — H. B. *Nova Gen.*, I, 170. — Kunth, *l. c.*, 260 — *Eleusine aegyptiaca*, Pers.
Cuillù, Aprile 1886.
85. **Cynodon Dactylon**, Pers. Syn., I, 86. — Kunth, *l. c.*, 259. — Hook. Nigr., 188 — *Paspalum Dactylon*, Lamk., ill., tab. 156.
Banana. Palude presso la fattoria.
86. **Dactylis repens**, Desf. Fl. Atl. I, 79, tab. 15. — *Poa litoralis* Gouan. — Kunth Enum. I, 334.
Loc.?
87. **Lamarckia aurea**, Moench., *Meth.* 201 — Kunth, *l. c.*, 389 — Webb. Canar., III, 406.
Las Palmas. Gran Canaria.

Filices

88. **Gleichenia dichotoma**, Hook. Syn. Filic. 15. — Kuhn, Fil. Afr., 167 — *Mertensia dichotoma*, W.
Dinde, foresta. « Scandente sugli alberi ».

Species admodum variabilis, quoad divisionem frondis et dispositionem pinnularum.

89. **Pteris cretica**, L., sp. 7807 — Kuhn Filices Afr. 79 — Hoook. Syn. Filic. 154.
Majumba presso Cibotte.
Specimina sterilia.

90. **Asplenium Adiantum-nigrum**, L., sp. 7846.—Kuhn, Fil. 95—Hook. Syn., 214.
Dinde foresta. Luglio 1886.

91. **Polypodium Lycopodioides**, L. — Hook. Syn. filic. 357 — Kuhn, Filic. 149 — Ettingsh. Beitr. 50, tab. 33, fig. 4 — tab. 35, fig. 1-2 — Plum. Amer. t. 119, bona.
Insona. Montagne—Presso la fattoria Olandese—Marzo 86.

92. **Polypod. Phymatodes**, L.—Kuhn, Filic., 151—Hook. Syn. Fil. 364—Burm. Zeyl. tab. 86 — Jacq. Collect. V, 132. — Ejusd. Ic. rarior. tab. 637.
Specimina Sterilia.
Dinde. Agosto 86. Nella foresta.

93. **Platycerium aethiopicum**, Hook. Syn., 425 — *Plat. Stemmaria*, Desv. — Kuhn, *Fil. Afr.*, 58. — *Acrosticum Stemmaria* Beauv., *Oware*, II, t. 2.
Sibange sulle Palme nei luoghi molto umidi.

94. **Lygodium scandens**, Sw. — Hook. Syn., 437 — Kuhn, Fil. Afr., 169 — Ettingsh. Beitr. II, 114, tab. XVII, fig. 7.—*Adiantum volubile minus* Rumph. Amboin. VI, tab. XXXII, fig. 2.
Vista, Febbraio 1886. — Cibotte, Aprile 1886.

Ophioglosseae

95. **Ophioglossum reticulatum**, L. — Hook. Syn. 446 — Kuhn, *l. c.*, 179—Plum. Fil. Amer. 164 bona.—*Oph. vulgatum, var. reticulatum.*—Metten. Mss. Webb. in Hook. Nigrit. 192.
Sibange. Decembre 1887.

Lycopodiaceae

96. **Lycopodium cernuum**, L., sp. 1566 — Kuhn, Fil. Afr. 183 — Rheede Malab. XII, tab. 39.
Munda. Foresta. Decembre 87 — Sibange, Libreville—Marzo 87.
Comune in tutta l'Africa equatoriale.

97. **Selaginella scandens**, Spring., *Monogr.* II, 192 — Kuhn, *l. c.*, 192.—*Stachygynandrium scandens*, Beauv., Oware I, tab. VII, optima.
Longe Bonde nella foresta; Aprile 1886.

Salviniaceae

98. **Salvinia nigropunctata**, A. Br., mss. — Kuhn, *l. c.*, 201.
Folia elliptica oblonga, supra viridia, papillis seriatis brevissimis, truncatis, nigris, notata; infra dense pilosa fuliginosa.
Fiume Cacongo presso Cinfine, Febbraio 1886.

99. **Azolla pinnata**, R. Br., *Filind. Voyage*, II, 611—Ejusd. Prodr., Ed. Nees 23—Kuhn Fil. Afr., 202. — *Azolla africana*, W.—*A. guineensis*, Schum.
Vista sulla superficie di acqua stagnante. Febbraio 86. — Palude presso la Casa Olandese.

Fungi

100. **Polystictus concinnus**, Fr., *Esp.*, p. 46 — Saccardo, Syll. Fung. VI, 210—*Microporus concinnus*, Beauv., *Oware*, I, tab. 43, fig. 1.
Dinde nelle foreste.

Di alcune eminenze alla faccia interna della retina del cane e del capretto; NOTA PRELIMINARE *del Socio Ordinario* **G. Albini**.

(Adunanza del dì 18 Giugno 1892)

Da qualche tempo mi occupo dell'esame microscopico delle retine d'animali, i cui occhi sono forniti di tappeto, per conoscere i rapporti di contiguità o continuità fra questo e gli strati esterni retinici, non che per vedere se la struttura istologica della retina (lo spessore cioè dei diversi strati di cui è formata, il numero, le dimensioni, i caratteri de' singoli elementi) nelle regioni corrispondenti al tappeto presentasse qualche differenza in confronto delle altre regioni.

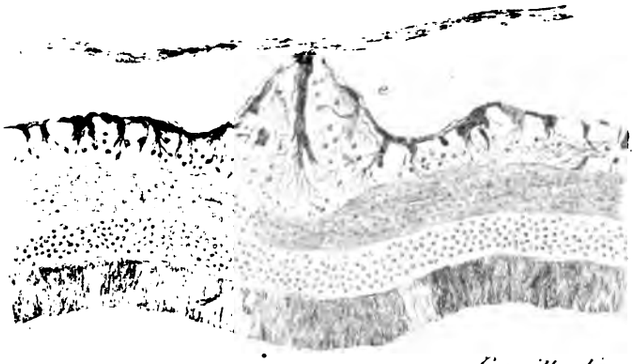
Nell'esaminare finissime sezioni di retine di cane e di capretto, mi venne fatto di osservare che la faccia interna della retina non è ovunque piana ma in certi punti presenta delle eminenze più o meno coniche, che ricordano le papille di altre membrane od i villi intestinali.

Sebbene mi proponga di meglio studiarle e farne oggetto d'un lavoro esteso quando avrò ultimate le ricerche sui rapporti fra retina e tappeto, pure non essendo a mia conoscenza che altri abbia chiamata l'attenzione degli anatomi ed istologi su queste eminenze e considerando che per quattro lunghi mesi non avremo più occasione di riunirci in seduta scientifica, ho pensato di portare oggi all'Accademia alcuni de' primi preparati microscopici e di presentarvi contemporaneamente questa breve nota preliminare.

I preparati si ottennero col metodo del fissamento ed indurimento d'occhi freschissimi di cane e di capretto nel liquido di Erlichi e nell'alcool; consecutivo lavamento (per alcuni coloramento in massa) ed inclusione in paraffina.

Le sezioni che vi presento sono tutte nella direzione de' meridiani e tali da comprendere sclera, coroidea e retina dell'emisfero posteriore del globo oculare all'altezza del nervo ottico.

Sotto al 1° microscopio si vede la sezione della retina d'un capretto che presenta un'eminenza conica (*e* Fig. 1ª, Kor. $^{6}/_{3}$) dal cui vertice si staccano come due fettucce



Gusmitta dis.

Fig. 1.

che ritengo essere sezioni della membrana jaloidea o del vitreo. In questo punto la retina presenta uno spessore maggiore di circa un terzo che ai due lati. Interessati nel formare l'eminenza sono: lo strato nucleare e molecolare interno e specialmente il ganglionare, per maggior numero e dimensione delle cellule ganglionari formanti il vertice dell'eminenza, la quale presenta nel suo asse un cordone probabilmente connettivale in rapporto colla jaloidea soprastante.

Praticando delle serie di sezioni in continuità, si vede che l'altezza di ciascuna eminenza man mano cresce per poi decrescere di nuovo; ciò parmi indizio sicuro che si tratti di papille. In quanto poi al cordone che si trova lungo il loro asse, mi riserbo di praticare speciali ricerche per conoscerne la natura ed il suo significato, non avendo ancora dati sicuri per poterlo ritenere un residuo di vase nutritivo del vitreo obliterato, come, fin dal principio di queste indagini fui indotto a credere.

Anche la retina del cane presenta delle eminenze come si rileva dai preparati e dalle figure seconda (Kor. $^{4}/_{3}$), e terza (Kor. $^{6}/_{3}$).

Fig. 2 Gusmitta dis.

Fig. 3 Gusmitta dis.

Per altro qui non si tratta, come nell'osservazione precedente, di un ispessimento degli strati costitutivi della retina, ma di pliche regolari cui partecipano tutti gli strati di questa, in maniera che l'asse di ciascuna è formato da una doppia serie di bacilli e di coni che si guardano con la base, talora a mutuo contatto, talora lasciando uno spazio, come una fenditura. Queste eminenze sono di varia grandezza, sicchè accanto ad alcune appena accennate ve ne ha altre completamente sviluppate; si trovano a preferenza verso la periferia della retina, ad una certa distanza dall'ingresso del nervo ottico.

Come si vede ne' preparati e nelle figure tali papille poggiano immediatamente sulla coroidea, senza che nulla ci sia che faccia sospettare si tratti di pliche o rughe della retina scollata dalla coroidea o *post-mortem* o per la preparazione.

Osservando anche in queste retine diverse sezioni in serie si vedono mutare a poco a poco di dimensione; è evidente pertanto che si tratta di vere papille non già di pliche; in tale convinzione mi conferma l'aspetto delle stesse eminenze in sezioni finissime eseguite dopo d'aver girato il pezzo incluso di 90 gradi, onde ottenere preparati dello stesso punto delle retine in un piano normale al primo.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

MAGGIO 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	43.3	**42.8**	43.5	43.20	14.0	14.5	11.0	10.3	16.1	12.85	8.0	8.8	8.2	8.33	67	72	83	74.0	10	9	0	S	SW	SW	1	1	1	1.2	2.5
2	44.0	44.6	45.7	44.77	13.0	14.0	9.6	**7.9**	14.6	11.28	7.0	**6.4**	6.7	6.70	63	54	75	64.0	4	10	1	WSW	SW	W	7	9	0	2.2	1.4
3	44.3	44.5	46.5	45.10	13.0	18.1	12.8	9.0	18.1	13.22	6.9	7.9	8.3	7.70	62	52	76	63.3	0	0	0	N	WNW	SW	6	5	0	—	1.2
4	47.1	46.4	46.7	46.73	15.5	18.0	12.8	10.4	18.6	14.33	9.9	8.7	8.1	8.90	76	57	74	69.0	2	0	0	SSW	SW	SW	1	1	0	—	2.0
5	45.9	45.3	46.1	45.77	15.8	16.7	14.0	10.8	17.6	14.55	9.3	10.3	10.8	10.13	69	72	**92**	77.7	5	4	0	SSW	WSW	S	1	5	0	—	1.5
6	45.6	45.1	46.2	45.63	16.5	17.3	13.8	12.4	17.3	15.00	10.3	10.5	7.8	9.53	73	71	67	70.3	3	9	0	S	SW	W	1	2	0	0.9	0.5
7	45.1	45.8	47.6	46.17	17.2	16.3	14.0	11.8	18.0	15.25	10.4	9.0	7.6	9.00	71	65	64	66.7	5	10	7	SSE	SW	W	0	6	3	—	1.2
8	47.2	45.4	47.1	46.90	11.3	15.4	10.3	9.8	16.0	11.85	8.9	8.9	7.5	8.43	89	68	79	78.7	10	10	7	WSW	SW	NW	0	0	1	7.1	2.4
9	46.9	46.1	46.2	46.40	13.8	13.9	12.8	10.0	16.6	13.30	8.9	9.4	9.6	9.30	76	80	88	81.3	4	10	10	N	S	E	0	1	0	1.5	1.2
10	46.0	46.0	46.7	46.23	15.5	16.2	14.5	11.0	18.1	14.78	9.4	9.1	10.2	9.57	71	66	84	73.7	8	10	10	NW	S	SW	0	2	0	4.5	0.5
11	47.0	46.0	46.4	46.47	17.0	19.3	16.5	12.6	20.7	16.70	10.8	11.4	10.1	10.77	75	68	72	71.7	4	1	5	NNW	N	NNW	0	1	6	—	0.5
12	45.2	44.4	44.9	44.83	17.4	20.3	17.9	14.0	21.1	17.60	8.9	9.6	9.1	9.20	60	54	60	58 0	9	10	10	E	ENE	ENE	3	2	2	—	2.0
13	43.8	44.6	46.2	44.87	19.5	17.9	16.0	15.2	22.6	18.32	10.7	11.2	12.1	11.33	63	74	89	75.3	3	10	2	NE	NW	W	0	3	0	7.5	3.0
14	48.4	48.4	49.4	48.73	20.0	22.3	17.5	15.2	22.3	18.75	11.4	9.4	12.9	11.23	66	47	87	66.7	0	1	0	ENE	SW	ESE	0	8	0	—	2.0
15	48.9	46.8	46.7	47.47	20.0	23.0	17.4	15.0	23.2	18.90	12.6	12.2	12.7	12.50	72	58	86	72.0	0	1	7	ENE	W	S	0	3	0	1.0	2.0
16	45.2	44.4	44.9	44.83	19.7	23.2	19.5	15.3	23.4	19.48	9.6	**17.9**	11.0	12.83	56	52	65	57.7	4	3	1	N	SW	W	1	4	0	—	2.0
17	45.7	45.3	45.8	45.60	18.6	19.9	17.0	10.9	20.4	16.72	12.2	12.5	12.5	12.40	77	73	87	79.0	5	2	0	SSW	N	SW	0	1	0	—	1.5
18	45.5	45.5	48.7	46.57	19.0	19.4	14.5	13.4	19.6	16.63	9.7	10.3	7.3	9.10	59	61	59	59.7	5	9	0	W	SSW	NE	10	1	0	1.5	1.0
19	52.2	51.3	51.9	51.80	17.0	20.0	16.2	13.0	20.2	16.60	7.0	9.1	7.7	7.93	49	53	56	52.7	0	0	8	N	SW	SW	1	11	1	—	2.4
20	51.2	50.4	50.8	50.80	18.5	22.0	16.5	14.0	22.0	17.75	10.9	11.4	11.4	11.23	69	58	81	69.3	0	0	0	E	SW	SW	0	4	0	—	2.6
21	49.1	48.6	48.8	48.83	18.5	17.8	16.0	15.2	19.6	17.32	11.7	11.7	11.7	11.70	74	77	86	79.0	4	9	0	S	E	SW	0	1	0	—	2.5
22	49.3	49.6	51.0	49.97	18.8	20.9	17.0	14.0	21.6	17.85	10.8	10.8	12.5	11.37	67	59	87	71.0	0	0	0	E	SW	SW	0	1	1	—	1.8
23	52.4	51.5	52.9	52.27	19.8	23.5	17.2	15.0	24.0	19.00	13.8	9.7	13.1	12.20	80	45	90	71.7	2	4	0	SW	SW	SW	0	0	0	—	1.0
24	53.0	51.8	52.0	52.27	21.3	24.8	20 4	15.9	25.4	20.75	11.0	9.2	9.0	9.73	59	**40**	51	50.0	2	0	3	WSW	WSW	W	0	4	3	—	2.0
25	51.2	50.5	51.0	50.90	23.0	25.3	21.0	17.7	25.9	21.90	12.0	12.3	12.3	12.20	58	52	67	59.0	4	9	0	WSW	N	W	0	3	0	—	3.0
26	52.1	51.5	52.5	52.03	23.5	26.2	22.5	18.7	27.2	22.98	12.0	13.1	9.9	11.67	56	52	49	52.3	0	0	0	ENE	SW	W	0	3	0	—	3.0
27	52.8	52.5	52.8	52.70	24.5	27.4	22.2	19.6	27.9	23.55	10.5	11.7	11.9	11.37	47	43	60	50.0	0	0	0	E	W	NW	0	3	0	—	3.3
28	**53 7**	53.1	52.6	53.13	24.6	28.4	21.7	20.7	**29.6**	24.15	14.6	11.6	12.8	13.00	63	**40**	66	56.3	0	0	0	S	W	W	0	4	0	—	3.0
29	53.5	52.6	53.1	53.07	24 8	27.3	21.9	19.1	27.6	23.35	14.8	11.3	12.5	12.87	64	42	64	56.7	0	0	0	SSW	NW	W	0	6	0	—	4.0
30	52.7	51.7	51.9	52.10	23.4	25.7	19.9	18.3	26.1	21.92	16.3	12.9	12.2	13.80	77	53	70	66.7	8	0	5	SSW	NW	NW	0	deb.	0	—	3.0
31	51.1	50.3	50.8	50.73	21.3	22.7	18.2	12.5	23.0	18.75	13.2	12.0	12.5	12.57	70	59	80	69.7	5	1	0	W	W NW	W	0	deb.	0	0.7	2.5
Medi mens.	48.37	47.86	48.63	48.29	18.57	20.57	16.54	13.83	21.43	17.59	10.76	10.65	10.39	10.60	67.0	58.6	74.0	66.6	3.4	4.3	2.4							somma 28.1	somma 62.5

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

GIUGNO 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Vento Direzione 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Velocità oraria in chilom. 9^h m.	3^h s.	9^h s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.5	50.5	50.9	50.63	20.5	22.5	19.5	16.3	23.2	19.87	10.5	12.1	13.3	11.97	58	60	80	66.0	4	3	0	W	WNW	W	0	deb.	0	—	2.5
2	51.6	51.3	52.8	51.90	22.5	23.8	20.0	16.9	24.6	21.00	14.2	12.4	12.9	13.17	70	57	74	67.0	3	0	0	S	WNW	W	0	deb.	0	—	2.0
3	51.8	51.0	51.3	51.37	23.2	26.0	21.0	17.9	27.0	22.28	15.8	14.4	15.1	15.10	75	58	82	71.7	2	0	0	WSW	WNW	WSW	0	deb.	0	—	2.0
4	51.9	50.9	50.7	51.17	21.6	24.9	20.0	19.3	26.1	21.75	15.9	14.1	13.5	14.50	83	60	78	73.7	10	0	0	SSW	SSW	WSW	0	deb.	0	—	2.2
5	49.6	48.3	47.3	48.40	23.0	23.0	20.6	18.8	25.1	21.87	15.8	15.0	15.0	15.27	76	72	83	77.0	0	7	1	SSW	SW	N	0	3	0	—	2.3
6	43.9	43.0	46 5	44.47	22.0	24.2	18.7	17.4	24.8	20.72	13.2	13.2	8.4	11.60	67	59	52	59.3	5	0	4	SW	NW	S	1	1	1	—	0.5
7	47.6	47.2	47.9	47.57	21.5	22.9	19.0	16.1	24.6	20.30	8.3	7.9	10.4	8.93	44	38	63	48.3	1	5	0	ENE	E	NW	2	0	1	—	3.5
8	47.4	47 0	47.5	47.30	22.0	22.8	17.4	16.4	23.2	19.75	9.3	10.6	9.4	9.77	47	52	64	54.3	3	3	5	WNW	SW	N	0	7	0	—	3.8
9	46.7	45.1	45.7	45.83	19.4	21.3	17.5	15.0	22.6	18.63	9.6	9.3	10.6	9.83	57	50	71	59.3	7	4	10	NE	S	NW	0	7	0	0.4	3.5
10	45.4	45.3	46.0	45.57	19.7	22.5	19.0	15.2	23.1	19.25	9.3	10.4	10.7	10.13	54	52	65	57.0	3	5	5	NNE	SSW	N	0	2	0	—	3.0
11	46.2	45.7	46.6	46.17	22.2	24.8	19.5	16.2	25.8	20.92	13.3	9.8	11.1	11.40	67	42	65	58.0	1	0	0	ENE	SW	W	0	10	0	—	2.2
12	47.2	46.7	48.0	47.30	22.4	25.8	20.9	17.8	26.6	21.93	15.3	12.8	13.4	13.83	76	52	74	67.3	0	0	0	WNW	WSW	W	0	4	0	—	3.0
13	49.1	48.8	48.0	48.63	22.8	24.7	21.7	19.0	26.5	22.50	15.5	16.0	13.2	14.90	75	69	69	71.0	2	0	0	WSW	SW	WSW	2	0	0	—	2.2
14	48.5	47.6	47.4	47.83	24.2	27.6	22.5	18.8	28.0	23.38	11.1	12.7	10.6	11.47	50	46	52	49.3	3	0	0	NNW	SW	WSW	3	1	0	—	2.5
15	46.7	48.5	46.8	47.33	25.2	22.0	22.3	19.8	25.6	23.22	12.3	14.3	14.3	13.63	52	73	72	65.7	0	10	0	SSW	WSW	NW	0	2	0	0.2	3.0
16	47.1	48.0	49.6	48.23	23.0	23.8	20.2	18.7	24.6	21.63	15.5	15.2	14.0	14.90	74	70	80	74.7	0	4	0	SSW	W	W	3	2	0	—	2.8
17	50.0	49.9	50.4	50.10	22.7	22.6	20.6	19.5	24.6	21.85	14.1	14.5	12.1	13.57	69	71	67	69.0	0	10	0	S	SW	W	0	3	0	—	2.5
18	50.8	50.0	49.2	50.00	21.2	23.5	19.5	17.8	23.7	20.55	12.3	13.4	14.1	13.27	66	62	84	70.7	0	4	0	W	SW	W	2	4	0	—	2.0
19	47.5	46.7	48.1	47.43	18.5	20.0	19.6	17.8	21.1	19.25	14.4	14.0	13.1	13.83	91	80	78	83.0	10	9	7	WSW	SSW	W	2	3	2	5.4	2.2
20	48.2	48.4	48.9	48.50	21.6	23.4	19.5	16.9	23.5	20.37	14.6	11.7	12.6	12.97	76	55	75	68.7	5	2	0	SSW	W	W	2	12	0	—	1.2
21	50.5	50.6	51.8	50.97	22.2	24.8	20.5	17.3	25.3	21.32	14.9	12.0	12.6	13.17	75	52	70	65.3	0	0	0	SW	W	W	1	11	0	—	2.0
22	52.2	51.5	51.4	51.70	23.0	25.0	20.6	17.8	25.8	21.80	13.5	17.5	12.2	14.40	65	74	68	69.0	2	0	0	SSW	WSW	NW	1	4	2	—	2.5
23	51.0	50.4	50 6	50.67	23.8	25.7	21.5	18.6	27.2	22.78	14.1	15.8	11.7	13.87	64	65	62	63.7	1	0	0	SSW	S	W	1	2	1	—	2.2
24	50.4	50.4	50.4	50.40	25.0	26.5	23.1	19.4	27.7	23.80	13.8	14.6	15.8	14.73	59	57	76	64.0	1	0	0	SSW	WSW	S	0	6	0	—	2.0
25	50.5	50.3	50.3	50.37	24.8	26.0	22.9	19.6	26.6	23.47	15.6	17.0	16.5	16.37	68	68	78	71.7	0	0	0	S	W	W	0	6	2	—	2.0
26	48.9	47.4	47.9	48.07	23.2	25.0	19.2	19.0	26.2	21.90	16.6	13.2	15.1	14.97	79	56	91	75.3	8	3	1	SSW	W	WNW	0	7	5	—	2.0
27	48.7	48.7	49.7	49.03	24.0	26.3	22.3	19.0	27.3	23.15	12.2	10.3	10.7	11.07	55	41	54	50.0	1	5	0	E	NE	NE	3	3	0	—	2.8
28	50.7	50.8	51.2	50.90	24.7	26.9	24.0	19.3	28.0	24.00	12.0	12.7	10.0	11.57	52	48	45	48.3	0	4	0	NE	WNW	N	2	5	1	—	4.5
29	51.5	50.8	50.8	51.03	25.6	28.3	24.2	21.0	29.2	25.00	12.2	11.0	11.4	11.53	46	39	51	45.3	0	0	0	N	WSW	SW	0	14	0	—	5.0
30	50.6	49.7	49.6	49.97	24.5	26.3	23.9	21.0	27.6	24.25	17.6	15.9	14.2	15.90	77	63	64	68.0	4	0	0	SSW	SW	SW	1	2	1	—	4.0
Medi mens.	49.10	48.68	49.10	48.96	22.67	24.43	20.71	18.12	25.51	21.75	13.43	13.13	12.60	13.05	65.6	58.0	69.6	64.4	2.5	2.6	1.1							somma 6.0	somma 77.9

Libri venuti in dono all'Accademia nel mese di giugno 1892.

(L'elenco dei periodici si pubblicherà in fine di anno)

VILLARI Prof. EMILIO:

1. Osservazioni intorno ad alcuni fenomeni di fosforescenza e fluorescenza — Note — Bologna 1890.
2. Intorno ad alcune esperienze di acustica. — Nota — Bologna 1891.
3. Intorno all'Azione del magnetismo ordinario sul trasversale, studiata nel ferro e nell'acciaio — Nota — Bologna 1892.

BASSANI Prof. FRANCESCO — Avanzi di vertebrati inferiori sul calcare marnoso triasico di Dogna in Friuli — Nota (Estr. del Vol. I, Ser. V, 1 sem. Rend. della R. Accad. dei Lincei).

LORIA GINO — Nicola Fergola e la scuola dei matematici che lo ebbe a duce. — Genova 1892.

SPEZIE GIORGIO — Sull'origine del solfo nei giacimenti solfiferi della Sicilia. Torino 1892.

DE MENDIZÀBAL-TAMBORREL J. — Tables des Logarithmes a huit décimales des nombres de 1 à 125,000. — Paris, 1891.

DE BLASIO ABELE — Sopra un cranio metopico di epoca preistorica — Nota antropologica (Estr. dal Boll. della Soc. dei Nat. di Nap. Ser. I, vol. VI).

MANTOVANI PIO — Le Dischohelix plioceniche e descrizione d'una specie nuova — Livorno 1892.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 18 *Giugno* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Costa, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto (Segretario), Scacchi, Trinchese, Villari ed il socio corrispondente Comes.

Il Segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che è approvato, e presenta l'elenco dei libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia.

Su proposta del Presidente, l'Accademia delega il socio Comes a rappresentarla al Congresso Botanico Internazionale che si terrà in Genova nel prossimo Settembre.

Il socio Comes, a nome anche dei colleghi Nicolucci e Costa, legge il rapporto sulla nota presentata dal Prof. Balsamo nella precedente tornata, avente per titolo: *Contribuzione alla Flora Africana*, proponendone la inserzione nel Rendiconto. Le conclusioni del rapporto sono approvate alla unanimità, meno uno.

Il socio Albini legge una nota preliminare su *Alcune eminenze alla faccia interna della retina del cane e del capretto.*

Il socio Fergola presenta le tavole delle osservazioni meteoriche fatte durante il mese di Maggio nell'Osservatorio di Capodimonte.

Quindi l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 *Novembre* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Capelli, Costa, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto (Segretario) e Villari.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che è approvato, e presenta i libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia.

Il Presidente offre in omaggio una sua memoria, inserita negli Atti della Società dei XL, dal titolo: *La dottrina positiva dell'elettricità atmosferica confermata da nuove osservazioni ed esperimenti.*

Il socio Bassani offre le seguenti tre memorie da lui ultimamente pubblicate:

1. *Marmi e calcare litografico di Pietraroia*, inserita negli Atti del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli.

2. *Gli ittioliti delle marne di Salcedo e di Novale nel Vicentino*, memoria inserita negli Atti del R. Istituto Veneto.

3. *Sui fossili e sulla età degli schisti bituminosi di Monte Pettine*, memoria inserita nel tomo IX degli Atti della Società dei XL.

Lo stesso socio Bassani presenta da parte del Prof. Capellini un volume dal titolo: *Gerolamo Guidani di Vernazza e le sue scoperte geologiche in Liguria ed in Toscana*, 1892.

L'Accademia ringrazia degl'importanti doni il Presidente ed i socii Bassani e Capellini.

Il Segretario presenta insieme con due casse di preparati, una memoria inviata in risposta al concorso bandito dall'Accademia *su gli Anellidi tubicoli.* — Il motto ripetuto sulla memoria e sulla cassa è: *Quod potui feci.*

Il Presidente dispone che le predette casse si portino nel Museo Zoologico, e che la memoria sia consegnata al socio Costa, il quale è, fra i presenti, il più anziano della Classe.

Il Segretario legge un invito per una medaglia di oro che un Comitato di Matematici vuole offrire ad Hermite nell'occasione che questo grande matematico francese compirà il 70° anno di sua vita. L'Accademia delibera d'inviare al Comitato lire 50 per la medaglia e d'inviare un indirizzo di augurii e di congratulazioni al suo socio corrispondente Hermite.

Il socio Fergola ricorda che sono trascorsi i sei mesi, voluti dallo Statuto, per sostituire i defunti colleghi Padelletti e de Gasparis. Il Presidente osserva che spetta al più anziano della Classe il convocarla per presentare le proposte all'Accademia.

Il socio Costa legge per essere inserita nel Rendiconto una sua nota: *Sugli effetti del veleno dello Scorpione tunisino sull'uomo.*

Il socio Segretario Pinto legge poche parole per commemorare il socio corrispondente Prof. Betti, morto il dì 11 Agosto p. p.

Quindi l'Accademia si riunisce in seduta privata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 *Novembre* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Battaglini, Capelli, Costa, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Pinto (Segretario), Scacchi, Trinchese e Villari, nonchè il socio corrispondente Comes.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che è approvato, e presenta i libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia.

Il socio Battaglini presenta una nota del Sig. Enrico Ascione, intitolata: *Alcune considerazioni sul pentaedro completo*, ed il Presidente incarica di riferirne lo stesso Battaglini ed i socii Capelli e Pinto.

Il socio Fergola presenta, per essere inserite nel Rendiconto, le Osservazioni fatte dal Dottor Contarino all'Osservatorio di Capodimonte la sera del 18 Novembre corrente sulla Cometa di Holmes.

Processo verbale dell'adunanza del dì 26 Novembre 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente dà principio all'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Battaglini, Capelli, Costa, De Martini, Fergola, Oglialoro, Palmieri, Pinto (Segretario), Trinchese e Villari ed il socio corrispondente Grassi.

Approvato il verbale, il Segretario presenta i libri venuti in dono ed in cambio all'Accademia. Legge una lettera del Segretario della Società Imperiale de' Naturalisti di Mosca, il quale prega che gli sieno spediti i volumi 3°, 4° e 5° degli Atti, non avendoli ritrovati nel riordinare quella Biblioteca, e l'Accademia consente l'invio.

Il socio Trinchese presenta una Nota del Dott. Francesco Saverio Monticelli *sulla cosidetta subcuticola dei Cestodi*, ed il Presidente incarica di riferirne lo stesso socio Trinchese ed i colleghi Costa e Paladino.

Il socio Albini presenta una seconda nota del signor A. Montuori *sulla influenza della ablazione della milza sul potere microbicida del sangue*, ed il Presidente incarica della relazione i signori Albini, De Martino e Paladino.

Il socio Battaglini, a nome anche dei socii Capelli e Pinto, legge il rapporto sulla nota del signor Enrico Ascione, concludendo che la si inserisca nei Rendiconti. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

A norma poi dell'art. 6° dello Statuto, l'Accademia procede alla elezione del Vice-Presidente da scegliersi fra i socii della classe di Scienze Naturali e rimane eletto il socio Salvatore Trinchese.

Processo verbale dell'adunanza del dì 3 Dicembre 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Capelli, Costa, de Martini, Fergola, Nicolucci, Palmieri, Pinto (Segretario), Scacchi, Trinchese e Villari, ed il socio corrispondente Paladino.

Il Segretario legge una lettera del Signor Kantor, il quale chiede di stampare altri 3 o 4 fogli in appendice alla memoria che l'Accademia gli pubblicò, dopo avergli concesso il premio. L'Accademia delibera che non si accettino altri manoscritti del Kantor, ritenendoli estranei e non facienti parte essenziale della memoria che fu presentata pel concorso, fu completamente stampata ed inserita nel Volume IV degli Atti.

In risposta ad un invito del Corpo Accademico della R. Università di Padova, di partecipare alle feste che si terranno in quella Città in onore di Galilei, l'Accademia delibera di farsi rappresentare dall'astronomo Prof. Giuseppe Lorenzoni.

Il socio Trinchese, a nome anche dei socii Costa e Paladino, legge il rapporto sulla nota del Dottor Monticelli presentata nella precedente adunanza, concludendo che la si stampi nel Rendiconto. — Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Il socio Paladino legge una sua nota intitolata: *Della continuazione del nevroglio nello scheletro mielinico delle fibre nervose e della costituzione pluricellulare del cilindrasse.* Tale nota è approvata a voti unanimi per essere inserita nel Rendiconto.

Si passa alla elezione di un socio ordinario residente nella Sezione di Scienze Matematiche. Letto il rapporto e procedutosi alla votazione, risulta eletto il Prof. Ernesto Cesàro.

Quindi l'Accademia si riunisce in seduta privata, per trattare di affari di Amministrazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 10 *Dicembre* 1892.
Presidenza del signor **L. Palmieri.**

Il Presidente apre l'adunanza alle ore undici del mattino.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani, Capelli, Costa, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Palmieri, Pinto (Segretario), Trinchese e Villari, ed i socii corrispondenti Comes e Paladino.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente che è approvato, e presenta i libri venuti in dono ed in cambio. Legge una lettera di S. E. il Ministro, il quale prega l'Accademia di concorrere alla fondazione della Biblioteca in Alessandria di Egitto, e l'Accademia delibera di mettere per ora a disposizione del Ministero tutti i volumi dei Rendiconti e degli Atti dal 1862 ad oggi. Delibera anche di inviare al Prof. Graf, Bibliotecario della Società delle Scienze Naturali di Berna, i fascicoli 7-12 del volume XXX dei Rendiconti, i quali fascicoli egli ha chiesto con sua lettera.

Il socio Villari propone che l'Accademia mandi una commissione a prendere notizie del collega Battaglini, la cui malattia pare sia aggravata; ed il Presidente ne incarica i socii Capelli, Fergola e Pinto.

Il socio Trinchese, a nome della Commissione esaminatrice, legge il rapporto sull'unica memoria inviata al concorso sugli *Anellidi tubicoli del Golfo di Napoli*, concludendo che la si stampi negli Atti e che si dia il premio di 1000 lire all'Autore.

Le conclusioni saranno votate nella prossima tornata per dare agio a tutti i socii di leggere la memoria e per esaminare i preparati.

Il socio Paladino, a nome anche dei colleghi Albini e De Martino, legge il rapporto sul lavoro del Sig.r Montuori, presentato nella penultima tornata, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. Le conclusioni sono approvate all'unanimità.

Il socio Capelli presenta una nota del Prof. Vincenzo Mollame, della R. Università di Catania, intitolata: *Sulle radici primitive dell'unità negativa.* Il Presidente incarica di riferirne i socii Capelli, Fergola e Pinto.

Il socio Bassani presenta una nota del Sig.r Giuseppe Di Lorenzo sul *Trias de' dintorni di Lagonegro in Basilicata.* Il Presidente prega i socii Bassani e Scacchi Eugenio di unirsi a lui per esaminare la predetta nota e riferirne.

Il socio Fergola presenta le tavole delle Osservazioni meteoriche del mese di Novembre fatte all'Osservatorio di Capodimonte per essere inserite nel Rendiconto.

Si procede quindi alla elezione di un socio ordinario residente nella Sezione di Scienze Matematiche, alla elezione di uno dei venti socii nazionali corrispondenti nella stessa Sezione ed alla elezione di un socio ordinario non residente nella Sezione di Scienze Fisiche.

Letti i rapporti delle rispettive sezioni e procedutosi alla votazione, risulta eletto il Prof. Arminio Nobile a socio ordinario residente, il Prof. Pasquale Del Pezzo a socio corrispondente ed il Prof. Torquato Taramelli, della R. Università di Pavia, a socio ordinario non residente.

Dopo di che il Presidente scioglie l'adunanza alle ore dodici e mezzo.

Per ENRICO BETTI — Poche parole lette dal Socio Ordinario **L. Pinto.**

(Adunanza del dì 12 Novembre 1892)

Signori,

Il lungo periodo delle ferie mi ha impedito di parlarvi prima d'ora di un altro glorioso Accademico, estintosi il dì 11 Agosto p. p., e di rendere alla venerata memoria di lui l'umile omaggio di un discepolo più che quello di un collega.

Dopo il Sannia ed il Padelletti ed il De Gasparis ed il De Paolis, è morto in questo anno, nefasto per i Matematici, anche il Betti, l'anima dell'Ateneo Pisano, il maestro del maggior numero di coloro che insegnano Matematica nei varii Istituti ed Università d'Italia.

Enrico Betti nacque a Pistoia il 21 Ottobre 1829: nel 1846 conseguì la laurea in matematiche pure ed applicate: nel 1848 fece parte di quel glorioso battaglione Universitario toscano che tanto eroicamente combattè il 29 Maggio contro gli Austriaci nei campi di Curtatone e Montanara.

Nel 1849 fu nominato Professore nel Liceo di Pistoia, donde nel 1854 passò a quello di Firenze: e nel 1857 conseguì la cattedra nella Università di Pisa. Quivi nel 1865 succedette a Pasquale Villari nella Direzione di quella R. Scuola Normale Superiore, la quale deve esclusivamente a lui, il Betti, se non fu coinvolta nella generale distruzione che si volle fare di quanto gli Antichi Stati d'Italia aveano di buono.

L'efficacia dell'opera spesa dal Betti come maestro ed educatore è provata dal gran numero e dal valore dei suoi discepoli.

Quella del suo ingegno, che traspariva dagli scintillanti occhi, è impressa in tanti Atti Accademici, ove sono inserite le varie e numerose sue memorie scientifiche.

Di coteste memorie le prime, fatte dal 1850 al 1860, riguardano esclusivamente ricerche algebriche: le seconde vertono sulla teoria delle funzioni e specialmente su le funzioni ellittiche e le funzioni algebriche di una variabile complessa.

Le ultime e le più importanti, elaborate dal 1863 agli ultimi giorni di sua vita,

vertono sui varii rami e sulle varie teorie di Fisica Matematica e di Meccanica, quali la teoria del potenziale con le tante applicazioni all'elettricità ed al magnetismo, la teoria della propagazione del calore, quella della capillarità, la idrodinamica e la elasticità, in ognuna delle quali ha lasciato orme incancellabili a segno che, già lui vivo, a titolo di gloria e di riconoscenza dal nome di lui si intitolano varii teoremi e metodi di integrazione.

Fra le tante Accademie che si onorarono di annoverare il Betti fra i loro socii, fu questa nostra che lo nominò corrispondente nazionale sin dal 12 Gennaio 1869.

Alla memoria di lui rendiamo adunque il nostro omaggio, riconoscenti di quanto egli fece per la patria, per l'insegnamento e per la scienza.

Sugli effetti del veleno dello Scorpione Tunisino (Buthus tunetanus) nell'uomo; NOTA *del Socio Ordinario* **A. Costa**.

(Adunanza del dì 12 Novembre 1892)

In altra occasione comunicai a questa Accademia i fenomeni patologici avvertiti in me stesso in seguito a morsicatura di Vipera [1]). Oggi è il turno di parlarvi del veleno di Scorpioni di Africa; poichè per quelli di Europa già da molti anni ho dichiarato nelle mie lezioni di Zoologia, dalla prima edizione fino alla settima recentissima, averli sperimentati del tutto inoffensivi.

Moltissime osservazioni sono state fatte e molte descrizioni registrate, e da naturalisti e da medici, relative agli effetti del veleno delle varie specie degli Scorpioni nell'uomo, soprattutto degli Scorpioni di Africa. Basta leggere i Trattati di Zoologia Medica del Gervais e Van Beneden e il più recente di R. Blanchard per trovarne in copia. Io stesso nelle citate Lezioni di Zoologia ne ho riassunto i fatti principali. Non starò quindi a ripetere cose già conosciute. Oggetto della presente nota l'è quello di esporre taluni fenomeni in me stesso osservati, i quali escono dalle categorie di quelli generalmente descritti.

Nel viaggio fatto recentemente ne' mesi di agosto e settembre per l'Algeria, la Tunisia, Tripoli ecc., sebbene non avessi avuto a scopo il fare ricerche zoologiche, pure quando mi si è presentata l'oppurtunità non ho trascurato di approfittarne, e soprattutto in quella località tanto interessante pel naturalista qual'è Biskra. E tra gli oggetti che molto mi hanno interessato sono stati gli Scorpioni, sia per averne tutte le svariate specie, sia per vederne i rapporti con quelli raccolti in Egitto.

Comprendesi agevolmente qual precauzione venisse da me usata perchè nel prendere siffatte bestioline non ne restassi offeso: lo che era ben facile, adoperando, per acchiapparle, la pinza, con la quale ancora le gittavo nel boccaccio con alcool. Non accadde però così una delle volte. Il giorno 31 agosto curiosava gli avanzi di una antica

[1]) *Sugli effetti del veleno della Vipera nell'uomo.* Rendic. dell'Acc. Sc. Fis. Mat., 1882.

Moschea presso Tlemsen. E poichè tutta l'area compresa entro le superstiti mura di cinta, è arida e sparsa di sassi e sassolini, li andava tutti svoltando, poichè non vi mancavano Coleotteri melasomi, Crostacei terrestri, Miriapodi, ecc. Un giovine Negro che mi serviva da guida ed interprete, vispo ed intelligente, vedendo ciò ch'io facevo, e compreso quel ch'io cercavo e raccoglievo, si diede a fare egli pure lo stesso. Ad un tratto mi chiama con premura: accorro. Avendo svoltato un grosso macigno avea visto agitarsi un animale. Era sull'imbrunire, il corpo del Negro projettava maggiore ombra; vidi un animaletto di forma quasi cilindracea contorcersi; mi destò l'idea di un Miriapode; e per non lasciargli tempo di ritirarsi entro la sua galleria sotterranea, senza riflettere oltre, lo presi con le dita della destra mano. Ma non appena l'ebbi fra le dita, prima ancora che mi accorgessi di qual sorta di bestie si trattasse, avvertii forte puntura nel polpastrello del pollice. Compresi trattarsi di uno Scorpione, di cui la coda contorcentesi aveami destata la idea di un Miriapode. Non per ciò volli abbandonarlo; anzi, onde liberarmi la mano destra per prendere il boccaccio, lo passai alla sinistra. E qui una seconda puntura anche al polpastrello del pollice. Seguendo la mia abitudine, nulla praticai. Non parlerò di questa seconda puntura; dappoichè, giusta la norma generale, non ebbe alcuna notevole conseguenza: dirò solo della prima. I fenomeni locali che si manifestarono immediatamente furono i consueti: gonfiore, rossore, dolore, prurito caratteristico. Intorno la puntura nessuna traccia di areola rossa. Il gonfiore si estese fino all'articolazione dell'ultima con la penultima falange; nè procedette oltre. Decorsi appena una quindicina di minuti cominciai ad avvertire come una striscia infocata, ampia intorno a quattro millimetri, che dalla base dell'unghia del pollice estendevasi lungo il dorso di esso fino al lato interno del carpo. Più tardi le labbra mi sembravano, senza che lo fossero in realtà, più turgide, e vi avvertivo un interno formicolio tutto speciale. In tale stato rientrai in città. Sebbene riconoscessi nulla di grave esservi ne' fenomeni fino allora manifestatisi, nulla di meno, ricordando le descrizioni lette degli effetti del veleno degli Scorpioni africani, una certa preoccupazione non mancava. Epperò, sebbene fosse l'ora del pranzo e lo stomaco si trovasse in ottime condizioni, pure credetti prudente attendere. Ma infine dopo qualche ora le cose rimanendo allo *statu quo*, pranzai di ottimo appetito, trovandomi, fuori i fenomeni locali, in condizioni del tutto fisiologiche. Nelle ore della sera però altro fenomeno si manifestò, non grave, ma strano, e che nessun rapporto aveva con gli altri fatti già esistenti. La superficie cutanea parea, ora in un sito ora in altro, in contatto con un corpo freddo. Stando in piedi pareami che le piante poggiassero sopra lastre di ghiaccio; se sedevo, sembrava che le mutande su cui poggiavan le cosce fossero state bagnate in acqua fredda; sul viso avvertivo quella sensazione che si ha lorchè si cammina sotto la caduta di neve acicolare. E questa sensazione era come le altre tanto precisa e naturale, che stando in strada, sebbene sapessi che il cielo era sereno, pure automaticamente alzavo lo sguardo per vedere se per avventura non cadesse realmente una brina ghiacciata che si poggiasse sul viso.

La notte dormii sonno tranquillo. La mane i fenomeni locali erano alquanto diminuiti d'intensità e la sensazione di corpi freddi alla superficie della cute si affacciava ad intervalli più lunghi. Partii per Orano. Un fatto imprevisto m'impedì il seguire fino all'ultimo il corso de' fenomeni patologici, dandomi invece la opportunità di fare un'altra osservazione ancora più interessante e nuova.

Nel treno ferroviario che da Algeri conduce ad Orano, la Società Paris-Lyon-Médi-

terranée che n'è la esercente, con saggio provvedimento, che dovrebbe essere imitato, tiene una vasta carrozza destinata esclusivamente a Sala di Ristoratore per comodo dei viaggiarori; sicchè alle undici passai dalla mia a quella carrozza per la colazione. Mentre era lì vedo una Scolia [1]) svolazzare contro una lastra. Non potetti trattenermi dal prenderla presto con la mano, non avendo retina. E poichè la Scolia era femmina, non mancò di compiere il suo ufficio, immergendomi l'aculeo nel polpastrello del pollice destro, proprio in vicinanza del punto in cui era penetrato l'aculeo dello Scorpione. Mi aspettava naturalmente veder di nuovo esacerbati i fenomeni morbosi, perdendo l'alleviamento fino allora ottenuto; conoscendo, anche per propria esperienza, quanto potente sia il veleno delle Scolie. Invece le cose non andetter così. Mentre nella mia mente facevo quel ragionamento, ogni fenomeno morboso era per incantesimo scomparso. I muscoli del polpastrello aveano riacquistata la loro morbidezza, come nello stato normale; non più rossore, non dolore, non prurito. E mentre nel pollice sinistro, ove era avvenuta la seconda puntura, sebbene non vi fossero stati fenomeni importanti, pure avvertivo tuttavia la sensazione della puntura, nel destro dopo la puntura della Scolia neppure tale sensazione avanzava.

Quale deduzione si può trarre da questo fatto? Indubitatamente il secondo veleno è stato un antitodo che ha neutralizzato il primo. Ma siffatta virtù è speciale del veleno delle sole Scolie, ovvero è di tutti gl'Imenotteri aculeati? Si deve spiegare con la massima di Hanemann del *contraria contrariis?* Avverrebbe lo stesso contro il veleno de' Serpenti, i cui effetti offrono molta analogia con quelli del veleno degli Scorpioni? Sono tutti quesiti che per essere risoluti avrebbero bisogno di esperimenti molteplici e fatti sull'uomo stesso, poichè se fatti sopra animali, non potrebbero ricavarsene conclusioni certe. Ad ogni modo rimane per ora questo primo fatto ben assodato, che il veleno delle Scolie neutralizza istantaneamente quello degli Scorpioni.

Rapporto *intorno alla Nota del Signor* Enrico Ascione.

(Adunanza del dì 12 Novembre 1892)

Il Signor Ascione studiando la *configurazione del pentaedro completo*, per applicare i risultati al pentaedro di Sylvester relativo ad una superficie del 3° ordine, si è imbattuto in una Nota del Dottor Ciani [2]), in fine della quale ha avuto dei dubbi sugli ultimi risultati. Con questo lavoro egli mostra come tali dubbi sono giustificati e cerca toglierli completamente.

Essendo dato, nello spazio ordinario a tre dimensioni, un pentaedro, s'indichino con i numeri 1, 2, 3, 4, 5, le facce, con le combinazioni di questi numeri a due a due i dieci spigoli, ed a tre a tre i dieci vertici; si adottino le denominazioni conosciute, come vertice e spigolo corrispondenti, vertici corrispondenti, piani diagonali, rette diagonali di 1ª e di 2ª specie, punti diagonali di 1ª e di 2ª specie, assi biarmonici e triarmonici, centri tetrarmonici ed esarmonici ecc.

Il centro armonico corrispondente alla faccia 5, cioè il polo di 5 relativamente al tetraedro 1234, insieme ai tre punti diagonali di 1ª specie appartenenti alla faccia 5 costituirà un tetraedro T, e se π_{123} è il piano armonico di 123, ovvero il piano po-

[1]) Era la *Sc. interstincta*, Kl.

[2]) *Rendiconti dell'Acc. dei Lincei*, 1° Marzo 1891.

lare di 1 2 3, rispetto alla coppia di piani 4, 5, si può considerare la polarità quaternaria Π, nella quale **T** è un dato tetraedro autoreciproco, ed 1 2 3, è il polo di π_{123}. Si ha che « Esiste una polarità quaternaria Π, rispetto alla quale ogni vertice ikl del « pentaedro ha per piano polare il suo piano armonico π_{ikl}. La polarità Π è priva di « punti uniti, e la sua quadrica fondamentale **Q** è immaginaria. Le 10 coppie di punti, « ognuna delle quali è la coppia di punti di uno spigolo, che con i tre vertici giacenti « in esso costituisce un sistema equianarmonico, appartengono alla quadrica **Q** ».

Da questa proprietà si deduce facilmente l'equazione della quadrica **Q**, sotto la forma $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2=0$, ove $x_5=x_1+x_2+x_3+x_4$, la quale mostra che **Q** è immaginaria, se il pentaedro è reale.

Da ciò si deduce che « Ognuna delle facce del tetraedro sega **Q** secondo la conica « dei 14 punti del quadrilatero di spigoli pentaedrali appartenenti alla faccia stessa ».

Con altre semplici considerazioni si viene a stabilire, che la quadrica **Q** si può chiamare ancora *la quadrica delle 15 coniche del pentaedro*; cinque di esse sono le coniche dei 14 punti dei quadrilateri pentaedrali situati nelle facce, e dieci altre sono situate nei 10 piani diagonali.

Nella Nota sono indicate diverse proprietà note relative agli assi biarmonici, triarmonici, in relazione ai punti esarmonici, ed ai piani armonici.

È importante far notare, che i 15 punti diagonali di 1ª specie non appartengono tutti (come si è veduto) ad una medesima quadrica; « Essi però si distribuiscono 12 « a 12 sopra 10 quadriche; ogni quadrica si riferisce ad un vertice ikl, e di tutti i « punti diagonali suddetti non contiene i tre che si trovano nel piano armonico π_{ikl} ».

Finalmente « Le 10 quadriche Q_{ikl} hanno a due a due un doppio contatto; e quelle « riferite ai vertici, appartenenti ad uno stesso piano diagonale determinano con i loro « punti di contatto 12 punti di una stessa conica, appartenente a quel piano diagonale ».

Per l'importanza dello studio della configurazione del pentaedro completo, e per il modo semplice col quale è stato svolto dal Signor Ascione, crediamo che la sua Nota meriti di essere inserita nel Rendiconto della nostra Accademia.

A. Capelli
L. Pinto
G. Battaglini, *relatore.*

Alcune considerazioni sul pentaedro completo; nota *del Signor* **Enrico Ascione.**

(Adunanza del dì 19 Novembre 1892)

Studiando la configurazione del pentaedro completo, per applicare i risultati al pentaedro di Silvester di una superficie del 3° ordine, mi sono imbattuto in una nota del dott. Ciani *), nella quale, in fine, ho avuto dei dubbi sugli ultimi risultati. Con la presente nota credo di mostrare come tali dubbi siano giustificati, e tento di toglierli completamente.

1. — Sia dato un pentaedro nello spazio ordinario a tre dimensioni. Indicheremo al solito con i numeri 1, 2, 3, 4 e 5 le facce e con le combinazioni di questi numeri a

*) *Rendiconti dell' Accademia dei Lincei,* 1° Marzo 1891.

due a due i 10 spigoli, e a tre a tre i 10 vertici. Finalmente adotteremo tutte le denominazioni conosciute, come vertice e spigolo corrispondenti, vertici corrispondenti, piani diagonali, rette diagonali di 1ª e di 2ª specie, assi biarmonici e triarmonici, centri tetrarmonici, ed esarmonici, ecc.

2.— Sia [5] il centro esarmonico corrispondente alla faccia 5, cioè il polo di 5 relativamente al tetraedro 1 2 3 4. Questo punto, insieme ai tre punti diagonali di 1ª specie appartenenti alla faccia 5, costituirà un tetraedro **T**; e, se π_{123} è il piano armonico di 1 2 3 (ovvero il piano polare di 1 2 3 rispetto alla coppia di piani 4, 5) consideriamo la polarità quaternaria Π nella quale **T** è un dato tetraedro autoreciproco ed 1 2 3 è il polo di π_{123}.

In Π il piano polare π_{125} del vertice 1 2 5, situato sulla faccia 5 passerà evidentemente per [5] e per la retta che unisce il vertice 3 4 5, corrispondente di 1 2 5 in 5, al punto diagonale di 1ª specie (1 3 5, 2 4 5) · (2 3 5, 1 4 5); e quindi passerà per lo spigolo 3 4 e sarà evidentemente il piano armonico di 1 2 5 rispetto a 3 e 4.

Analogamente per gli altri vertici appartenenti a 5.

Consideriamo poi uno dei rimanenti vertici, p. es. 1 2 4. Poichè in ciascuna delle facce 1 e 2 si hanno due quadrilateri armonici (o autoreciproci), essendo due coppie di vertici opposti di ciascuno di essi coppie di punti reciproci rispetto a Π, ne segue che il piano polare π_{124} di 1 2 4 passerà per 3 5. Inoltre esso dividerà poi armonicamente le facce 3 e 5, perchè, p. es., il reciproco di 1 2 4 sullo spigolo 1 2 è, in virtù di ciò che si è detto, il coniugato armonico di 1 2 4 ad 1 2 3 e 1 2 5.

Sicchè possiamo conchiudere che

Esiste una polarità quaternaria Π, *rispetto alla quale ogni vertice* ikl *del pentaedro ha per piano polare il suo piano armonico* π_{ikl}.

3. — Si noti fin da ora che, dall'esame delle polarità ternarie situate nelle facce di **T** (e basta per 2), si vede chiaramente che esse sono di 2ª specie; sicchè

La polarità Π *è priva di punti uniti, e la sua quadrica fondamentale* **Q** *è immaginaria.*

4. — Sopra uno spigolo *ik* qualunque del pentaedro si hanno tre vertici: se ad ogni vertice facciamo corrispondere il coniugato armonico di esso rispetto ai rimanenti due, si avranno, come si è visto, tre coppie della involuzione di punti reciproci rispetto a Π situata sullo spigolo *ik*. Dunque

Appartengono alla quadrica **Q** *le 10 coppie di punti, ognuna delle quali è la coppia di punti di uno spigolo che con i tre vertici giacenti in esso costituisce un sistema equianarmonico.*

5. — Questa proprietà può fornirci in modo abbastanza semplice la equazione di **Q**, che abbiamo del resto ben definita geometricamente mediante il suo sistema polare. A tal uopo scegliamo il tetraedro 1 2 3 4 come tetraedro fondamentale di un sistema di coordinate proiettive; e prendiamo per punto unità il punto [5]. In tale ipotesi il piano 5 avrà per equazione $\varpi_1+\varpi_2+\varpi_3+\varpi_4=0$, che indicheremo brevemente con $x_5=0$. Sullo spigolo *ik* del tetraedro fondamentale si ha la terna di punti $x_i x_k(x_i+x_k)=0$;

e i due punti che con essa costituiscono un sistema equianarmonico sono dati dall'annullarsi dell'hessiano, cioè da

$$x_i^2 + x_i x_k + x_k^2 = 0.$$

Per i e k diversi tra loro ed uguali ciascuno ad uno dei numeri 1, 2, 3, 4, si avranno 6 coppie di punti che appartengono alla quadrica Q, che ha per equazione

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = 0,$$

o, moltiplicandola per 2, si può metterla più concisamente sotto la forma

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 0;$$

il che mostra che Q è immaginaria, se il pentaedro è reale.

Combinando poi l'equazione di Q con quelle di uno dei 4 rimanenti spigoli del pentaedro, p. es., $x_1 = 0$, $x_2 + x_3 + x_4 = 0$, si ha, eliminando dal risultato la x_4, $x_2^2 + x_2 x_3 + x_3^2 = 0$; il che indica che i due punti comuni a quel lato ed a Q costituiscono con i tre vertici situati sul lato un sistema equianarmonico, come già si sapeva.

6. — Dal n.° precedente segue, che

Ognuna delle facce del pentaedro sega Q *secondo la conica dei 14 punti del quadrilatero di spigoli pentaedrali appartenente alla faccia stessa* *).

7. — Consideriamo ora il piano diagonale che passa per 123 e 45, che indicheremo per brevità con $\{123\}$. In esso la Π determina una polarità piana $\Pi_{\{123\}}$ rispetto alla quale 123 è il polo dello spigolo 45. Sia inoltre $\Omega_{\{123\}}$ l'omologia armonica di questo piano che ha per centro 123 ed asse 45.

In detto piano diagonale ci saranno, come è noto, sei punti diagonali di 1ª specie, divisi in tre coppie, ognuna delle quali si corrisponde in $\Omega_{\{123\}}$, ed è una coppia di punti reciproci rispetto a $\Pi_{\{123\}}$. Inoltre il piano diagonale $\{123\}$ è segato dai sei altri piani diagonali corrispondenti ai vertici non situati in $\{123\}$, e le intersezioni sono rette diagonali di 2ª specie.

I sei punti diagonali di 1ª specie, e le sei rette diagonali di 2ª costituiscono, come pure è noto, una figura, che è nello stesso tempo un esagono Pascal, con la retta Pascal 45, ed un seilatero Brianchon col punto Brianchon 123. Sicchè i sei vertici appartengono ad una conica $\varpi'_{\{123\}}$ e i sei lati toccano un'altra conica $\varpi''_{\{123\}}$.

La $\varpi'_{\{123\}}$ determina una polarità $\Pi'_{\{123\}}$, nella quale è anche 123 il polo di 45 non solo, ma ancora la involuzione di rette reciproche intorno ad 123 (e quella di punti reciproci sopra 45) è la stessa di quella che si ottiene nella $\Pi_{\{123\}}$. Perchè, p. es., considerando le due diagonali di 2ª specie che passano in questo piano per 145, unendo i punti d'intersezione di queste con $\varpi'_{\{123\}}$ (che sono quattro dei punti diagonali suddetti)

*) Questo teorema fu enunciato dal chiarissimo Prof. Cremona nel 1864. Vedi *Giornale di Battaglini*, vol. II, pag. 62. Nel medesimo volume a pag. 186 vi è di esso una dimostrazione analitica del chiarissimo Prof. Battaglini; e vi si notano pure diverse conseguenze importanti.

negli altri due modi, si ha per polare del punto 145 la retta che passa per 123 e pel coniugato armonico di 145 rispetto a 245 e 345.

Da ciò si trae facilmente la relazione

$$\Omega_{\{123\}}\,\Pi'_{\{123\}} \equiv \Pi_{\{123\}},$$

e quindi $\Pi_{\{123\}}$ *e* $\Pi'_{\{123\}}$ *sono commutative, perchè il loro prodotto è l'omologia armonica* $\Omega_{\{123\}}$, *che ha il suo centro polo del suo asse in ognuna delle due polarità* *).

Ragionando analogamente per la $\Pi''_{\{123\}}$, determinata da $\varpi''_{\{123\}}$, si ha pure che in questa polarità la involuzione di rette reciproche intorno ad 123 (e di punti reciproci sopra 45) è la stessa di quella che si ha nella $\Pi_{\{123\}}$. E quindi si ha che, se per uno dei vertici 145, 245, 345 si considera una diagonale di 2ª specie che vi passa, il coniugato armonico di esso vertice rispetto ai 2 punti diagonali di 1ª specie ad essa appartenenti, è il punto di contatto di questa con $\varpi''_{\{123\}}$.

Ma non si ha però la relazione di commutività che si aveva per la $\Pi'_{\{123\}}$; perchè le coppie di diagonali di 2ª specie suddette non sono coppie di rette reciproche rispetto a $\Pi_{\{123\}}$.

8. — La quadrica Q può ancora chiamarsi *la quadrica delle 15 coniche del pentaedro*: cinque di esse sono le coniche dei 14 punti dei quadrilateri pentaedrali situati nelle facce, e dieci altre sono le coniche ϖ_{ikl} situate nei 10 piani diagonali, ottenuta ciascuna da una ϖ'_{ikl}, mediante una relazione di commutatività analoga a quella del n.° precedente.

9. — È quasi inutile notare che la dualità dà dei risultati analoghi a quelli già considerati, quando sia dato un pentagono gobbo completo, anzi che un pentaedro. Si avrà quindi una *quadrica dei 15 coni*, cioè tangente a 15 coni i cui vertici sono i 5 vertici del pentagono e i 10 punti diagonali, ecc. Ma non ci tratterremo però ulteriormente su tale argomento.

10. — Si è visto che *rispetto a* Q (*o a* Π) i piani polari dei vertici sono i piani armonici; e quindi *i poli delle 5 facce saranno i centri esarmonici.* Da ciò segue che

Gli assi triarmonici sono le 10 rette polari reciproche dei 10 spigoli del pentaedro rispetto a Q; *e gli assi biarmonici sono le 15 rette polari reciproche rispetto a* Q *delle 15 diagonali di 1ª specie.*

Di vero, i piani polari di tre vertici situati sopra un lato passano appunto per un asse triarmonico, e i piani polari di due vertici corrispondenti si segano in un asse biarmonico.

E poichè in ogni faccia vi sono 4 spigoli pentaedrali e per un vertice ne passano tre, ne segue che

*) Questa proprietà è la generalizzazione di quella conosciuta per la conica dei 14 punti di un quadrilatero piano completo (*Giorn. di Battaglini*, Vol. II, pag. 30): indicando con J_1 la involuzione che rappresenta due vertici opposti del quadrilatero, e con J' quella individuata dai punti d'incontro della diagonale che unisce questi vertici con le altre due, si ha $J_1 J' \equiv J$, essendo J la coppia di punti della conica appartenente a detta diagonale. Inoltre J e J' sono commutative e il loro prodotto è la J_1.

Gli assi triarmonici s' incontrano a quattro a quattro nei cinque punti esarmonici e giacciono a tre a tre nei piani armonici.

Mentre che, giacendo le diagonali di 1ª specie a tre a tre in una faccia e passando a tre a tre per un vertice, si ha che

Gli assi biarmonici s' incontrano a tre a tre nei punti esarmonici, e a tre a tre giacciono nei piani armonici.

11. — Analogamente si ha che

Rispetto a **Q** *i centri tetrarmonici sono i poli delle dieci facce del decaedro diagonale del pentaedro; e per un centro tetrarmonico passano un asse triarmonico, tre assi biarmonici e quattro piani armonici.*

12. — Senza andare innanzi ci è bastato far vedere che le corrispondenze suddette non si verificano rispetto ad una quadrica diversa dalla **Q**, ma vi è di più che *i 15 punti diagonali di 1ª specie non appartengono tutti ad una medesima quadrica.*

Di vero, considerando le tre diagonali di 2ª specie concorrenti in 123, e che sono le intersezioni dei tre piani diagonali {145}, {245}, {345}, si dimostri nel modo indicato nella nota sul pentaedro innanzi citata che i 12 punti diagonali di 1ª specie, oltre quei tre che stanno nel piano armonico π_{123} appartengono ad una quadrica, che indicheremo con Q_{123}.

I tre punti diagonali di 1ª specie rimanenti non appartengono però a questa *).

Di vero, si ha intanto che se uno **P** di essi giace sopra Q_{123}, vi apparterrebbero anche i rimanenti due, perchè conducendo un piano diagonale che passa per **P** e per un altro dei tre, in questo piano diagonale vi sarebbe una conica che avrebbe 5 punti diagonali comuni con Q_{123}, e quindi apparterrebbe ad essa. Inoltre, supponendo che tutti i punti diagonali di 1ª specie appartengono a Q_{123}, poichè le coppie di punti diagonali di 1ª specie, appartenenti alle tre diagonali di 2ª specie che passano per 123, non sono altro che le coppie di vertici dei due trilateri diagonali appartenenti alle facce 4 e 5 ed omologici col centro 123 di omologia, i coniugati armonici di 123 rispetto a queste coppie apparterranno al piano π_{123}. Sicchè tale piano sarà il piano polare di 123 rispetto a Q_{123}.

E poichè l'istesso ragionamento vale per un vertice qualunque, si avrà che rispetto a Q_{123} i piani polari dei 10 vertici saranno i piani armonici corrispondenti: il che è assurdo perchè tali corrispondenze determinano la polarità Π, la cui quadrica fondamentale **Q** è *immaginaria.*

Dunque *i 15 punti diagonali di 1ª specie del pentaedro si distribuiscono a 12 a 12 sopra 10 quadriche. Ogni quadrica* Q_{ikl} *può riferirsi al vertice* ikl, *e di tutti i punti diagonali suddetti non conterrà i 3 che si trovano nel piano armonico* π_{ikl}.

Ed è chiaro in fine, dietro ciò che si è detto precedentemente, che

I 12 punti diagonali che appartengono alla quadrica Q_{ikl} *stanno a 6 a 6 sopra quattro coniche, delle quali una si trova nel piano diagonale* {ikl} *e le altre tre rispettivamente in* {imn}, {kmn}, {lmn}; *e che sono ordinatamente le* $\varpi'_{\{ikl\}}$, $\varpi'_{\{imn\}}$, $\varpi'_{\{kmn\}}$, $\varpi'_{\{lmn\}}$.

13. — Indicando con Σ_{ikl} l' omologia armonica di centro *ikl* e di piano di omologia π_{ikl} si ha che

*) Si noti che per uno di questi punti non passa alcun piano diagonale, che non contenga un altro punto di essi.

Ogni quadrica Q_{ikl} *è mutata in se stessa dalla omologia* Σ_{ikl}; *mentre che tutte le omologie* Σ_{ikl} *trasformano* Q *in se stessa.*

14. — *Due quadriche* Q_{ikl} *e* Q_{imn} *riferite a 2 vertici corrispondenti hanno evidentemente in comune le due coniche* $\varpi'_{\{ikl\}}$ *e* $\varpi'_{\{imn\}}$; *e quindi hanno un doppio contatto in due punti che con i vertici* ikl *e* imn *formano un gruppo armonico.*

Consideriamo invece due quadriche Q_{ikl} e Q_{ikm} riferite a due vertici non corrispondenti. Esse hanno in comune i punti della conica $\varpi'_{\{imn\}}$ e i tre punti diagonali di 1ª specie appartenenti al piano armonico π_{ikn}, cioè al piano armonico del terzo vertice, oltre *ikl* e *ikm*, dello spigolo *ik*. Sicchè

Le quadriche Q_{ikl} *e* Q_{ikm} *avranno pure un doppio contatto in due punti che sono i punti di contatto delle tangenti condotto a* $\varpi'_{\{imn\}}$ *dal vertice* ikn.

Riassumendo quindi

Le 10 quadriche Q_{ikl} *hanno a due a due un doppio contatto. E quelle riferite ai vertici appartenenti ad uno stesso piano diagonale determinano, con i loro punti di contatto, 12 punti di una stessa conica, appartenente a quel piano diagonale.*

Napoli, 10 Novembre 1892.

Osservazioni della nuova Cometa di Holmes, fatte nell'Osservatorio di Capodimonte; dal D.r **F. Contarino.**

(Adunanza del dì 26 Novembre 1892)

I. — Avvertenze.

La nuova Cometa di Holmes fu osservata a Capodimonte, con l'equatoriale di Bishop di 7 pollici di apertura e di $3^m,28$ di distanza focale, in vicinanza dello zenit. Con l'oculare del micrometro a croce, ingrandimento 185, fu veduta come una nebulosità senza nucleo distinto; la luminosità era crescente dal contorno verso il mezzo, dove uno spazio allungato di circa 8″ per 12″ resisteva ad una molto debole illuminazione del campo.

Le osservazioni furono fatte a campo oscuro al micrometro a croce.

Le correzioni pel moto proprio della cometa e per la refrazione sono state trascurate per la loro piccolezza.

II. — Risultati delle Osservazioni.

DATA 1892	Tempo medio di Napoli	Cometa — Stella		N.° dei paragoni	Ascensione retta della Cometa	Declinazione della Cometa (Nord)	Stelle di paragone
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$				
Novembre 18	9h 2m 3s	— 2m 44s.47	— 3′ 36″.5	4	0h 42m 35s.3	37° 24′ 8″	1
» 21	10 40 18	+ 18.45	+ 1 48.7	16	0 42 9.0	37 4 44	2
» 22	9 57 57	+ 13.20	— 4 20.9	12	0 42 3.8	36 58 35	2
» 23	9 36 17	+ 10.60	— 10 41.3	8	0 42 1.2	36 52 14	2
» 24	11 18 58	+ 36.00	+ 3 49.7	10	0 41 2.3	36 45 25	3

III. — Stelle di paragone.

Stella	α 1892.0	δ 1892.0 (Nord)	Autorità	Riduz. al luogo app.	
				Δα	Δδ
1	0h 45m 16s.84	37° 27′ 18″.1	Paris — N.° 1056	+ 2s.98	+ 26″.9
2	0 41 47 .65	37 2 28 .2	Weisse₂ — H. O. — N.° 1029	+ 2 .95	+ 27 .2
2	»	»	» »	+ 2 .94	+ 27 .3
2	»	»	» »	+ 2 .93	+ 27 .4
3	0 41 23 .38	36 41 7 .4	Weisse₂ — H. O. — N.° 1021	+ 2 .93	+ 27 .5

Capodimonte, 26 Novembre 1892.

Della continuazione del nevroglio nello scheletro mielinico delle fibre nervose e della costituzione pluricellulare del cilindrasse; NOTA *del Prof.* **G. Paladino.**

(Adunanza del dì 3 Dicembre 1892)

Ho esteso i miei studii sulla costituzione ed i rapporti degli elementi istologici dei centri nervosi sul resto dei vertebrati, ed i preparati che ho ottenuto da alcuni selacii e propriamente dal midollo spinale del *Trygon violaceus* [1]) mi danno l'opportunità di ritornare su uno dei fatti nuovi da me rilevati nelle mie Note precedenti, e di richiamare l'attenzione degli osservatori su un altro dato di fatto nuovo riflettente la costituzione del cilindrasse delle stesse fibre nervose.

I.

E dapprima ritorno sulla costituzione istologica dello scheletro mielinico, « che, se« condo i miei precedenti studii, è molto complesso non solo per architettonica ma al« tresì per grado di struttura degli elementi da cui risulta, poichè vi si notano corpuscoli « a corpo meschino ed a moltissimi prolungamenti, ed in continuazione del nevroglio « interfibroso » [2]).

Trattandosi ora di vedere che di particolare presentano i detti rapporti tra il ne-

[1]) Ringrazio l'egregio Cav. Salvatore Lo Bianco della Stazione zoologica napoletana per l'ottimo materiale liberalmente fornitomi.

[2]) Paladino G., *Di un nuovo processo per le indagini microscopiche del sistema nervoso centrale.* V. questo Rendiconto Vol. IV, p. 14. Napoli 1890.

vroglio e le fibre nervose centrali nei selacii, era naturale di pensare a saggiarli alla riprova di altri metodi d'indagine. E mi parve che, qualunque si fosse il metodo di colorazione da prescegliere, ottimi risultati si dovessero attendere dalla precedente digestione dei pezzi di midollo spinale in succo gastrico od in succo pancreatico.

Come si sa dagli studii di Kühne ed Ewald dapprima e di Kühne e Chittenden di poi [1]), e d'altra parte da quei della G. Chevalier vi è nel tessuto nervoso una sostanza che si comporta ai reagenti come la cheratina e che è differentemente distribuita nella sostanza bianca e nella grigia dell'asse cerebro spinale e nei nervi periferici. Ora pigliando le mosse da questa nozione, pareva secondo il nudo ragionamento che la digestione preliminare dei pezzi dovesse essere un procedimento preparatorio di notabile efficacia per la susseguente colorazione. Le ragioni sono facili ad intendersi, e quindi mi astengo di dettagliarle. I saggi di digestione furono fatti con succo gastrico e succo pancreatico artifiziale, cioè con soluzione acidula di pepsina e con soluzione alcalina di tripsina di provata efficacia, vale a dire di azione sicura sulla fibrina, sull'albumina e su pezzi di carne. Difatti pezzi di fibrina di fresco raccolta o conservata da tempo in alcool, cubi di albumina e pezzi di carne cruda o cotta tenuti in sufficiente quantità dei detti liquidi in un buon termostato alla temperatura di 38 a 40 centigradi venivano completamente digeriti.

All' azione di liquidi digestivi così efficaci sottoposi pezzi di midollo spinale, di cervello e di cervelletto o freschi o induriti nei soliti induranti, e ve li tenni alla temperatura di 38 a 40 in un termostato per alcuni giorni se pezzi ricavati da materiale fresco, e per tre a quattro settimane se ricavati da organi di già induriti. Non si mancò di agitarli un poco ogni giorno e di rinnovare il liquido di tanto in tanto. Tolti i pezzi dal liquido digestivo s'indurivano e si disidratavano se provvenienti da materiale fresco, o si disidratavano soltanto se provvenienti da materiale indurito, e quindi si sottoponevano alla colorazione del joduro di palladio o di qualche altro dei comuni metodi d'intinzione. I risultati poco soddisfacenti, non ostante i saggi molte volte ripetuti, mi persuasero a cangiar via.

Intanto la mielina è sempre un grande ostacolo per la diffusione nei pezzi del sistema nervoso delle sostanze coloranti, e quindi vidi la necessità, volendosi ottenere preparati il più possibilmente nitidi, di smielinizzare dapprima o meglio di sciogliere tutta la parte solubile della mielina avanti di passare alla colorazione, e devo affrettarmi di annunziare che i risultati ottenuti così non potevano essere più soddisfacenti.

I preparati del midollo spinale di Trygon v. che mi permettono la presente comunicazione si sono fatti precisamente con il suddetto procedimento, cioè prima induriti, poscia smidollati ed in ultimo colorati.

Per l'indurimento sono sempre da raccomandarsi i metodi comuni e sopratutto il liquido di Muller o le semplici soluzioni di bicromato potassico al 2 ed al 4 per cento.

Per lo smidollamento mi sono giovato a bollire piccoli pezzi di materiale indurito successivamente in miscuglio di alcool assoluto e benzolo, di benzolo solo, e di solo alcool a 96°. In ciascuno dei detti liquidi ho fatto restare i pezzi un'ora, sostituendo il liquido in cui i pezzi si erano bolliti prima che si fosse raffreddato.

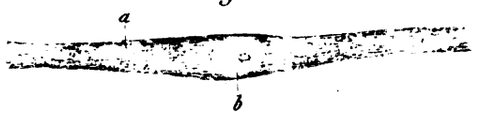
[1]) Kühne W. und Chittenden R. H., *Ueber das Neurokeratin. Zeitschrift für Biologie.* Neue Folge, Vol. VIII, p. 291. Munchen 1890.

Per la colorazione ho preferito il mio metodo al joduro di palladio, le cui norme sono già note.

Fig. I

Fig. III

Fig. II



La fig. I rappresenta tre sezioni trasverse di fibre dei cordoni ventrali del midollo spinale di Trygon. In *aaa* è riprodotto il cilindrasse di ciascuna fibra, in *bbb* il nevroglio periferico ed intermedio colle sue fibrille e qualche accenno di cellula nevroglica, ed in *ccc* il nevroglio intrafibroso con spiccati corpuscoli nevroglici in *ddd*.

La più fugace osservazione mette in rilievo che la cosidetta guaina mielinica ha un complesso scheletro istologico nelle cui maglie si adatta la cosidetta midolla delle fibre nervose. La nitidezza della sua costituzione è dovuta oltrecchè alla bontà del metodo di colorazione, allo smidollamento preliminare ed allo sviluppo degli elementi suoi costituenti in questi bassi vertebrati. E di fatti vi si notano chiari corpuscoli nevroglici con un marcato corpo protoplasmatico ed un distinto nucleo, ubicati variamente cioè o adattati immediatamente al cilindrasse o più o meno distanti da questo sin proprio alla periferia della fibra. I prolungamenti sottili corrono variamente in tutte le direzioni, s'intrecciano, s'innestano tra loro, e mentre circondano in dentro il cilindrasse si continuano alla periferia col nevroglio interfibroso.

Entrambi i dati, cioè la costituzione cellulare dello scheletro mielinico e la continuazione sua col nevroglio, risultano della maggiore evidenza.

Da per ogni dove nelle sezioni complete del midollo spinale ove si trovano sezioni di fibre midollate si può vedere la detta costituzione ed i suddetti rapporti dello scheletro mielinico, però gli esempii più spiccati si trovano nei fasci ventrali ed intermedii, e di questi nella porzione più interna incuneata tra le corna superiori ed inferiori della sostanza grigia, dappoichè tanto negli uni quanto negli altri si trovano le fibre di maggiore dimensione.

II.

Le fig. II e III rappresentano uno stato di fatto che contrasta con tutte le opinioni divise sulla costituzione del cilindrasse e sulla significazione sua morfologica e fisiologica.

Nella fig. II è riprodotto un rigonfiamento fusoide del cilindrasse *aa* di una grossa fibra di uno dei cordoni ventrali del midollo spinale di Trygon. In mezzo vi è un nucleo rotondo non completamente differenziato *b*, e quindi si ha innanzi una cellula allungata con protoplasma fibrillare. Qua e là nei tagli trasversi del midollo e negli stessi fasci si ha da vedere la sezione di una fibra nervosa col reticolo nevroglico ed in mezzo il cilindro dell' asse tagliato a livello del nucleo. E difatti la fig. III riproduce il taglio di una fibra il cui cilindro dell'asse *a* fa vedere il suo nucleo, un po' eccentrico perchè tagliato forse un po' obliquamente *b*.

Simili rigonfiamenti non sono isolati, ma si trovano riuniti in lunga fila, sì da poterne vedere riuniti in tagli sagittali e per un campo microscopico due a tre. Talora non sono dei fusi regolari, ma sono delle formazioni allungate con due a tre creste più o meno sviluppate, e che in sezione trasversa danno immagine triangolare od irregolarmente quadrangolare del cilindro dell'asse.

Come ebbi dapprima a vedere simili formazioni nella parte profonda dei cordoni intermedii, cioè in quella parte incuneata tra le colonne dorsali e ventrali della sostanza grigia, ebbi a concludere di avere innanzi delle cellule nervose della sostanza grigia riunite in lunga serie, senza farmi imporre dalla nozione odierna che le cellule nervose non si riuniscono direttamente coi loro prolungamenti se non in modo affatto eccezionale. Invece per uno studio diligente fatto sopratutto nei centri nervosi della torpedine da A. Cantani, juniore, la connessione diretta delle cellule nervose non è affatto rara, e la presentano cellule nel loro più completo sviluppo [1]).

Intanto dopo la netta delimitazione della sostanza grigia in mezzo alla bianca, non tanto facile del resto in questo animale, e dopo aver notato simili catene di rigonfiamenti fusoidi in gran numero nelle fibre dei cordoni ventrali, ebbi a persuadermi che non avevo a fare che con formazioni appartenenti al cilindro dell'asse delle grosse fibre nervose. Allora mi parai dinanzi la mente diversi dubbii, e fra gli altri erano per avventura delle formazioni postmortali o conseguenza degli alteramenti artifiziosi dei mezzi induranti, o pure erano prodotti della degenerazione jalina e relativo rigonfiamento a cui vanno soggetto normalmente per intima degenerazione i cilindrassi col resto delle fibre nervose, od infine si era innanzi a reliquie di quella parte della sostanza mielinica interposta allo scheletro della midolla delle fibre nervose e non sciolta nè dall'alcool, nè dal benzolo e nè dall'etere?

Potei escludere subito i due primi dubbii poggiandomi da una parte sulla bontà dei mezzi induranti adoperati e dall' altra più che sulla regolarità della figura dei rigonfiamenti, sulla struttura marcatamente fibrillare degli stessi corrispondente alla struttura dei tratti intermedii cilindrassili, che è del resto la struttura generalmente ammessa di

[1]) Cantani A. (jun.), *Sul prolungamento cilindrassile e sulla connessione diretta dei prolungamenti protoplasmatici delle cellule nervose.* Napoli 1892.

questo attributo morfologico principale della fibra nervosa. A rilevare questo stato della struttura dei rigonfiamenti e dei tratti intermedii molto si sono prestate le oggettive apocromatiche ad immersione dello Zeiss.

La stessa regolarità delle figure poi, e la nitidezza dei contorni mi fecero escludere con sicurezza il terzo dubbio. Cosicchè effettivamente ho dovuto concludere che mi trovava innanzi ad una disposizione normale del cilindrasse che contrasta interamente colle due opinioni in voga sulla costituzione di esso.

Mentre i più ritengono che i cilindrassi siano prolungamenti cellulari e quindi senza individualità morfologica e senza corrispondente individualità funzionale, non mancano dei solitarii che li considerano come prodotti di differenziazione complessa cellulare, per la quale gli elementi sviluppandosi darebbero mielina e la guaina di Schwann e *da una parte* del protoplasma si differenzierebbe un tratto di cilindrasse.

Ecco in proposito come si esprime il Dohrn: « Le cellule ganglionari come tali « non prendono alcuna parte nella formazione delle fibre nervose e corrispondentemen- « te del cilindrasse. Ciò che sin'ora anche nei pesci ossei e nei selacii è descritto come « prolungamento delle cellule ganglionari periferiche non sta in nessuna connessione « genetica, ma sta soltanto in contatto con esse ».

« Non vi ha dubbio che cordoni o catene di cellule ectodermiche apparecchiano la « formazione embrionale dei nervi..... I nuclei di queste cellule diverranno i nuclei della « guaina di Schwann, i *pezzi splendenti* che si *differenziano nel protoplasma si riuni-* « *scono* e formano il cilindrasse, ed il plasma (resto dei corpi cellulari) è la matrice del- « la guaina di Schwann e della guaina midollare che comparisce più tardi » [1]).

In seguito lo stesso Dohrn è ritornato nell'Anatomischer Anzeiger sull'argomento, e facendo riserve sulla provvenienza originaria delle cellule ha però confermato che la fibra nervosa non è da considerarsi come un prolungamento di cellule ganglionari, ma come prodotto di cellule asseriate l'una appresso dell'altra, ed il nucleo delle stesse diverrà nucleo della guaina di Schwann [2]).

Già prima Apathy, poggiandosi su dati embriologici dei molluschi e degli anellidi, ritenne i nuclei della guaina di Schwann come nuclei nervosi e le fibre provvenienti dalla riunione di molte cellule nervose, in modo che il cilindrasse, la mielina e la guaina di Schwann dipenderebbero dalla differenziazione di dette cellule [3]).

Pigliando da queste osservazioni quanto ci può servire per l'interpetrazione dei fatti da me osservati nelle fibre nervose dei centri del resto molto differenti da quelle dei nervi periferici, si deve dire che se l'idea della pluricellularità delle fibre nervose sostenuta dai citati osservatori ci ajuta ad interpetrare le osservazioni esposte, pure il modo, il procedimento dello sviluppo della complessa costituzione della fibra nervosa ne è onninamente differente e molto diverse ne sono le conseguenze.

Non sono le stesse cellule che differenziandosi danno cilindrasse, guaina midollare ecc. Si bene vi sono delle cellule che si trasformano in cilindrasse e delle cellule che formano lo scheletro mielinico ecc.

[1]) Dohrn A., *Studien zur Urgeschichte des Wirbelthierkorpers. Ganglienzelle und Nervenfaser. Mitt. d. Zoolog. Station.* Neapel 1891.

[2]) Dohrn A., *Die Schwann'schen Kerne der Selachierembryonen. Anat. Anzeiger*, Vol. VII, 1892.

[3]) Apathy, *Nach Welcher Richtung hin soll die Nervenlehre reformit werden? Biolog. Centralblath*, Vol. IX, 1889.

La portata di questi fatti è molto estesa, tanto per la dignità della fibra nervosa quanto per la sua nutrizione ed il suo sviluppo iniziale e rigenerativo, ma su ciò per ora non amo intrattenermi.

Dall'insieme delle osservazioni e delle analisi che precedono si desume:

1. Che nel Trygon viol. la continuazione del nevroglio nello scheletro mielinico delle fibre nervose è della massima evidenza, anzi nello stesso vi sono marcati e completi corpuscoli nevroglici.

2. Che la costituzione del cilindrasse è pluricellulare, od in altri termini che il cilindrasse è il risultato di differenziamento in toto di molte cellule.

3. Che sul fondo della costituzione istologica del cilindrasse e della guaina midollare la fibra nervosa più che considerarsi una parte appendicolare delle cellule nervose è da ritenersi in cambio un organo di complessa struttura e con multipli centri trofici.

Napoli, Istituto d'Istologia e Fisiologia generale, dicembre 1892.

RELAZIONE *intorno alla nota del D.r* Fr. Sav. Monticelli.

(Adunanza del dì 3 Dicembre 1892)

L'Autore espone in questa nota le sue osservazioni sulle cellule dello strato sottocuticolare dei cestodi, al quale non pochi autori attribuiscono la funzione di produrre una sostanza, la quale, accumulandosi alla superficie del corpo di questi vermi, ne formerebbe la cuticola. Dai fatti osservati egli argomenta che lo strato cuticolare non è il prodotto delle glandule subcuticolari, ma un vero ectoderma profondamente modificato, le cui cellule, ben distinte nell'inizio dello sviluppo, formerebbero più tardi un sincizio e perderebbero il nucleo, formando così uno strato quasi omogeneo che fu denominato cuticola.

La vostra Commissione, esaminata attentamente questa nota, l'ha giudicata degna di essere pubblicata nei Rendiconti dell'Accademia.

A. COSTA
G. PALADINO
S. TRINCHESE, *relatore.*

Sulla cosidetta subcuticola dei Cestodi; NOTA *di* **Fr. Sav. Monticelli**.

(Adunanza del dì 17 Novembre 1892)

Nei Cestodi, disotto la tunica muscolare cutanea, che giace più, o meno, addossata alla membrana basale della cosidetta cuticola, è stato osservato, descritto e disegnato uno strato di cellule, d'ordinario in unica serie, che alcuni, per la loro disposizione, dissero a palizzata, altri per la loro forma, quale essa si mostra nella plurità delle specie studiate, delle cellule fusiformi; e che tutti indicarono, e molti ancora indicano, come strato sottocuticolare, o, più semplicemente, subcuticola, come strato delle cellule matrici, ed anche come ipoderma: qualche autore più recente ha creduto indicarlo, infine, come strato cellulare sottomuscolare.

L'opinione antica era che queste cellule avessero dei prolungamenti protoplasma-

tici che, traversando i porocanali osservati da alcuni autori nella cuticola, uscissero allo esterno. Ma le ricerche posteriori ciò non hanno confermato, come pure non hanno confermata la esistenza dei porocanali anzidetti; anzi, questa, per alcuni ricercatori è ritenuta dubbia, e da altri anche del tutto negata.

La disposizione di queste cellule, il loro trovarsi alla periferia, la loro forma differente dalle cellule costituenti il mesenchima del corpo, ha fatto lungamente discutere della loro natura se, cioè, siano esse epiteliali, o no; ma dalla maggior parte degli A. è stato finora ritenuto evidente che questo strato di cellule è lo strato generatore della cuticola, e perciò lo ritennero come ipoderma, e lo indicarono come strato delle cellule matrici.

È questa, della natura e della funzione dello strato di cellule in parole, una quistione ancora aperta. Nessun argomento di fatto giustifica l'opinione testè ricordata, e, d'altro canto, parla contro di essa in modo evidente il fatto che questa voluta ipoderma si trova disotto lo strato dei muscoli somatici, disotto, cioè, la tunica muscolare, e, da questa, separata dalla cuticola, che dovrebbe essere il prodotto dell'attività fisiologica di questo strato di cellule (ipoderma).

Le ricerche che da qualche tempo prosieguo sull'anatomia ed istologia e sullo sviluppamento dei Cestodi, mi hanno condotto a trovare una soluzione della quistione che intendo brevemente riassumere ora, riserbandomi una più larga discussione, confortata da larga esposizione di fatti, ad altro tempo.

È facile, a chi per poco esamini comparativamente un buon numero di specie diverse di Cestodi, di constatare, come ho innanzi accennato, che lo strato di cellule cosidette subcuticolari, non ha alcun rapporto intimo con la cosidetta cuticola, e come da questa è separato dagli strati di fibre muscolari che costituiscono il sacco somatico. Questa semplice constatazione di fatto, a me pare, basterebbe da sola a dimostrare che non può un tale strato di cellule considerarsi un ipoderma, nel senso che a questo dalla comune degli A. si attribuisce di essere, cioè, un epitelio generatore della cuticola; se non vi fosse ancora a confermarlo la fina istologica struttura delle cellule dello strato in parola, nonchè la loro forma, è, quel che è maggiormente importante, il sapere che non si ha da fare, nei Cestodi, come nei Trematodi, con una vera cuticola, ma con un ectoderma cellulare trasformato, in un sincizio anucleato di rivestimento [1], che è al tempo stesso ipoderma e cuticola.

Infatti, la cosidetta cuticola dei Cestodi, che ora voglio indicare senz'altro come ectoderma, si origina nello stesso modo che l'ectoderma dei Trematodi (cuticola Auct.) da uno strato periferico di cellule da principio nucleate, che perdono gradualmente i limiti cellulari, e si trasformano in un sincizio cuticoloide dal quale scompariscono in seguito anche i nuclei.

Per ben intendere ciò che ho detto, è necessario che io esponga in breve, riassumendolo e schematizzandolo, lo sviluppo embrionale dei Cestodi fino, cioè, alla for-

[1]) Questa trasformazione sinciziale dell'ectoderma embrionale primitivo è un fatto che non si verifica solamente nei Trematodi e Cestodi, ma trova riscontro anche negli Acantocefali, e, secondo io ho potuto vedere, seguendo lo sviluppo di alcuni Nematodi e specialmente di un Oxyuride, che vive nelle *Podarcis muralis*, anche la cuticola dei Nematodi non sarebbe che un ectoderma trasformato in un sincizio, un epitelio sinciziale anucleato.

mazione della larva exacanta, alla Oncosfera, come esso risulta dalle mie ed altrui ricerche insieme coordinate.

Nell'uovo dei Cestodi è da distinguersi: — 1° un guscio più, o meno, spesso e resistente, incoloro, o colorato appena in giallo, in bruno e di rado in verdastro *(Dibothriorhynchus viridis)* ed elastico, perchè capace di dilatarsi col progredire dello sviluppo embrionale (fornito dalle glandole del guscio). — 2° di una cellula uovo (germe, Keimzelle) prodotta dall'ovario (Keimstock, germigène, germigeno), provvista di un grosso nucleo e di un nucleolo, con citoplasma finamente granuloso, ora situata nel centro del guscio, ora più, o meno, spinta verso uno dei poli di esso; d'ordinario verso il polo opercolare, quando esiste un distinto opercolo. — 3° di una massa vitellina (elemento nutritivo utilizzato nello sviluppo embrionale) formata ora di cellule vitelline ben distinte (uno, o più), ora dal prodotto di disfacimento di queste.

Le uova posson venir deposte isolatamente, o insieme; ed allora sono ravvolte da una capsula, o cocon di varia forma ed aspetto nel quale le uova trovansi in vario modo aggruppate [ora sferico, più comunemente, molte *Taenia* degli uccelli (capsule uterine, od ovariche Auct.), nei *Dipylidium* (es. *caninum*) nell'*Echeneibothr. gracile*, ora fusiforme, o tubolare allungato (*Calliobothrium verticillatum, Taenia plathyrhyncha*)]. Ma anche le uova deposte isolatamente possono spesso essere involte da un simile cocon, o capsula ovarica, che, anche in questo caso, può essere sferico, come p. e. nella *T. digonopora*, nel *Dip. Trinchesii*, *Moniezia Goezii*, nel *Prosthecocotyle Forsteri* ecc., o fusiforme allungato; p. e. in alcune *Taenia* di Uccelli. Sulla origine di questo cocon, ora jalino, trasparente, compatto, anisto; ora granuloso, che può, in certa guisa, paragonarsi al cocon degli Irudinei e di qualche Turbellario (p. e. nidamento della *Rhodope Veranji*), ed al nidamento dei Molluschi, origine molto discussa, specialmente in certe forme di *Taenia* (T. degli Uccelli p. e.), non intendo qui di parlare per molte ragioni [1]).

Ho voluto e dovuto accennare alla esistenza di questo cocon, per mettere bene in evidenza che esso ha nulla da vedere col guscio delle uova, dal quale, sotto ogni punto, molto differisce ed è una formazione a questo posteriore e secondaria, e da questo indipendente: formazione che manca di frequenti in molti Cestodi (p. e. d'ordinario nei Botriocefalidi). Esso cocon, dunque, se ha un gran valore biologico, facile ad intendersi, non ha certo, nè può averlo, quello morfologico di guscio esterno attribuitogli da qualche Autore.

Ciò posto, dico che la cellula uovo si segmenta dapprima in due blastomeri, che possono restare ravvicinati l'uno all'altro, od allontati, e, come avviene nei Trematodi,

[1]) Nei Cestodaria ho descritto trovarsi lungo l'utero delle glandule, che ho omologato con glandule simili che si trovano lungo l'utero dei Trematodi, ed ho chiamate, quindi, come queste, glandule glutinipare (V. Appunti sui Cestodaria, in: Att. R. Acc. Napoli, Vol. 2 (2), n. 6). Son queste che nel *Gyrocotyle urna* producono il cocon, o capsula mucosa che involge le singole uova e per mezzo del quale aderiscono esse al fondo dei recipienti dove si conservano per lo studio. La capsula o cocon in discorso dei Cestodi (Atmosphère muqueuse, Blanchard) è certamente analoga a questa delle uova dei Cestodaria e ritengo essere anche omologa. Mancano osservazioni dirette in proposito ma è da pensare, e l'aspetto e la struttura della capsula lo dimostrano, che anche essa sia prodotta da glandule omologhe ed analoghe alle glutinipare, la cui esistenza si può facilmente intuire interpretando le osservazioni e le figure di alcuni A., come p. e. dello Zschokke (*Recherc.* ecc., pag. 211, fig. 81), se non pure, in altri casi, da trasformazione, per disfacimento, forse, dell'epitelio delle pareti uterine.

di questi blastomeri uno (*a*) resta in riposo e l'altro (*b*) si segmenta nuovamente in due [incidentalmente osservo che la prima segmentazione, come può ben constatarsi nelle uova ellissoidali, si compie per il piano equatoriale dell'uovo (cellula)]. Si ha così una fase a tre blastomeri, che, per comodo, senza voler attribuire alcun valore specifico alle parole, indicherò nel modo seguente: l'anteriore (*a*), perchè più grande, macromero, anteriore o superiore; ed i due blastomeri *b' b''*, nati da *b*, micromeri, che sono dal primo (macromero) quasi abbracciati. Ma il macromero *a* non resta a lungo in riposo, chè, mentre seguita l'ulteriore segmentazione dei micromeri, si segmenta anch'esso ed i blastomeri che ne derivano, d'ordinario due o tre, che sono sempre da considerarsi macromeri rispetto a quelli provenienti dalla segmentazione dei micromeri *b' b''*, si gonfiano, e si estendono ad abbracciare la morula, che da quelli si va formando, ed insieme, all'un tempo, la massa vitellina contenuta nel guscio, comunque questa risulti. Si costituisce così, in tal modo, intorno alla morula ed alla massa vitellina, una sorta di tunica, omologa ed analoga a quella dei Trematodi, e che dirò, come quella, involucro; nel quale non si osservano più tracce di limiti cellulari, ma si riconoscono, per contro, d'ordinario evidenti i nuclei delle cellule che lo hanno formato. L'involucro [couche albuminogène (Van Beneden E.), Hullmembran dei tedeschi], così formato, piglia l'aspetto di una membrana anista, trasparente, sparsa spesso, nella sua faccia interna, di granulazioni.

La morula prodottasi per segmentazione successiva dei micromeri primitivi *b' b''* darà origine all'embrione; e, prima ancora che questo si determini, ad una membrana di protezione dell'embrione, anch'essa omologa ed analoga allo invoglio dei Trematodi, e che, come questa, chiamerò invoglio nei Cestodi [1]). Questo invoglio si forma così che dalla periferia della morula suddetta si staccano, o differenziano, una, o più, cellule contemporaneamente, le quali, proliferando, si estendono sulla morula e finiscono per abbracciarla tutta. Le cellule di questo invoglio, ora conservano i loro nuclei e si forniscono alla superficie esterna di ciglia, costituendo così l'invoglio cigliato (Mantels, Robe ciliée), come specialmente in molti *Bothriocephalus*, nel *Triaenophorus*, nelle *Ligule*, nei *Schistocephalus* ed in altri, non sempre conservando nel prosieguo i limiti cellulari; oppure non si forniscono di ciglia (invoglio semplice), come in alcuni Botriocefali e Tetrabotridi, ora, invece, perdono gradualmente i limiti cellulari, i nuclei scompariscono e lo strato cellulare primitivo dello invoglio si trasforma in uno strato omogeneo (Couche chitinogène Van Beneden Ed.) che può essere più, o meno, resistente, ed alle volte diventare resistentissima e costituire un vero invoglio chitinoso (p. es. *T. leptocephala*). Il quale invoglio chitinoso può assumere anche forme diverse e caratteristiche e fornirsi di appendici, e costituire ciò che Moniez, Blanchard ed altri, chiamano appareil pyriforme (che si trova in molti Teniadi: p. es. *Anoplocephalinae*). Cosicchè questo è omologo ed analogo allo invoglio cigliato, semplice e chitinoso, del quale ultimo, non è da considerarsi altro che una ulteriore, maggiore modificazione.

Lo Schauisland, specialmente, ha sostenuto che l'invoglio cigliato, testè menzionato, dei *Bothriocephalus*, costituisse l'ectoderma dei Cestodi (come pure nei Trema-

[1]) Vedi in proposito il mio *Saggio di una morfologia dei Trematodi*, Napoli 1888, pag. 68 ed il mio *Studio sul Cotylogaster Michaelis* ecc., in: Leuckart's Festscrift, pag. 185.

todi); cosicchè la eliminazione dello invoglio cigliato determinerebbe l'assenza nei Cestodi e Trematodi adulti di un ectoderma. E, siccome dalle cose dette innanzi risulta l'omologia di questo invoglio cigliato col semplice e col chitinoso, ammettendo le vedute e le conclusioni dello Schauinsland, ne risulterebbe che anche questo (con tutte le modificazioni che mostra) rappresenta l'ectoderma dei Cestodi, che, come nel caso dell'invoglio cigliato e semplice, come questo, vien eliminato. Negata l'esistenza di un'ectoderma nello embrione a termine, è stato facile ad altri negare anche quella dell'ectoderma e, per alcuni, ammettere ancora che tutto l'embrione risulti di mesoderma. Dalla quale esagerata conclusione non han rifuggito menti elevate; e ne è venuta fuori, come legittima reazione, l'opinione emessa, con dubbio, da altri, e che avrebbe più fondamento, che, invece, i Cestodi risultassero di solo ectoderma del quale si sarebbe eliminata la parte periferica, l'invoglio cigliato (Grassi-Rovelli).

Senonchè io non posso accettare le conclusioni dello Schauinsland in quantocchè l'invoglio, comunque esso sia, ha nulla da vedere con l'embrione, e non ha altro valore che di una formazione extraembionale, analoga allo involucro, e, come quello, formatosi, come si è detto, da cellule che si isolano da quelle destinate a formar l'embrione e costituiscono la morula; prima ancora che da questa cominci a determinarsi l'embrione. Formazione extraembrionale questa (l'invoglio), destinata alla protezione dell'embrione [sia con còn assicurargli un mezzo di locomozione (invoglio cigliato), sia con metterlo in grado di resistere all'azione di agenti esterni (invoglio semplice, chitinoso)]. Per le quali cose si deve escludere che possa l'invoglio rappresentare l'ectoderma dei Cestodi che viene eliminato. Conclusione questa, che la natura diversa e le diverse modificazioni dello invoglio nelle varie specie conferma; giacchè queste dimostrano abbastanza il valore morfologico di formazione extraembrionale che ad esso deve attribuirsi.

Esiste poi un ectoderma nei Cestodi? Qui viene in campo nuovamente la quistione innanzi accennata, di che cioè son costituiti i Cestodi, e, per esso, incidentemente, anche i Trematodi; questione che viene per nulla risoluta dal già detto. Secondo Grassi-Rovelli i fatti nuovi che essi hanno aggiunto alle conoscenze che si avevano sullo sviluppo dei Cestodi appoggerebbero o l'una, o l'altra, delle seguenti ipotesi che riassumo: 1° Che per l'abbreviazione dello sviluppo la distinzione in foglietti, o non viene accentuata, o molto imperfettamente, sicchè si forma una sola massa di cellule, blastema, dalla quale derivano tutti gli organi; 2° Che l'embrione excanto possa ritenersi risultare di solo ectoderma. Le importantissime ricerche di questi A. permettono di fare un passo avanti nella quistione, coordinandole con i fatti finora noti, e nella interpetrazione di questi.

Infatti, secondo a me pare, la seconda ipotesi è da scartarsi: è, invece, da accettarsi la prima modificandola alquanto in base alle nuove ricerche. Originariamente, appunto per l'abbreviamento ontogenetico, che le condizioni biologiche di alto grado di parassitismo hanno determinato nei Cestodi, si ha un blastema unico che si sviluppa per segmentazione di una delle cellule embrionale (*b*) prodotte dalla prima segmentazione; dal quale, ad un dato momento, si staccano delle cellule che, proliferando, involgono il blastema e costituiscono una membrana extraembrionale di protezione, l'invoglio, e poi da questo blastema, quantunque non chiaramente nei Cestodi (per quanto più chiaramente nei Trematodi) si determinano i foglietti embrionali. Appena delaminatosi,

per così dire, l'invoglio, mentre questo si completa ed involge la morula costituente il blastema, questo continua nel suo processo evolutivo per formare l'embrione. Dallo strato periferico di cellule della morula si differenziano delle cellule, o, per dir meglio delle cellule periferiche più esterne della morula si appiattiscono, si allungano, ed allargano, e si fondano insieme in un unica massa, in un unico strato, e finiscono per perdere i limiti cellulari, trasformandosi del tutto in un sincizio. Nel quale i nuclei si trovano ridotti verso la parte basale dello strato, e si sono allungati, mentre alla periferia, il sincizio si modifica in uno strato chiaro trasparente che si accentua maggiormente col ridursi e scomparire dei nuclei e piglia l'aspetto di una cuticola, costituendo uno strato esterno, sottile, che involge ed aderisce intimamente alla massa di grosse cellule centrali. È questa la cuticola sottile ed amorfa, in cui non si possano rilevare porocanali (quando l'embrione è ancor vivo ed intatto) che riveste l'embrione, descritta da Grassi e Rovelli. La quale, per ciò che si è detto, per contro, non è una cuticola, ma sibbene un ectoderma trasformato, che costituisce l'ectoderma dell'embrione. Cosicchè, la cosidetta cuticola dei Cestodi, come quella dei Trematodi, non è che un ectoderma trasformato in un sincizio anucleato di rivestimento, di aspetto cuticoloide, nel quale, in certi casi, possono riconoscersi, anche allo stato adulto, tracce evidenti della sua natura cellulare primitiva (nuclei).

Dal che viene, a parer mio, dimostrata l'esistenza nei Cestodi di un vero ectoderma formatosi dall'embrione, posteriormente all'invoglio e da questo indipendente; la quale esistenza è un nuovo argomento per dimostrare e giustificare l'interpetrazione morfologica data dell'invoglio. Ciò ammesso resta ora a vedere, come si accennano gli altri foglietti e se questi possono riconoscersi. Quantunque ciò mi allontani da quel che mi ero prefisso di dire, pure voglio continuare per poco ad interpretare i fatti, che dirò dello sviluppo postembrionale, dopo che cioè, si è determinata l'oncosfera. Questa risulta dall'ectoderma sinciziale (cosidetta cuticola), e dalla massa centrale di cellule dalla prima abbracciate ed in questa rimasta racchiusa. Tal massa deve considerarsi come un endoderma primitivo, del quale, una parte si differenzia indistintamente a costituire il vero endoderma intestinale (che invece si determina molto distintamente nei Trematodi, dove forma l'intestino medio), che è rappresentato nei Cestodi dalla lacuna primitiva, descritta da Grassi e Rovelli, la quale — come essi giustamente osservano — corrisponde al mesenteron dei trematodi, che nei Cestodi è scomparso per effetto del maggior grado di parassitismo di questi. La rimanente parte dell'endoderma primitiva, formante la parte centrale del blastema, costituisce il mesenchima del corpo (mesoderma) e da esso si sviluppano: il sacco muscolare somatico, gli organi genitali, ed il sistema escretore. Sulla formazione del sistema nervoso non ho osservazioni in proposito, ma quelle del Grassi e Rovelli, poste in raffronto con alcune osservazione in proposito fatte sui Trematodi [delle quali, però, per buona coscienza, ho da dire non sono ancora del tutto sicuro], mi han fatto supporre ehe esso si origini da alcune cellule del blastema primitivo contemporaneamente alla formazione dell'ectoderma e prima che dall'endoderma primitivo si differenzii il vero endoderma (intestino) ed il mesoderma mesenchima. Riassumendo ora le cose esposte: l'embrione exacanto, l'oncosfora, possiede un ectoderma, trasformato (cuticola Auct.), ed una massa centrale dalla quale si origina, primitivamente, a quanto pare, il sistema nervoso, l'endoderma, indistintamente rappresentata della lacuna primitiva, ed il mesoderma, per differenziazione di questo (endoderma), che darà origine agli altri sistemi organici del Cestode.

Siffatta interpretazione dei fatti dello sviluppo dei Cestodi, dalla quale risulta esistere l'ectoderma nei Cestodi, come nei Trematodi, e questo essere nient'altro che la voluta cuticola, che è, quindi, un epitelio trasformato, troverà, come ha trovato per questi ultimi, certo oppositori. Ma questi partono tutti da un falso concetto e, dirò, preconcetto. Imperocchè essi han sempre considerato istologicamente come una vera cuticola, la strato esterno di rivestimento del corpo (l'ectoderma sinciziale), e quindi non possono non ammettere uno strato sottostante generatore di essa: e, considerandola come tale (cuticola), non possono crederla per se stessa suscettibile di accrescimento e di ulteriori modificazioni. Ma l'ectoderma sinciziale, non è una vera cuticola nel senso che a questa si dà, non è cioè (e ciò dico tanto nei Trematodi, che nei Cestodi) il prodotto di secrezione, quantunque presenti un aspetto cuticoloide. Nella sua parte periferica esterna, è vero, l'ectoderma d'ordinario si modifica di molto dalla porzione basale, tanto da ricordare una cuticola, e per questo, dicevo innanzi, esso rappresenta al tempo stesso l'ipoderma e la cuticola. Ma l'ectoderma sinciziale è il prodotto della fusione di cellule che hanno perduto i loro nuclei, i limiti cellulari sono scomparsi e la massa del protoplasma si è modificata, ma non si è trasformata al punto da perdere gli attributi di sostanza vivente: e, se tale trasformazione può in parte ritenersi avvenuta, essa lo è appena nella parte periferica, come innanzi dicevo, ma non certo nella basale. Ed è, quindi, appunto, perchè vivente, che esso ectoderma è suscettibile di nutrizione e di accrescimento. Intendendo in questo, e non in altro modo, il sinciuzio, si spiega assai facilmente come questo possa crescere con lo sviluppo del Cestode e toglie un caposaldo agli oppositori, che non ritengono possibile lo strato esterno sia un ectoderma trasformato.

E che l'ectoderma non sia una cuticola di secrezione, e che non sia un epitelio trasformato in cuticola lo mostra la sua fina struttura, se per poco la si consideri da vicino, e per poco che si ponga mente al suo modo di comportarsi, al suo diffluire, dirò, con la pressione e risolversi. Il qual modo d'intendere il sincizio spiega, assai meglio di quel che lo possa, pensandosi ad una cuticola, come può compiersi per osmosi, a traverso di esso, l'assorbimento del nutrimento, senza ricorrere alla presenza di porocanali cuticolari, che non è provato esistano e, data la natura del sincizio, non pare possibile ammetterne l'esistenza.

Da tutto ciò che son venuto esponendo, rimanendo dimostrata la natura ectodermica della cosidetta cuticola ed il nessun rapporto con l'ectoderma delle cellule dello strato cosidetto sottocuticolare, risulta evidente che questo, non essendo lo strato generatore della cuticola, non può venir indicato come uno strato sottocuticolare, o subcuticolare e considerato come ipoderma, ma deve piuttosto chiamarsi, come più recentemente proponeva il Kraemer, con più ragione, strato di cellule submuscolare.

Ciò inteso, quale valore morfologico e fisiologico è da attribuirsi a questo strato di cellule?

Da uno studio comparativo dei Cestodi e Trematodi, risulta evidente che lo strato di cellule submuscolare è omologo a quello delle cellule che si trovano nei medesimi rapporti con l'ectoderma e con il sacco muscolare somatico nei Trematodi. In questi, infatti, disotto la muscolatura somatica si trova uno strato di cellule ora numerose e

fittamente addossate (alle volte costituito anche da più serie di cellule), ora sparse, ma riunite in gruppetti, le quali cellule in certe forme assumono una disposizione tale da ricordare quella tipica, a palizzata, delle cellute della cosidetta subcuticola dei Cestodi (in certi *Didymozoon* p. e.) [È questa la voluta subcuticola dei Trematodi]. Ma se i due strati di cellule sono tra loro omologhi, la forma e struttura delle cellule è diversa nei Trematodi e Cestodi. Infatti nei primi esse sono delle vere cellule glandulari (subcutanee) piriformi, e con evidente dutto escretore, mentre nei secondi la forma è diversa e non presentano la stessa struttura di quelle; non possono in breve, e per l'una e per l'altra ragione venir considerate come glandole. Ciò mostra evidentemente che non può esservi analogia funzionale fra i due strati omologhi dei Cestodi e Trematodi. Esclusa così la funzione glandulare, a quale sarebbero deputate le cellule dello strato submuscolare dei Cestodi?

Secondo io penso nello strato submuscolare dei Cestodi non potrebbe riconoscersi altro che un organo di sostituzione per inversione di funzione delle singole cellule costituenti lo strato. Mi spiego meglio. Tutto tende a dimostrarlo nello studio dei Cestodi, anzi, voglio affermarlo, tutto dimostra che i Cestodi provengono da forme progenitrici fornite di bocca ed apparato digerente, che i Cestodi attuali han perduto in seguito al più elevato grado di adattamento alla vita parassitaria che essi hanno raggiunto [1]). Nel quale, facilitatesi le condizioni di vita vegetativa, tutta l'attività vitale si è concentrata in una sola ed unica attività funzionale, la conservazione della specie che le nuove condizioni di parassitismo rendono più difficile [2]). Ma del quale apparato digerente, scomparso, restano tuttora tracce evidenti allo stato adulto, specialmente nei Cestodaria, ed in tutti i Cestodi nella ontogenesi, come si è già visto. A sostituire l'apparato digerente scomparso, ed a facilitare l'assorbimento del materiale nutritizio, per la natura del quale è inutile la presenza di un tubo digerente, a traverso le pareti del corpo sarebbero subentrate le cellule dello strato submuscolare, nelle quali, la funzione glandulare di secrezione che hanno nei Trematodi e che avevano nei progenitori dei Cestodi, inutile forse nelle nuove condizioni di parassitismo, si è invertita in funzione di assorbimento dei materiali nutritizii che passano per osmosi a traverso l'ectoderma.

A questa conclusione mi ha condotto la forma e costituzione delle cellule dello strato in quistione, ed alcune osservazioni ed esperienze iniziate sulla nutrizione dei Cestodi: riassumerò le prime, ed accennerò alle seconde.

Mentre le cellule dello strato glandulare cutaneo dei Trematodi hanno sempre forma più, o meno, nettamente piriforme, come ho sopraddetto, più o meno allungata, o rigonfia, con la base rivolta al centro del corpo ed il collo ristretto, costituente un vero dotto escretore, rivolto all'ectoderma, le cellule dello strato omologo dei Cestodi sono ora, e più comunemente, subfusiformi, o decisamente fusiformi (p. e. *Taenia*, d'ordinario, *Bothriocephalus*, *Triaenophorus*), ora di forma varia, tondeggianti, od ellissoidali e compresse, se in più serie *(Tetracotylus)*, ora irregolarmente triangolari, o caliciformi (*Scolex polymorphus*, *Dibothriorhynchus Benedeni*, *Tetrarhynchus longicollis*, p. e.)

[1]) Di ciò mi occuperò distesamente nella mia monografia dei *Cestodaria*.

[2]) Vedi in proposito la mia prolusione: *Il parassitismo animale*, in: *Rivista filos. scient.* (2), Vol. IX, 1890.

con la base rivolta all'ectoderma e l'apice al mesenchima centrale. Quando le cellule sono fusiformi, la parte più allungata del fuso è quella rivolta al centro del corpo, e presentano, nel polo che dirò mesenchimale, un prolungamento che s'insinua nel tessuto del mesenchima del corpo; nel polo opposto ectodermale, invece, un brevissimo prolungamento che alle volte s'insinua, colla estremità del fuso cellulare, nella muscolatura somatica. Questo breve prolungamento anteriore manca nelle cellule triangolari, o caliciformi, ma, per contro, queste mostrano più, o meno, evidente e vario di forma il prolungamento posteriore. Entrambi i prolungamenti non possono riconoscersi nelle cellule ellissoidali allungate, addossate e disposte in più serie a costituire lo strato. Questa forma delle cellule mostra evidentemente ciò che innanzi ho asserito, che esse non hanno aspetto glandulare e che dalle cellule omologhe dei Trematodi, differiscono pure per intima struttura, perchè hanno d'ordinario un citoplasma assai più granuloso, nel quale si osservano di frequenti grossi e piccoli vacuoli, che non si osservano nelle cellule glandulari dei Trematodi e che ricordano, invece, molto quelli che si formano nelle cellule epiteliali dell'intestino dei Trematodi.

Questa struttura, evidentemente non glandulare, delle cellule dello strato in quistione ci autorizza a pensare che sieno esse destinate ad assorbire la sostanza nutritizia che passa per osmosi a traverso l'ectoderma e (forse modificandola) a distribuirla nel mesenchima: al quale scopo sarebbero destinati, quando esistono, i prolungamenti posteriori, mesenchimali delle cellule, innanzi descritti, che si approfondano nel mesenchima. Ed è anche probabile che in certi casi le cellule in quistione potessero avere movimenti ameboidi ed emettere più prolungamenti posteriori, come l'aspetto che assume il polo mesenchimale di queste cellule in molti *Tetrarhynchidae*, lo fa pensare.

Le conclusioni alle quali mi hanno condotto l'esame morfologico ed istologico delle cellule dello strato sottomuscolare dei Cestodi sembrano convalidate dal fatto sperimentale. Difatti nei tentativi di autocolorazione e nutrizione dei Cestodi con colori di anilina (del potere nutriente di alcuni di essi ho prova evidente), sono le cellule dello strato submuscolare che si colorano, assorbendo la sostanza colorante; nello stesso modo che l'assorbono le cellule epiteliali dell'intestino dei Trematodi nelle autocolorazioni di questi. Ma ciò ora dico con molta riserva, non potendo esporre ancora intiero il risultamento delle mie ricerche in proposito.

Napoli in Maggio del 1892.

RAPPORTO *sul lavoro del Dottor* A. Montuori.

(Adunanza del dì 10 Dicembre 1892)

Chiarissimi Socii,

L'autore ha estese e moltiplicate le sue ricerche, che già in forma di comunicazione preventiva presentava mesi sono alla nostra Accademia [1]), e non solo ha confermato quanto di già sostenne nel primo lavoro, cioè che la estirpazione della milza nei cani

[1]) Vedi questo Rendiconto, fasc. 1°, 2° e 3° del vol. VI, Napoli 1892.

e nei conigli toglie per un certo tempo (compresi nei tre mesi) il potere microbicida del siero del sangue, ma si è spinto ad indagare quanto il potere microbicida dei parenchimi dipenda da quello del sangue, e da che cosa mai derivi questa proprietà del liquido sanguigno.

Egli ha potuto dimostrare che il succo muscolare dei conigli smilzati perde il suo potere microbicida, e la sostanza che conferisce il potere microbicida al sangue sia, secondo l'opinione d'Ogata, un tal quale fermento, che la glicerina è capace di togliere dal precipitato delle globuline nelle quali sarebbe quello imprigionato.

Ha potuto inoltre confermare l'opinione di Buchner ed altri, secondo cui, parallello al potere microbicida, va il globulicida pei sangui eterogenei.

La vostra commissione, chiarissimi Socii, ritiene molto interessante il lavoro del Dottor Montuori, e perciò vi propone che sia inserito nel nostro Rendiconto.

A. DE MARTINI
G. ALBINI
G. PALADINO, *relatore.*

Influenza dell'ablazione della milza sul potere microbicida del sangue — Ricerche eseguite nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Napoli dal Dottor **A. Montuori**, *Assistente.*

(Adunanza del dì 26 Novembre 1892)

Gli studi di molti sperimentatori hanno cercato di rilevare i cambiamenti che l'ablazione della milza produce nei singoli costituenti morfologici e chimici del sangue. Senza voler passare a rassegna la lunga serie di ricerche fatte su questo argomento, credo che ormai possa mettersi fuori dubbio che la milza ha una grande importanza per la composizione morfologica ed, entro certi limiti, anche chimica del sangue.

Ora intanto che la scoverta del potere germicida del sangue ha fatto intravedere costituenti nuovi nel siero sanguigno o, almeno, proprietà nuove nei costituenti già noti, non sembrerà strano che io mi sia occupato nello studio dei cambiamenti che la splenectomia induce sul potere germicida del siero di sangue. Ed ho impreso tale studio nella speranza di recare da una parte un nuovo contributo alla teoria fisiologica della funzione emopoietica della milza, e dall'altra una certa luce sulle molte ed importanti quistioni che restano ancora a risolversi circa la natura e le modalità del potere microbicida del sangue.

I.

Lo studio del tutto nuovo, ed i cui risultati furono già comunicati con nota preventiva a questa R. Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche [1]), mi dispensa dal citare una bibliografia molto estesa; mi basterà solo notare alcune ricerche che hanno una certa relazione con quelle da me intraprese.

[1]) *Rendiconti*, Fasc. I-III, 1892.

Hankin [1]) ha trovato nella milza delle speciali globuline cui egli attribuisce un forte potere microbicida, tanto che inoculando dei microrganismi patogeni assieme a della polpa splenica più o meno stemperata in acqna sterilizzata gli animali in esperimento restano perfettamente immuni dall'infezione. Analoghe sostanze, che egli è indotto ad identificare colla *citoglobulina* β di Halliburton, avrebbe trovato nel sangue e nelle glandule linfatiche, ma sempre però in quantità minore che nella polpa splenica.

Cesaris-Demel [2]), nell'Istituto di Anatomia Patologica di Torino, ha trovato che iniettando nella giugulare di conigli smilzati delle culture di pneumococco filtrate alla Chamberland, non si riesce a vaccinare questi animali contro l'infezione pneumonica, come Foà ha dimostrato avverarsi pei conigli normali. Da questo con ragione ha concluso per un'azione di ordine chimico che deve esercitare la milza nel conferimento delle immunità artificiali.

Un fatto analogo è quello dimostrato da Tizzoni e Cattani [3]) che cioè i conigli smilzati non sono suscettibili, come i normali, all'immunizzazione contro il tetano col metodo speciale ideato di questi autori. Perciò, quindi, anche essi hanno argomentata l'esistenza di un rapporto tra la milza, i fermenti chimici contenuti nel sangue e la genesi delle sostanze immunizzanti del siero.

Contro le ricerche dei precedenti autori stanno, però, quelle più recenti di Foà e Scabia [4]) e di A. Kantack [5]), i quali hanno immunizzati gli animali anche smilzati vaccinandoli rispettivamente con culture di pneumococco e di C. pyociameus.

Tralascio qui espressamente i lavori di Martinotti e Barbacci [6]), di Kurlow [7]) e di Bardach [8]) che riguardano le relazioni generali tra la milza e le immunità e quindi non hanno nessuna attinenza coi miei esperimenti.

La tecnica delle mie ricerche è stata delle più semplici, operare degli animali di splenectomia (a preferenza cani e conigli) e poi fare le prove del potere germicida del loro sangue a diverso spazio di tempo della subita operazione.

Non insisto sui particolari della splenectomia che è una operazione relativamente facile; solo stimo utile accennare di avere eseguito, per portar via la milza, sempre il taglio della linea alba, e credo di potere assicurare che questo taglio dà risultati migliori di quello dell'ipocondrio sinistro proposto dal Bernard, specialmente quando si ha cura di operare su di animali a stomaco vuoto e quando si è acquistata una certa pratica a riconoscere, al tatto, la milza nella sua topografia normale.

Le prove del potere germicida del sangue negli animali così operati, venivano fatte, ordinariamente, dopo 15 e 25-30 giorni dall'ablazione della milza e poi riprese dopo 2 mesi circa. Credo quasi inutile dire che prima di sottoporre l'animale alla splenoctomia mi assicurava del potere germicida del suo sangue.

[1]) *A bakteria-killing Globulin. Proc. Roy. Soc.* London XLVIII, p. 93-101.
[2]) *Contributo alla conoscenza della milza nelle malattie infettive. Riforma medica,* 1891, p. 40.
[3]) *Rendiconti della R. Accademia delle Scienze di Bologna*, 14 febbraio 1892.
[4]) *Gazz. med. di Torino,* 1892, 13, 14, 15.
[5]) *Centralbl für Bacteriologie.* Bd. XII, 7-8.
[6]) *Morgagni*, 1888.
[7]) *Arch. für Hygiene*, 1891.
[8]) *Annales de l'Inst. Pasteur*, 1889, N. 11, e 1890, N. 1.

Il sangue veniva a preferenza preso dalle arterie. Come dettaglio operatorio tengo a far notare che, mentre nei cani rilevava il sangue in modo asettico servendomi di una cannula sterilizzata introdotta nell'arteria, pei conigli e per le cavie, invece ad economia di tempo e ad evitare un inquinamento possibile ad avverarsi durante la manovra un po' lunga e difficile dell'introduzione della cannula nella sottile arteria, prendeva il sangue direttamente da questa e lo faceva zampillare nel recipiente sterilizzato. Al pari di quanto riferisce Lubarsch, non ho avuto mai, con questo metodo, alcun inquinamento dai microganismi dell'ambiente. Di solito, non potendo ottenere tanto sangue da studiarne il solo siero, perchè i salassi troppo abbondanti e ripetuti avrebbero compromessa la vita dell'animale e forse anche disturbato in altro modo le mie ricerche, usava il sangue defibrinato col metodo di Nissen, che consiste nell'agitare il sangue ancora liquido in un recipiente sterilizzato contenente delle perle di vetro attorno alle quali si raccoglie la fibrina. Qualche volta ho provato anche isolatamente il siero e, come era già stato osservato, non ho avuto alcuna differenza in confronto del sangue defibrinato.

Per la prova del potere microbicida ho seguito il metodo usato generalmente in simili ricerche. Da culture in brodo di 1 o 2 giorni di singole specie di microrganismi prendevo un ansa che innestavo in 4 o 5 c. c. di sangue defibrinato asettico; quando la cultura era troppa densa la diluiva precedentemente con acqua distillata. Dopo l'innesto nel sangue, col metodo delle piastre di gelatina alla Koch, numeravo i microrganismi esistenti in esso immediatamente dopo l'innesto e quindi successivamente dopo un'ora, due ore e ventiquattro ore, mantenendo il sangue in esame nella stufa a 37° C.

Circa i microrganismi adoperati pel saggio della proprietà germicida ho cercato di scegliere quelli più sensibili all'azione del sangue, ed ho quindi, quasi sempre, adoperato il bacillo del tifo e del colera. Pel sangue dei conigli soltanto ho talvolta impiegato il b. anthracis, prendendolo, ad evitare la sporificazione, dalla polpa splenica di conigli morti di carbonchio, stemperata in alquanto brodo di cultura.

Nel riferire le mie ricerche credo inutile riportare tutti quanti i risultati che ottenni dall'esame del sangue dei molti animali operati; solo mi limito ad alcuni che mi sembrano i più tipici.

1. Cane bianco bastardo. Peso Kg. 7, operato di splenectomia il 29 Settembre 1891. Il sangue esaminato prima dell'operazione mostrò un potere microbicida normale. Si esamina il sangue dopo 15 giorni dell'operazione e si ottiene il seguente risultato.

I. — Sangue del cane N. 1 esaminato dopo 15 giorni

Microrganismi innestati	Numero di microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	25000	2500	10	30
Colera I	10000	350	7	8
Colera II	7410	180	40	0

II. — Sangue del cane N. 1 esaminato dopo 20 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	11970	7930	6025	innumerevoli
Colera I	12000	9230	7962	»
Colera II	9096	4835	5723	»

III. — Sangue del cane N. 1 esaminato dopo 36 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	5935	6212	8323	innumerevoli
Colera I	3218	3890	4207	»
Colera II	6090	6000	8753	»

IV. — Sangue del cane N. 1 esaminato dopo 2 mesi

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	7838	5439	5324	innumerevoli
Colera I	2436	2332	2098	»
Colera II	324	308	300	»

V. — Sangue del cane N. 1 esaminato dopo 4 mesi

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	698	3	2-3	0
Colera I	4234	5-8	4·5	38
Colera II	400	20	10-15	18-20

N. 2. Cane giovane. Peso Cg. 5,200. Operato il 19 Novembre 91. Potere germicida normale al momento dell'operazione. Si esamina il sangue dopo 15 giorni.

I. — Sangue del cane N. 2 esaminato dopo 15 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo I	6230	2000	1800	innumerevoli
Tifo II	7700	3260	1000	»
Colera	11600	8000	7432	»

II. — Sangue del cane N. 2 esaminato dopo 29 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo I	7843	10324	30345	innumerevoli
Tifo II	8540	8748	9320	»
Colera	5020	6900	12094	»

III. — Sangue del cane N. 2 esaminato dopo 4 mesi

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo I	6034	8-10	3-5	18
Tifo II	8238	4-7	5-7	10
Colera	2000	1-2	0-2	0-3

Coniglio giovane. P. kg. 1,250. Operato il 20 Luglio 92.

I. — Sangue esaminato dopo 10 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	11520	359	235	42
Colera	5625	5	3	0
Carbonchio	8835	17	10	9-10

II. — Sangue esaminato dopo 20 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	2057	2646-2090	3098	innumerevoli
Colera	2590	3348-2960	6000	»
Carbonchio	388	498-500	838-840	»

III. — Sangue esaminato dopo 30 giorni

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	2160	1892	1878	innumerevoli
Colera	1404	1380	1200	»
Carbonchio	6038	5388	5000	»

IV. — Sangue esaminato dopo 2 mesi

Microrganismi innestati	Numero dei microrganismi			
	Immediatamente all'innesto	dopo 1 ora	dopo 2 ore	dopo 24 ore
Tifo	828	0-3	0 1	0
Colera	3974	327	200-250	400
Carbonchio	789	25	7-10	38

Da queste tabelle risultano alcuni fatti non privi d'importanza:

1. Che l'estirpazione della milza, almeno nei cani e nei conigli, toglie per un certo tempo la facoltà microbicida al siero di sangue.

2. Che, dopo l'estirpazione della milza, il potere microbicida del sangue dell'animale operato, prima di scomparire, subisce delle fasi graduali di diminuzione, fasi che in media si estendono dal 15° al 30° giorno dell'operazione.

3. Che nei primi 15 giorni, in media, dalla subita splenectomia, il potere microbicida si mantiene normale o quasi.

4. Che dopo la completa scomparsa, che dura dai 20-30 giorni, mano mano il sangue viene riacquistando la sua facoltà germida, sicchè dopo 3-4 mesi non mostra, da questo lato alcuna differenza rispetto al sangue degli animali sani.

5. Che questi vari mutamenti che l'ablazione della milza provoca nel potere germicida del sangue avvengono più rapidamente negli animali giovani che nei vecchi più rapidamente nei conigli che nei cani.

Le considerazioni teoriche, che possono ricavarsi da questi semplici dati, sono abbastanza importanti. Innanzi tutto, dai rapporti innegabili tra l'ablazione della milza ed il potere microbicida del sangue resta ancora una volta confermata la funzione emopoietica del viscere splenico, funzione che si esplica, da questo lato, sui componenti del plasma. Secondariamente la curva dell'intensità del potere germicida nel sangue degli animali privati di milza depone pel fatto che le sostanze battericide si formino nella milza restino nel circolo per un certo tempo dopo che questa è stata asportata e ricompaiano per la funzione vicariante che gli organi emopoietici avrebbero tra loro.

Ma la conseguenza più importante, che l'indole però del presente lavoro mi permette di accennare soltanto di volo, è quella che può ricavarsi pe' rapporti che passano tra immunità e potere microbicida del sangue. Mi basti il dire come, dalle ricerche in esame, la teoria umorale dell'immunità tragga un appoggio non lieve. Dal momento in fatti che Bardach ha dimostrato che gli animali smilzati perdono alcune immunità naturali come quella dei cani verso il carbonchio e dei conigli verso il primo vaccino Pasteur, dal momento che Cesaris-Demel, Tizzoni e Cattani hanno provato lo stesso per le immunizzazioni artificiali, è chiaro che se si mettono tali fatti in confronto coll'altro che l'ablazione della milza può togliere in un dato momento il potere germicida al sangue, non si può fare a meno di riconoscere uno stretto rapporto tra le im-

munità ed il potere che hanno i liquidi organici di distruggere i germi in essi innestati. I dati di Kurlow, di Martinotti e Barbacci, di Foà e Scabia, e di Kantack, che non andrebbero di accordo nè cogli autori innanzi citati, nè colle mie ricerche, forse dipenderanno da osservazioni fatte in periodi in cui l'ablazione della milza non aveva ancora tolto al sangue il potere germicida oppure questo vi era già ritornato per la funzione vicariante degli altri organi emopoietici. Da questo lato, quindi, la quistione merita di essere seriamente ripresa nell'interesse della teoria dell'immunità.

II.

L'occasione di avere dagli animali smilzati un sangue privo di potere microbicida, e ciò senza che abbia subito alcun brusco trattamento (come riscaldamento, asfissia dell'animale etc.), mi ha messo in grado di illustrare diverse quistioni riguardanti l'attività germicida.

a) A che cosa è dovuto il potere germicida del sangue?

Su tale quesito le ipotesi degli autori sono le più disparate.

Alcuni (Ducleaux) credono che la facoltà microbicida non sia che un fenomeno del sangue *in vitro* e che sia fornita da sostanze provenienti dalla decomposizione postmortale del plasma sanguigno. Ma, a prescindere che questa opinione è seriamente infirmata da esperienze che dimostrano il potere germicida del sangue nei vasi (De Giaxa), è chiaro che viene del tutto ora distrutta dalle mie ricerche che provano come nel sangue degli animali smilzati, il quale è soggetto agli stessi sdoppiamenti postomortali, tali sostanze battericide non si formino.

Un'altra ipotesi, che gli attuali esperimenti escludono del tutto, è quella emessa prima dal Metschnikoff e ripresa poscia dal de Cristhmas, secondo cui la distruzione dei germi innestati nel sangue non dipende che dal brusco passaggio che questi fanno dall'ordinario brodo di cultura in un terreno del tutto nuovo qual'e il sangue defibrinato o il siero. Non si comprende infatti per quale ragione i microrganismi adattati all'ambiente del brodo di cultura non risentano alcuna influenza contraria quando passano nel sangue degli animali smilzati.

Messe dunque da parte queste due ipotesi, restano a discutersi quelle che fanno dipendere la facoltà germicida da speciali sostanze contenute nel siero.

Prima tra esse è quella di Büchner il quale in diverse pubblicazioni [1]) sostiene che il potere microbicida, sia dato al sangue dalla presenza di sostanza da lui dette *alexine* e che non sarebbero che gli albuminoidi ordinari del siero ma in uno stato attivo (wircksamer Zustand), in uno stato semivivente. D'altra parte, con esperienze di dializzazione e diluizione del sangue con acqua distillata e con soluzione di $NaCl$ al 0,7 % ha dimostrato che il potere microbicida del sangue è ancora in intimo rapporto colla quantità e presenza dei sali nel siero sanguigno, ed ha inoltre osservato che tanto le globuline precipitate coll'CO^2 quanto le sieroalbumine rimaste disciolte nel siero hanno tutte potere microbida.

Hankin opina, al contrario, come si è già detto, che il sangue debba la facoltà di distruggere i germi ad una speciale globulina, la *citoglobulina* β di Halliburton.

[1]) *Centralblat für Bacteriologie,* VI Band, N. 1 e 21. — *Medic. Centralbl.* 1890.

Ogata [1]) a sua volta, è andato all'idea che la sostanza germicida sia costituita da un fermento, fermento che egli è riuscito a dimostrare nel sangue con un metodo che verrà ora descritto.

Più recentemente Emmerich, Tsuboi e Steinmetz [2]), sono venuti alla conclusione che le sostanze germicide del sangue non siano che le normali sieroalbumine e che non si debba parlare ne di fermento nè di stato attivo o semevivente degli albuminoidi, poichè le siero-albumine, isolate, coi nostri mezzi chimici ordinari ripigliano il potere microbicida che avevano perduto colla precipitazione, quando vengono opportunamente disciolte in una soluzione anche debole di carbonato alcalino.

Stando in questi termini la quistione, è chiaro che l'esame chimico del sangue di animali che per la patita splenectomia fornivano un siero sprovvisto di potere germicida poteva in qualche modo illustrare l'argomento.

Prima di ogni altro per controllare l'ipotesi di Büchner, ha dosato la quantità dei sali nel siero degli animali smilzati; ma analogamente a quanto hanno osservato altri sperimentatori, nel sangue degli animali privi di milza, non ho potuto verificare che oscillazioni di lievissima entità nel contenuto salino. I sali sono stati calcolati dalle ceneri.

Quindi, come controllo alle ricerche di Emmerich.-Tsubi e di Büchner, sono passato all'isolamento delle sieroalbumine dalle sieroglobuline, seguendo il metodo di Büchner, che è poi quello tenuto ordinariamente in chimica biologica, la precipitazione, cioè, della sieroglobulina facendo passare pel siero di sangue diluito con *NaCl* al 0,7 %, una debole corrente di CO^2 ed operando, come si comprende, sempre in modo asettico. Dopo un certo tempo ho raccolto un precipitato abbondante; le siero-albumine rimaste disciolte, come le sieroglobuline costituite dal precipitato, si mostrarono affatto sprovvedute di attività germicida. Questa ricerca il cui risultato era prevedibile potrebbe sembrare superflua, poichè se il sangue *in toto* ha perduto coll'estirpazione della milza il potere germicida, ciò vuole dire che l'ànno perduto i singoli costituenti, ma ho voluto eseguirla solo per vedere se per avventura la precipitazione con CO^2 induce, anche negli albuminoidi che ne sono sprovvisti, un potere microbicida e controllare così le ricerche Büchner, Orthemberger e degli altri che hanno seguito questo metodo.

Avrei poscia dovuto esaminare il sangue degli animali smilzati anche rispetto alla *citoglobulina* β di Halliburton cui Hankin, come si sa, attribuisce tutta l'importanza nel conferire al sangue l'attività germicida; ma tenuto presente che osservatori degni di fede l'hanno trovata anche nel sangue degli animali smilzati (Wooldrige) e che della mia osservazione risultava che le globuline *in toto* del siero degli animali smilzati erano prive di potere battericida, ho creduto superfluo perdermi attorno ad un processo piuttosto lungo e complicato, mentre aveva la certezza di un risultato negativo.—Nè differente risultato poteva aspettarmi eseguendo sul sangue degli animali smilzati, le prove di Emmerich, Tsuboi e Steimmetz, ragione per cui le ho tralasciate.

Sono perciò passato alla ricerca del fermento microbicida, nel sangue degli animali da me operati, seguendo il metodo descritto da Ogata. Tale metodo, tutto com-

[1]) *Centralblat für Bacteriologie,* 16 Mai, 1891.
[2]) *Centralbl. für Bact.* XII Band. 13-14-15.

preso, è quello ordinario di v. Wittich per l'estrazione dei fermenti dalle glandole digerenti mercè la glicerina, solo nell'eseguirlo pel sangue si richiede uno speciale rigore di proporzioni e di esattezza. Ad una parte di sangue defibrinato oppure, meglio, di siero sanguigno, si aggiungono dieci a quindici volumi di un miscuglio a parti uguali di alcool assoluto e di etere solforico. Si agita bene tutto e si ottiene un precipitato abbondante che si lascia depositare per uno a due giorni, a capo a questo tempo si filtra, si raccoglie il precipitato e si asciuga all'aria. La massa disseccata viene polverizzata finamente in un mortaio e quindi viene trattata con un miscuglio a parti eguali di acqua e glicerina, leggermente riscaldato, in proporzione della metà del sangue, oppure semplicemente con acqua tepida nello stesso rapporto. Dopo aver lasciato il tutto da parte per 3-5 minuti, si cola rapidamente per mezzo di un pannolino e poscia si filtra il liquido ottenuto. A quest'ultimo filtrato si aggiungono 10 volumi di un miscuglio a parti eguali di alcool ed etere, si agita bene e si lascia da parte per 24 ore. Si ottiene così un precipitato a grossi fiocchi molto tenui, che dopo la filtrazione si raccoglie e si asciuga. La massa asciutta viene disciolta in un miscuglio di acqua e glicerina in rapporto della metà del volume del sangue impiegato e poi viene filtrata. In quest'ultimo filtrato, sarebbe, secondo Ogata, disciolto il fermento battericida tanto che ne bastano poche gocce diluite in sufficiente acqua per formare un miscuglio energicamente germicida.

Per accettare con più fiducia un possibile risultato negativo, che avrei potuto ottenere nella ricerca di questo fermento nel sangue degl'animali smilzati, ho voluto prima trattare col metodo Ogata il sangue di animali sani e provvisti di azione germicida e debbo convenire di aver trovate più che esatte le asserzioni di questo autore; anzi ho fatto subire un eguale trattamento anche alla polpa splenica di cane, da cui ho ricavato dei precipitati abbondanti che indicavano senza dubbio la ricchezza della sostanza battericida in essa contenuta. Passando quindi all'esame del sangue degli animali smilzati, e seguendo rigorosamente lo stesso metodo, mi son potuto convincere che esso non conteneva il fermento di Ogata, poichè le prove fatte coll'ultimo estratto glicerico in cui avrebbe dovuto trovarsi il fermento germicida, riuscirono sempre negative.

In presenza adunque di tali risultati, si può essere indotti ad ammettere che il potere microbicida del siero sanguigno sia appunto dovuto al fermento di Ogata; ed i risultati contradittori di Buchner, di Hankin, di Emmerich e di altri, che hanno riscontrato un potere germicida in altri costituenti del siero, possono spiegarsi supponendo che i mezzi di precipitazione da loro impiegati abbiano trascinato, assieme alle sostanze che essi cercavano d'isolare, anche il fermento d'Ogata che loro ha comunicata l'attività germicida.

Circa la teoria di Buchner, poi, dello stato semivivente degli albuminoidi del siero, questa non viene molto appoggiata dalle mie ricerche, in quanto che gli albuminoidi del siero di sangue degli animali senza smilza non possono dirsi certamente morti, eppure sono sprovveduti di potere battericida.

b) Identità tra la sostanza microbicida e globulicida del siero.

Un'altra quistione che ho potuto facilmente risolvere in base ai rapporti tra l'estirpazione della milza ed il potere germicida del sangue è stata quella dell'identità tra il potere globulicida e germicida del siero di sangue.

Quando fu messo in evidenza il potere microbicida del sangue, si volle trovare una relazione tra questo ed il potere globulicida. Si suppose cioè che, come il siero di san-

gue distrugge i germi in esso introdotti, così per la stessa facoltà dissolve i globuli del sangue di animali di specie diversa, come venne dimostrato prima dal Giannuzzi e dal Landois e poscia dagli altri autori.

Il rapporto tra potere germicida e globulicida del siero di sangue, variamente interpretato e discusso, venne in certo modo recentemente dimostrato da Daremberg [1]), ma con un metodo però diverso da quello che sono stato in grado d'impiegare io. Egli, fondandosi sul fatto scoperto da Buchner che cioè il sangue, riscaldato a 52° C per 6 ore o a 55° C per mezz'ora, perde ogni potere microbicida, ha fatto subire al siero di sangue di diversi animali un simile trattamento ed ha potuto vedere che questo, come perdeva il potere germicida così perdeva ancora l'azione dissolvente sui globuli di animale di specie diversa e diventava un liquido di conservazione del tutto indifferente.

Al medesimo risultato era però già pervenuto il Buchner il quale aveva osservato che dopo un certo tempo da che è stato estratto dai vasi il sangue perde tanto il potere microbicida quanto il potere globulicida.

Io, trovandomi nell'opportunità di avere, dagli animali smilzati, un sangue privo di potere microbicida, ho voluto provarlo anche rispetto alla facoltà di distruggere i globuli di animali di specie diversa e son giunto a risultati concordi con quelli degli autori precedentemente citati.

Le esperienze sono state fatte sempre in confronto col siero di sangue di animali in condizioni fisiologiche. In due provette venivano messi rispettivamente eguali quantità di siero di sangue di cane sano e di sangue di cane smilzato, privo di potere germicida, ed a ciascuna di esse venivano aggiunte delle piccole quantità di sangue defibrinato di coniglio o di rana (1-5 gocce). A capo di pochi minuti il siero normale discioglieva i globuli eterogenei ed assumeva la caratteristica tinta di lacca, mentre il siero di cane smilzato li conservava perfettamente nella forma e nel numero, tanto che anche dopo 24 ore il contaglobuli non dimostrava alcuna distruzione di essi. Quando si vuole protrarre l'esperienza sino alle 24 ore o più bisogna operare in modo asettico per impedire la putrefazione e quindi il dissolvimento dei globuli.

c) L'estirpazione della milza toglie anche agli altri liquidi dell'organismo il potere microbicida?

Si conosce infatti che non solo il siero di sangue ha facoltà microbicida, ma che ne sono provvisti ancora gli altri liquidi dell'organismo come l'umore acqueo (Nuttal), il liquido pericardico (Buchner, Lubarsch), il succo muscolare (Tria), il succo delle glandule linfatiche (Hankin), il latte, il bianco d'uovo ecc.

Ora io ho voluto provare se negli animali smilzati il succo di questi organi conserva o non il proprio potere germicida, e risolvere così la quistione se tale loro potere germicida viene loro comunicato dal sangue o è indipendenza dell'attività dei tessuti da cui si rileva il succo.

Ho scelto per queste prove l'esame del succo muscolare degli animali privi di milza, stimando inutile ripetere l'esperimento per gli altri liquidi parenchimali e secretivi.

Per la tecnica rimando al lavoro originale del Tria [2]). I muscoli furono presi dagli

[1]) Archives de medicine experimentale, N. 6, 1891.

[2]) Rendiconto di questa R. Accad, 1889.

animali smilzati nel periodo appunto in cui il loro sangue era privo di potere germicida. Ho usato per le prove soltanto il bacillo del tifo, sia perchè ho creduto inutile moltiplicare le prove per altri microrganismi, sia perchè aveva a fare con un succo decisamente acido e che per semplicità di ricerca non voleva neutralizzare. Le prove fatte dimostrarono che il succo muscolare degli animali smilzati era privo di potere germicida.

Ora questa mia ricerca, come dimostra la dipendenza del sangue del potere germicida di almeno uno dei più importanti liquidi parenchimali, conferma d'altra parte la osservazione del Tria che cioè la facoltà germicida del succo muscolare non dipende dalla sua reazione acida, ma da speciali sostanze battericide.

CONCLUSIONI

Dalle ricerche esposte può dedursi:

1° Che l'ablazione della milza toglie, per un certo tempo, la facoltà germicida al siero di sangue;

2° Che la sostanza germicida del siero, è, a quanto pare, lo speciale fermento descritto da Ogata;

3° Che il sangue degli animali smilzati perde, col potere germicida, anche quello globulicida;

4° Che anche gli altri succhi parenchimali, coll'ablazione della milza, perdono la loro facoltà battericida.

Nel terminare ringrazio l'illustre Prof. Albini per gl'incoraggiamenti cui mi è stato largo in questo mio studio.

Fossili nella dolomia triasica dei dintorni di Mercato S. Severino, in provincia di Salerno; NOTA *del Socio Ordinario* **F. Bassani.**

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1892) — (Sunto dell'Autore)

Questo breve lavoro porge un nuovo contributo alla conoscenza del trias superiore *(Hauptdolomit)* della provincia di Salerno. Esso cita e figura le specie seguenti, raccolte nella dolomia dei dintorni di Mercato S. Severino:

Turbo solitarius Benecke
Turbo sp.
Neritopsis sp.
Chemnitzia sp.
Avicula exilis Stopp.
Pinna reticularis Ben.
Cardita cfr. *crenata* Goldf.
Megalodon Gümbeli Stopp.
Fimbria (Sphaeriola) Mellingi Hauer sp.
Mytilus cfr. *Münsteri* Klipst.
Mytilus radians Stopp.
Mytilus Cornalbae id.
Lima sp.

RAPPORTO *sulla Nota del Prof.* V. Mollame.

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1892)

L'Autore dà principio alla sua breve Nota con un teorema, che riconduce la teoria delle radici primitive dell'unità negativa a quella, universalmente nota, delle radici primitive dell'unità positiva. Nel resto della Nota egli svolge completamente tale concetto esponendo i punti principali della teoria delle radici primitive dell'unità negativa mediante altrettanti teoremi da lui dimostrati con molta chiarezza e semplicità.

Vi proponiamo pertanto che la nota del prof. Mollame venga inserita nei Rendiconti della nostra Accademia.

E. FERGOLA
L. PINTO
A. CAPELLI, *relatore.*

Sulle radici primitive dell'unità negativa; NOTA *di* **V. Mollame.**

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1892)

La definizione d'una radice primitiva m.esima dell'unità positiva, o dell'equazione $x^m = 1$, si estenda al caso dell'unità negativa, o dell'equazione $x^m = -1$; si avranno allora i teoremi seguenti.

TEOREMA I. — *Le equazioni*

$$x^m = -1 \qquad (1)$$

$$x^{2m} = 1 \qquad (2)$$

hanno le stesse radici primitive.

Sia in fatto x una radice primitiva dell'equazione (2): siccome

$$x^{2m} - 1 = (x^m - 1)(x^m + 1),$$

così la detta radice x, che annulla il primo membro della precedente identità, deve annullarne anche il secondo. Ciò intanto non può avvenire per il fattore $(x^m - 1)$, altrimenti non sarebbe x radice primitiva dell'equazione (2): quindi x deve annullare l'altro fattore $x^m + 1$; cioè deve x essere radice dell'equazione (1); e precisamente una radice primitiva. Imperocchè se potesse x verificare anche l'equazione

$$x^{m-h} = -1$$

dovrebbe pur verificare l'altra seguente equazione

$$x^{2m-2h} = 1$$

e non sarebbe allora x una radice primitiva dell'equazione (2), come si era supposto.

Reciprocamente, se x è una radice primitiva dell'equazione (1) è radice primitiva anche dell'equazione (2). In effetti x è radice di quest'ultima equazione, come è chiaro, e se non ne fosse radice primitiva dovrebbe x, come è noto, essere radice di una equazione della forma

$$x^d = 1 \tag{3}$$

dove d è un divisore di $2m$, minore di $2m$. Intanto d non può essere nè maggiore, nè uguale ad m; altrimenti nel primo caso dovrebbe essere d uguale a $2m$, mentre è invece d minore di $2m$ e nel secondo caso insieme alla equazione (1) si avrebbe l'altra equazione $x^m = 1$, che è la (3) per $d = m$, entrambe verificate da una stessa radice, ciò che è assurdo. Ciò posto, dividasi m per d e siano q ed r il quoziente ed il resto della divisione. L'equazione (1), scritta come segue,

$$(x^d)^q x^r = -1,$$

se la sua radice x soddisfa l'equazione (3) diviene

$$x^r = -1$$

ed allora, essendo r minore di d e quindi minore di m, non sarebbe x una radice primitiva dell'equazione (1). In conseguenza una radice primitiva x di quella equazione mentre è pure radice dell'equazione (2) non può verificare alcuna equazione della forma (3), nella quale d è un divisore di $2m$: adunque x deve essere radice primitiva anche dell'equazione (2).

Il numero delle radici primitive dell'equazione (2) è espresso da $\varphi(2m)$, come è noto: quindi, in virtù del precedente teorema si ha che

L'equazione $x^m = -1$ *ha* $\varphi(2m)$ *radici primitive.*

In particolare *le radici dell'equazione*

$$x^{2^\mu} = -1$$

sono tutte primitive; giacchè $\varphi(2^{\mu+1}) = 2^\mu$.

L'equazione $G(x) = 0$ *che ha per radici le radici primitive dell'equazione* (1) *è razionale*: poichè essa è l'equazione che ha per radici le radici primitive dell'equazione (2) e che, come è noto, è un'equazione razionale.

Teorema II. — *Una radice non primitiva dell'equazione* (1) *è radice primitiva di un'equazione*

$$x^a = -1\ , \tag{4}$$

che ha la stessa forma dell'equazione (1) *e nella quale* a *è un divisore di* m *che dà un quoziente dispari.*

Sia in fatto x una radice non primitiva dell'equazione (1): e però x deve essere radice di qualche equazione della forma (1), ma di grado inferiore. L'equazione (4) sia quella fra le equazioni della forma (1) che sono soddisfatte da x, la quale ha il più pic-

colo grado. Dividasi m per a e siano α e β il quoziente ed il resto della divisione. L'equazione (1), che può scriversi

$$(x^a)^\alpha x^\beta + 1 = 0 \ ,$$

diviene, in virtù dell'equazione (4),

$$x^\beta + (-1)^\alpha = 0 \ ,$$

e questa, secondo che α è pari od impari, si riduce alla prima od alla seconda delle seguenti equazioni

$$x^\beta = -1 \qquad (5)$$

$$x^\beta = 1 \ . \qquad (6)$$

Il primo caso intanto non può avvenire; altrimenti dovendo essere x radice dell'equazione (5), non potrebbe essere radice primitiva dell'equazione (4), come si è assunto. Il secondo caso può verificarsi solo allorquando è $\beta = 0$; giacchè se non è $\beta = 0$, dividendo a per β ed indicando con γ e δ il quoziente ed il resto della divisione, l'equazione (4) che può scriversi

$$(x^\beta)^\gamma x^\delta = -1 \ ,$$

diviene, in virtù dell'equazione (6)

$$x^\delta = -1 \ ,$$

e si conchiude di nuovo che x non potrebbe essere radice primitiva dell'equazione (4). Deve dunque essere α dispari e $\beta = 0$; perciò a è di m un divisore che dà un quoziente dispari.

Dal precedente teorema segue immediatamente che:

Se m *è un numero primo le radici dell'equazione* $x^m = -1$, *salvo l'unità negativa, sono tutte primitive.*

Teorema III. — *Affinchè le equazioni*

$$x^m = -1 \ , \quad x^n = -1 \qquad (7)$$

abbiano radici comuni, è necessario e sufficiente che in m *ed in* n *il fattore* 2 *abbia uno stesso esponente.*

In tal caso, se d *è il massimo comun divisore fra* m *ed* n *le radici comuni alle equazioni* (7) *sono quelle dell'altra equazione*

$$x^d = -1. \qquad (8)$$

Una radice comune alle equazioni (7) non potendo esser primitiva per entrambe, deve, in virtù del teorema II, esser radice di qualche equazione della forma

$$x^a = -1 \qquad (9)$$

dove a è un divisore comune ad m ed n, che deve dar luogo a due quozienti dispari. Viceversa ogni radice dell'equazione (9) è radice comune alle equazioni (7) giacchè x^m+1, ed x^n+1 sono divisibili per x^a+1. Sia $m=2^\mu pq\ldots, n=2^{\mu'}p'q'\ldots$, dove p, $q,\ldots,p',q',\ldots$ sono numeri dispari. I divisori di m che dànno luogo a quozienti dispari devono avere il fattore 2^μ, e quelli analoghi di n devono avere il fattore $2^{\mu'}$: e però se non è $\mu=\mu'$ non potrà esservi alcun divisore comune ad m ed n che dia luogo a quozienti dispari. Posto dunque $\mu=\mu'$ il massimo comun divisore d fra m ed n è della forma $2^\mu p''q''\ldots$ dove $p'', q''\ldots$ sono numeri dispari ed i quozienti $\frac{m}{d}$ ed $\frac{n}{d}$ sono numeri dispari: perciò le radici dell'equazione (8) appartengono ad entrambe le equazioni (7).

Viceversa ogni radice comune alle equazioni (7) dovendo appartenere ad un'equazione della forma (9) apparterrà pure all'equazione (8) giacchè d è divisibile per a ed il quozionte $\frac{d}{a}$ è impari, a motivo della forma che devono avere i numeri d ed a.

Teorema IV. — *Se* m *è pari, e solo allora, le radici primitive dell'equazione* (1) *sono a due a due eguali e di segno contrario: ed altrettanto avviene delle radici primitive dell'equazione* (2).

La prima parte di questo teorema è conseguenza della seconda, e viceversa, in virtù del teorema I.

Sia x_1 una radice primitiva dell'equazione (2), e sia $2m=2^\mu p$ dove p è un numero dispari ed è $\mu>1$. Se $-x_1$, che è pure radice dell'equazione (2) non ne è radice primitiva, sarà $-x_1$ radice di un'equazione della forma

$$x^{\frac{2m}{d}}=1 \tag{10}$$

nella quale è d un divisore, diverso da 1, di $2m$. Adunque sia

$$(-x_1)^{\frac{2m}{d}}=1. \tag{11}$$

Il quoziente $\frac{2m}{d}$ non può esser pari, altrimenti da

$$(x_1)^{\frac{2m}{d}}=1$$

seguirebbe dover essere x_1 radice dell'equazione (10), nel quale caso non sarebbe x_1 radice primitiva dell'equazione (2). Dovendo esser dispari il quoziente $\frac{2m}{d}$ cioè $\frac{2^\mu p}{d}$ deve essere $d=2^\mu p'$, dove p' è un divisore di p. L'eguaglianza (11) diviene

$$x_1^{\frac{2m}{d}}=-1$$

e questa mostra che x_1 è radice dell'altra equazione

$$x^{\frac{2m}{d}}=-1$$

e perciò x_1 è pure radice dell'equazione

$$x^{\frac{4m}{d}}=1: \tag{12}$$

e siccome x_1 si è supposta radice primitiva dell'equazione (2), dal confronto di quella equazione con la (12) risulta che $\frac{4m}{d}$ deve esser multiplo di $2m$: perciò può essere $d=1$, o $d=2$: ciò intanto non avviene, essendo $d=2^{\mu}p'$ e $\mu>1$. Dunque $-x_1$, che è radice dell'equazione (2) non è radice di nessuna equazione della forma (10): e perciò $-x_1$ è radice primitiva dell'equazione (2).

Una radice primitiva x_1 dell'equazione (2), che può scriversi $(x^m+1)(x^m-1)=0$, non potendo soddisfare l'equazione $x^m=1$ dovrà essere radice dell'altra equazione $x^m=-1$; e perciò $x_1^m=-1$.

Adunque se m è dispari, $-x_1$ sarà radice dell'equazione $x^m=1$ e non potrà essere radice primitiva dell'equazione (2).

Teorema V. — *Se* a *è una radice primitiva dell'equazione* (1), *i termini della serie*

$$a, a^3, a^5, \ldots, a^{2m-1} \tag{13}$$

esprimono tutte le radici di quella equazione.

Secondo che m *è dispari o pari, le radici dell'equazione* (1) *sono espresse anche dai termini dell'una o dell'altra delle serie seguenti:*

$$a, -a^2, a^3, -a^4, \ldots, -a^{m-1} \tag{14}$$

$$a, a^3, a^5, \ldots a^{m-1}, -a, -a^3, -a^5, \ldots, -a^{m-1} \tag{15}$$

In effetti a^k è radice dell'equazione (1) per ogni valore dispari di k, come è facile verificare. Oltre a ciò due termini della serie (13) non possono essere fra loro uguali, altrimenti da $a^k=a^{k'}$ seguirebbe, se è $k>k'$, $a^{k-k'}=1$ ed allora a, che è pure radice dell'equazione (2) non ne sarebbe radice primitiva, come dovrebbe, in virtù del teorema I.

La serie (13) poi, se m è dispari, può scriversi:

$$a, a^3, \ldots, a^m, a^{m+2}, a^{m+4}, \ldots, a^{m+m-1}$$

od anche, essendo $a^m=-1$,

$$a, a^3, \ldots, a^m, -a^2, -a^4, \ldots, -a^{m-1}$$

e si ha così la serie (14). Se invece m è pari, la serie (13) può scriversi

$$a, a^3, \ldots, a^{m-1}, a^{m+1}, a^{m+3}, \ldots, a^{m+m-1}$$

ossia

$$a, a^3, \ldots, a^{m-1}, -a, -a^3, \ldots, -a^{m-1}$$

e si ottiene così la serie (15).

Catania, Novembre del 1892.

Relazione *sulla Memoria del Sig.* G. de Lorenzo.

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1892)

Sulla geologia della regione montuosa che occupa la parte sud-ovest della Basilicata si aveano fino ad ora notizie assai vaghe ed incomplete. Il lavoro del signor de Lorenzo, che fornisce dati precisi sulle formazioni triasiche dei dintorni di Lagonegro, è perciò molto importante.

Nell'introduzione l'autore descrive brevemente la topografia della regione studiata, e, dopo aver detto che in questa Memoria egli intende occuparsi soltanto del Trias esistente in detta regione, fa una rivista rapida e sommaria dei terreni che si trovano in contatto o quasi con quelli triasici. Nota a questo proposito la probabile mancanza del retico e parla dei calcari grigi e neri bituminosi, sovrapposti alla *Dolomia principale* e presumibilmente liasici, ma che la scarsezza di fossili non permette ancora di riferire con sicurezza ad un orizzonte ben definito. Dopo aver segnalato la presenza di calcari a rudiste, riferibili forse al neocomiano o all'urgoniano, descrive le argille scagliose, di età non definibile e rappresentanti veri sedimenti marini, anzichè prodotti di eruzioni fangose. Aggiunge che nei dintorni di Lagonegro mancano affatto terreni terziarî molto recenti e richiama la presenza di depositi glaciali, già da lui descritti in altra Nota. Finalmente, esposto il piano del suo lavoro, incomincia subito la parte descrittiva di esso, seguendo l'ordine ascendente.

Nel primo capitolo considera la struttura e la distribuzione dei calcari dolomitici dei dintorni di Lagonegro, e, dopo aver notato la generale scarsezza di fossili in questa formazione, illustra le quattro specie da lui trovate: *Diplopora* del gruppo della *D. annulata* Benecke (?), *Traumatocrinus ornatus* Dittmar sp., *Posidonomya Wengensis* Wissmann e *Daonella Moussoni* Mérian sp.

Nel secondo capitolo descrive ampiamente l'estesa formazione di calcari con liste e noduli di selce ed i fossili in essi rinvenuti. Di questi fossili, due specie — la *Posidonomya gibbosa* Gemmellaro e la *Halobia sicula* id. — erano già note nel trias della regione occidentale della Sicilia, ed una terza — la *Halobia lucana* — è una specie nuova, che ha molti punti di contatto con la *H. lineata* Münster sp.

Nel capitolo seguente, dopo aver descritto la costituzione e la distribuzione degli scisti silicei varicolori, ricchi di radiolarie, rileva la grande variabilità della loro struttura e cerca di rendersene ragione mettendola in rapporto con i piegamenti, più o meno sensibili, subiti dalle rocce che la presentano. Si trova d'accordo con le conclusioni di Gümbel sul grado di fratturazione delle rocce e insiste sulla costruzione cupolare delle montagne di Lagonegro.

Nell'ultimo capitolo descrittivo tratta intorno al terreno triasico più recente di Lagonegro, la *Dolomia principale*, con le due specie fossili in esso contenute: l'*Avicula exilis* Stoppani ed il *Pecten inaequialternans* Parona.

In seguito a ciò, l'autore, con la scorta dei documenti paleontologici e stratigrafici, comincia dall'assegnare la parte superiore dei calcari con noduli di selce alla zona del *Trachyceras Aonoides*. Poi richiama rapidamente gli ultimi studii sul raibliano alpino e mostra la profonda differenza esistente fra questo terreno e le formazioni contempo-

ranee dei dintorni di Lagonegro e della regione occidentale della Sicilia. Esamina quindi minutamente la fauna trovata nei calcari a noduli di selce ed in quelli equivalenti della Sicilia occidentale, e dall'assoluto predominio di tipi schiettamente juvavici, crede di poter conchiudere che i terreni siculo-lucani del carnico inferiore dovettero depositarsi in mari comunicanti con quelli della provincia juvavica e annessi quindi al grande oceano della estesa provincia *artico-pacifica* di Mojsisovics.

Ritornando alla cronologia dei sedimenti triasici di Lagonegro, insiste sulla poca potenza della dolomia della zona dell'*Avicula exilis* e ritiene che ciò dipenda dal fatto che la parte inferiore di questa zona è probabilmente rappresentata dal complesso di scisti silicei a radiolarie.

Riguardo poi al calcare dolomitico, cerca, con una lunga e interessante discussione, di dimostrare che esso, al pari dei *Dolomit-Riffe* delle Alpi orientali, rappresenta delle vere scogliere coralline, la cui parte più alta, solo visibile a Lagonegro, si sarebbe formata nel tempo del *Tropites subbullatus.*

Fa quindi un breve cenno delle probabili condizioni fisiche che dovettero regnare nel mare della regione Lagonegrese durante il carnico, e riassume in un quadro tutto ciò che si riferisce alla corologia ed alla cronologia dei sedimenti studiati.

Finalmente, in un altro quadro, istituisce un parallelo fra i terreni del piano *carnico* dei dintorni di Lagonegro e gli equivalenti della Sicilia occidentale e della provincia juvavica.

Nell'ultimo capitolo descrive la tettonica dei terreni presi in esame, accompagnando la descrizione con numerosi profili, ad uno dei quali contrappone anche un profilo pigliato nelle Alpi Giulie dal signor Diener, per far notare l'identità di posizione, nelle due contrade, dei terreni sedimentarî rispetto alle scogliere coralline.

Fa in seguito delle considerazioni d'indole generale sui movimenti orogenetici subìti da questa regione, e conclude dicendo che l'origine della costruzione cupolare delle montagne triasiche sarebbe prodotta dalle forze prementi tangenziali, coadiuvate dall'intrusione di scogliere coralline fra i terreni sedimentarî.

Chiudono il lavoro nove succinte proposizioni, in cui sono riassunte tutte le osservazioni, le idee e le ipotesi esposte dall'autore sulle formazioni triasiche del Lagonegrese.

Da questo rapido esame della Memoria del signor de Lorenzo risulta evidente il grande interesse scientifico ch'essa presenta; onde la vostra Commissione vi propone ch'essa venga integralmente pubblicata negli *Atti* dell'Accademia.

L. Palmieri
E. Scacchi
F. Bassani, *relatore.*

Sul Trias dei dintorni di Lagonegro in Basilicata — (Piano carnico di Mojsisovics); MEMORIA *di* **Giuseppe de Lorenzo.**

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1892) — (Sunto dell'Autore)

Le formazioni dei dintorni di Lagonegro, qualcheduna eccettuata, appartengono al Trias superiore con sviluppo alpino e precisamente al piano *carnico* di Mojsisovics.

La più antica di esse è data da un calcare dolomitico a scogliera, con struttura compatta o finamente cristallina, spesso colorato in roseo, che comparisce in colline o promontori isolati al Monticello, al Roccazzo, nella valle del Chiotto ecc. Questo calcare, scarso generalmente di fossili, contiene *Traumatocrinus ornatus* Dittm. sp., *Posidonomya Wengensis* Wissm., *Daonella Moussoni* Mér. sp. e deve riferirsi alla parte inferiore del piano *carnico* con facies juvavica, ossia alla zona del *Tropites subbullatus.*

Appartengono probabilmente alla stessa zona gli strati più bassi dei calcari a noduli di selce, che formano il nucleo del monte Sirino e delle montagne maggiori di questa regione. Gli strati superiori invece, contenenti *Posidonomya gibbosa* Gemm., *Halobia sicula* Gemm. e *Halobia lucana* de Lor., sono contemporanei della parte superiore dei calcari con selce cornea della Sicilia occidentale, riferita dal prof. Gemmellaro alla zona del *Trachyceras Aonoides.*

La zona dell'*Avicula exilis* è rappresentata da due terreni nettamente distinti l'uno dall'altro: in basso, da un complesso di scisti silicei varicolori, ricchi di avanzi di radiolarie e privi di fossili macroscopici; in alto, da banchi di dolomia bianca farinosa, contenente gusci di *Avicula exilis* Stopp. e di altri pelecipodi.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

NOVEMBRE 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del Mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	Quantità delle Nubi 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Vento Direzione 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Velocità oraria in chilom. 9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	47.9	45.6	46.0	46.50	16.8	20.0	17.7	16.0	20.2	17.67	8.1	11.5	12.5	10.70	57	66	83	68.7	7	10	5	N	NW	W	11	2	5	—	2.0
2	46.1	45.6	46.3	46.00	18 5	18.6	16.0	15.8	19.7	17.50	12.3	12.1	11.4	11.93	78	76	84	74 0	4	7	3	WSW	WSW	SSW	12	10	6	2.7	2.0
3	46.8	46.5	48.6	47.30	16.4	17.5	14.5	14.1	18.0	15.75	11.4	9.8	10.5	10.57	82	66	86	78.0	9	4	2	SSE	SSW	W	0	10	0	5.3	1.0
4	51.1	51.1	53.1	51.78	15.2	17.3	14.8	14.0	17.7	15 43	10.8	11.3	11.0	11.04	84	77	88	83.0	8	1	4	NNE	W	N	1	0	4	—	1.2
5	54.4	53.5	53.7	53.87	15.5	17.7	14.1	12.8	17.9	15.07	8.7	8.3	10.4	9.13	66	56	87	69.7	0	0	0	NE	NNW	N	0	1	8	—	2.0
6	51.8	50.2	50.6	50.87	14.4	16.8	15.0	11.9	17.4	14.90	8.0	9.4	11.2	9.53	65	66	88	73.0	0	3	0	N	SSW	NE	0	3	2	—	1.8
7	51.2	49.8	51.2	50.73	13.5	16.5	14.2	13.1	18.3	14 78	8.1	9.6	8.6	8.77	71	69	72	70.7	9	1	2	N	ESE	NE	8	1	1	—	1.5
8	54.6	54.9	55.9	55.13	14.8	17.8	14.4	14.3	18.1	15.40	8.4	10.1	8.6	9 03	67	67	71	68 3	8	1	2	N	NNW	NE	8	1	7	—	3.0
9	56.1	54.7	54.2	55.00	14.3	17.6	14.5	12.2	17.8	14.70	8 0	9.4	7.9	8.43	66	63	64	64 3	3	1	0	NNE	N	N	5	3	6	—	2.5
10	53.0	51.4	51.6	52.00	13.5	16.5	14.1	12.5	16.9	14.25	8.1	9.3	7.5	8.30	71	67	63	67.0	9	1	2	N	ENE	NE	6	2	4	—	1.8
11	50.6	49.5	50.7	50.60	14.6	16.3	12.8	12.1	17.0	14 12	9.1	8.2	7.7	8.33	74	59	70	67.0	1	0	0	NE	ENE	NE	7	4	4	—	2.2
12	51.5	50.2	51.0	50.90	13.0	15.7	12.7	11.2	16.1	13 33	7.6	6.7	6 6	6.97	68	51	60	59.7	0	0	0	NE	NNW	NE	4	2	6	—	2.2
13	51.3	50.7	51.7	51.13	13.0	15.5	13.8	11.0	16.4	13 30	7.3	8.3	7.7	7.77	66	63	66	65.0	0	10	5	NNE	NW	NE	2	1	0	—	2.5
14	53.2	52.9	53.7	53.27	14 5	16 0	13 8	12.8	17.0	14 53	8.4	5.6	10.1	8.10	69	43	93	68.3	0	3	0	NNE	SE	N	1	0	1	—	1.2
15	54.8	53.3	54.1	54.07	14.5	16.1	14.0	12.5	16.8	14.45	10.5	11.3	10.2	10.67	86	83	86	85.0	0	8	0	E	SSW	W	0	1	1	—	1.0
16	53.6	51.8	52.1	52.50	15.0	16.6	14.5	13.1	17.7	15.07	10.9	10.9	10.2	10.67	86	77	84	82.3	0	10	8	ENE	WSW	ENE	0	5	0	—	0.5
17	50.8	48.6	48.0	49.13	14.7	16 8	14.1	13.4	17.1	14.83	10 9	11.2	8 3	10.13	88	78	69	78.3	9	0	2	E	N	NE	0	1	4	—	0.3
18	45.9	44.7	46.3	45.63	14.0	16 6	13.0	11.7	17.2	14.23	8.0	8.2	8.1	8.10	67	58	73	66.0	7	1	0	NE	E	NE	6	2	5	—	2.2
19	48.4	48.5	49.2	48.70	13.4	15.7	15 6	11.6	16.5	14 27	7.8	10.1	9.7	9.20	69	76	74	73.0	0	9	6	N	SSE	SW	0	2	6	—	2.0
20	49.4	49.5	51.4	50.10	14.0	15.8	14.0	11.4	16.7	14.02	10.6	8.8	9.1	9.50	90	65	77	77.3	10	3	1	WSW	W	WSW	14	12	11	28.9	1.8
21	54.6	54.2	54.9	54.57	13.6	15.1	12.3	11.9	15 7	13.37	8.5	8.1	7.4	8.00	73	63	70	68.7	0	0	0	NE	E	N	0	0	0	—	2.2
22	56.5	54.6	55.2	55 43	11.8	14.0	10.7	9 9	14.5	11.72	6 5	7.1	6.0	6.53	64	60	63	62.3	0	0	0	N	E	NNE	2	2	2	—	2.5
23	53.9	52 6	53.2	53.23	9.2	11.1	7.9	7.6	11.2	8.97	5.6	5 7	5.0	5.43	65	58	63	62.2	10	0	0	NNE	ENE	N	2	1	2	—	2.0
24	53.6	52 8	53.3	53.23	9.0	11.8	9 3	6.0	11.8	9 02	5.4	6.1	5.5	5.67	63	59	62	61.3	0	0	0	N	NNW	NW	0	1	0	—	1.2
25	51.9	49.8	48.7	50.13	10 5	12.1	11.2	8.2	13.2	10.78	7.2	8.5	8.6	8.10	75	82	86	81.0	0	10	10	W	SW	S	0	1	0	1.8	2.0
26	49.0	50.1	53.0	51.00	10.4	9.8	7.5	7.0	11.7	9.15	6.6	5.7	3.7	5.33	70	63	48	60.3	9	0	0	N	ENE	SE	5	8	3	11.9	0.5
27	54.2	54.2	56.8	55.07	5.7	7.5	4.7	3.7	9.6	5.92	3.6	3.9	3.2	3.57	52	51	50	51.0	0	0	0	E	E	NE	0	6	4	—	2.8
28	57 4	56.2	56.8	56.80	6.4	9.0	6.0	4.2	9.4	6.50	4.3	4.7	4.7	4.57	59	55	67	60.3	0	2	4	ENE	ENE	N	2	2	0	—	2.0
29	58.2	56.7	57.5	57.47	6.5	9.4	6.3	4.9	9.4	6.77	4.6	4.7	4.4	4.57	64	54	62	60.0	0	0	0	N	NNE	N	1	0	0	—	1.0
30	56.8	54.7	53.9	55.13	7.4	10.6	9.2	5.1	10.8	8.12	5.1	6.8	7.5	6.47	66	72	87	75.0	0	0	10	N	SW	N	0	4	0	—	2.0
Medi mens.	52.29	51.29	52.08	51.90	12.44	14.59	12 62	10 87	15.59	12.88	8.01	8.38	8.11	8.17	70.7	64 8	73.2	69.6	3.1	2.8	2.2							somma 50.6	somma 52.9

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

DICEMBRE 1892

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. di Greenwich
Altitudine . . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle Nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Min.	Mass	Medio diurno	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	Medio diurno	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.	9^{h} m.	3^{h} s.	9^{h} s.		
1	52.2	51.1	52.7	52.00	9.5	10.1	9.0	7.0	11.1	9.15	7.3	8.5	6.7	7.50	83	92	78	84.3	10	10	0	NNE	NNW	N	0	0	0	2.1	0.5
2	54.4	53.1	53.1	53.53	9.5	12.5	11.0	7.5	12.7	10.18	6.2	7.9	8.2	7.43	70	73	83	75.3	3	4	10	N	WSW	WSW	0	0	0	—	1.2
3	53.2	51.9	50.9	52.00	12.0	12.5	11.5	10.8	12.7	11.75	8.2	9.0	8.6	8.60	79	85	86	83.3	10	10	10	N	NE	SSE	0	0	0	—	0.3
4	46.2	42.8	40.5	43.17	11.2	12.2	12.0	10.3	**13.8**	11.82	8.9	**9.6**	7.7	8.73	90	91	74	85.0	10	8	8	WSW	SW	W	0	0	7	11.5	1.5
5	38.0	38.6	39.7	38.77	9.5	9 2	6.5	5.4	13.2	8.65	5.8	4 4	4.3	4.83	65	51	60	58.7	7	7	10	W	SSW	W	15	12	1	1.7	2.0
6	37.5	40.3	44.7	40.83	4.9	5.3	3.5	3.2	5.9	4.38	5.0	3.8	**1.9**	3.57	76	57	**32**	55.0	8	4	4	NNE	NW	NW	0	6	1	0.5	2.0
7	49.7	49 6	49.3	49.53	3.8	7.4	4.1	**2.3**	7.7	4.48	2.3	3.8	5.3	3.80	39	49	85	57.7	0	0	7	ENE	SE	NE	0	0	1	3.2	2.4
8	48.0	45.3	45.0	46.10	5.5	6.3	7.0	3.9	7.4	5.95	6.2	3.4	6.7	5.43	**93**	48	89	76.7	10	10	7	N	NNW	NNE	2	8	3	25.8	1.0
9	49.1	47.6	47.6	48.10	8.0	9.2	7.8	6.0	10.2	8.00	7.1	6.4	6.5	6.67	89	74	82	81.7	10	10	10	SE	NW	N	0	2	0	1.0	0.4
10	45.0	44.8	44.8	44.87	8.0	10.0	9.5	6.2	10.9	8.65	5.8	6.7	5.2	5.90	72	73	59	68.0	10	10	10	N	WNW	NW	5	1	1	1.8	0.5
11	44.8	45.6	49 7	46.70	6.7	8.1	7.1	5.6	9.8	7.30	6.4	5.8	5.2	5.80	87	72	69	76.0	10	3	7	NE	W	W	0	12	6	10.5	0.5
12	52.0	51.9	52.5	52.13	7.9	9.5	9.5	5.9	9.7	8.25	5.3	7.3	6.2	6.27	67	83	70	73.3	4	2	10	ENE	ENE	NNE	0	0	0	0.2	2.0
13	51.8	49.8	49.4	50.33	9.2	11.2	10.6	8.8	11.8	10.10	7.3	8.3	7.6	7.73	84	84	80	82.7	10	5	10	N	WNW	W	2	8	5	1.2	0.5
14	48.6	47.9	48.8	48.43	10.7	11.0	10.5	10.2	12.0	10.85	8.3	8.0	6.8	7.70	87	81	72	80.0	10	10	7	ESE	NW	NE	0	0	2	2.8	2.0
15	50 7	50.7	52.8	51.40	11.0	12.9	10.5	9.1	13.5	11.02	7.0	7.3	6.6	6.97	71	66	70	69.0	0	0	0	NE	NE	NNE	3	0	0	—	1.0
16	52.7	53 6	55.0	53.77	10.4	12.4	10.0	9.0	12.7	10.52	8.6	6.2	6.6	7.13	92	58	72	74.0	6	2	0	W	SW	NNE	0	2	2	—	0.5
17	59.6	59.7	**60.4**	59.90	10.5	12.5	9.5	8.6	13.0	10.40	6.1	6.1	4.5	5.57	64	57	50	57.0	0	0	0	N	NE	NE	3	2	1	—	1.0
18	60 0	59.0	59.5	59.50	9.7	11.7	9.5	7.7	12.0	9.72	4.0	6.7	4.7	5.13	45	66	53	54.7	0	0	0	NW	S	NNE	0	0	0	—	2.5
19	58.2	56.5	55.7	56.80	9.4	11.3	9.5	8.2	11.8	9.72	5.6	8.0	7.6	7.07	62	80	87	76.3	0	2	0	N	NE	N	0	0	0	—	2.0
20	54.5	52.6	51.6	52.90	9 4	11.6	8.9	7.5	11.7	9 38	7.2	7.8	6.8	7.27	82	77	80	79.7	7	5	0	N	SSE	N	0	0	0	—	0.5
21	49.3	48.2	47.9	48.47	8.0	9.7	9.7	5.7	10.0	8.35	6.4	5.3	5.6	5.77	81	59	63	67.7	2	10	9	WNW	N	N	0	7	8	—	0.5
22	47.0	45.8	46.3	46.37	9.7	11.9	9.5	7.8	12.2	9.80	7.7	7.9	6.4	7.33	86	76	71	77.7	8	2	0	N	N	NE	9	4	5	4.3	1.0
23	45.1	43.2	42.1	43.47	9 5	11.9	9 4	7.8	11.8	9.62	6.9	8.1	8.2	7.73	78	79	**93**	83.3	1	10	10	N	SSW	WNW	6	0	0	4.5	1.5
24	41.4	41.3	42.6	41.77	9.8	10.7	7.4	7.3	11.7	9.05	7.7	6 9	5.7	6.77	87	72	74	77.7	4	10	6	NW	ENE	N	3	0	5	7.9	0.0
25	42.2	40.3	40 7	41.07	5.4	5.6	4.6	4.0	7.6	5.40	5.9	6.2	5.4	5.83	46	91	86	74.3	10	10	0	N	N	NW	11	11	9	18.0	2.0
26	41.4	41.7	42.5	41.87	6.5	7.8	6.8	4.5	8 2	6.50	5.5	5.9	5.9	5.77	77	75	80	77.3	10	10	10	NNE	NNE	N	7	6	4	0.2	1.0
27	44.7	43.3	44.9	44.30	8.5	9.0	6.6	5.4	9.4	7.48	7.4	7.1	6.6	7.03	89	83	83	85.0	9	10	3	N	N	NNE	0	7	11	18.8	1.0
28	46.6	45.8	47.4	46.60	7.8	11.2	8.6	6.6	11.7	8.68	7.0	6.9	6.2	6.70	89	69	74	77.3	10	9	5	NNE	E	NE	10	6	10	11.6	1.4
29	47.4	45.5	44.2	45.70	8.8	11.0	9 9	7.0	11.6	9.32	6.3	7.0	6.2	6.50	74	71	68	71.0	3	3	10	N	SE	NE	4	1	6	—	2.0
30	39.4	36.7	35.4	37.17	8.0	10.3	9.3	7.0	10.5	8.70	6.9	7.7	7.4	7.33	86	82	86	84.7	10	10	10	N	N	NNE	10	2	2	17.4	1.5
31	32.1	**29.7**	29.9	30.57	8.4	9.5	8.4	7.6	10.0	8.60	7.2	7.4	6.3	6.97	88	84	77	83.0	10	10	10	N	NNW	N	12	8	3	18.7	1.0
Medi mens.	47.83	46.90	47.34	47.36	8.62	10.18	8.64	6.90	10.91	8.77	6.56	6.82	6.25	6.54	76.7	72.8	73.7	74.4	6.5	6.3	5.9							somma 143.7	somma 37.2

ELENCO

DELLE PUBBLICAZIONI DI PRIVATI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

durante i mesi da Luglio a Dicembre dell' anno 1892

P. De Heen. Sur un état de la Matière caracterisé par l'Indépendance de la Pression. Bruxelles.

M. Martone. Il Problema Universale del Wronski e la Risoluzione Algebrica dell'equazioni. Catanzaro.

Julius Bergbom. Entwurf einer Neuen Integralrechnung auf Grund der Potenzial-Logarithmal und Numeralrechnung. Leipzig.

E. D. Cope. On the Homologies of the Posterior Cranial Arches in the Reptilice. London.

— The World's Conhress Auxilary of the World's Columbiane Exposition of 1873. Fasc. 16. London.

The Parliement of Religions at the World's Fair. London.

Extrait du Bulletin des Sciences Mathématiques. Paris.

Picard. Traité d'Analyse (N. de Mars). Paris.

Bertrand. Calcul des probabilités (N. de Mai).

Poincaré (H.). Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique celeste. Paris.

Annibale Riccò. L'Eruzione dell'Etna. Vol. XLI, Serie III, 2 Fascicoli 1° e 16 Settembre Roma.

— Eruption de l'Etna 1892.

— Der gegenwärtige Ansbruch des Aetna.

— Das observatorium zu Catania und die Station auf dem Aetna.

A. Macfarlane. Principles of the Algebre, of Physics. Texas 1891.

— On exact Analysis as the basis of language.

Joseph A. Rogers. The correction of Sextants for errors of Eccentricity and Graduation. Washington 1890.

ELENCO

DELLE PUBBLICAZIONI PERIODICHE E RESOCONTI DI SOCIETÀ SCIENTIFICHE PERVENUTI ALL'ACCADEMIA

durante l'anno 1892

PUBBLICAZIONI ITALIANE

ACIREALE — *Accademia di Scienze, lettere ed arti dei Zelanti e PP. dello Studio.*—Atti e Rendiconti, N. S. 1891, Vol. III.

ASTI — *Stazione enologica.* — Le Stazioni sperimentali Agrarie, organo diretto da Maria Zecchini. Vol. XXI, f. 5-6; Vol. XXII, f. 1-6; Vol. XXIII, f. 1-4.

BRESCIA — *Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti.* — Commentarii per l'anno 1891.

CATANIA — *Accademia Gioenia di Scienze Naturali.* — Atti, Anno 67°, 1890-91, Ser. 4ª, Vol. III; Anno 68°, 1891-92, Vol. IV—Bollettino mensile. N. S. 1892, Fasc. 23-29.

FIRENZE — *Biblioteca Nazionale Centrale.* — Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di Stampa. 1891-92, N. 143-167.

» — *Rivista Scientifico-industriale compilata da Guido Vimercati.* — Anno XXIII, 1891, N. 22-24, Anno XXIV, 1892, N. 1-20.

» — *Società Botanica Italiana.* — Bollettino, 1892.

GENOVA — *Società Ligustica di Scienze naturali e geografiche.* — Atti, Vol. II, 1891, N. 11; Vol. III, 1892, N. 1-3.

JESI — *Comizio Agrario del Circondario di Ancona.* — Giornale di Agricoltura e Atti del R. Istituto Tecnico di Jesi etc. Anno LI, 1891, N. 11-12; Anno LII, N. 1-11.

MANTOVA — *R. Accademia Virgiliana—Il primo Centenario della nascita di Ferrante Aporti.*— Bollettino bimestrale. Ottobre 1891.

MILANO — *R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.* — Memorie (Classe di Sc. mat. e nat.). Vol. XVII, f. 1-2.

— » (Classe di Sc. stor. e mor.) Vol. XIX, f. 1.

— Rendiconti. Vol. XXIV, Ser. 2ª, f. 18-20, Vol. XXV, f. 1-17.

» — *R. Osservatorio Astronomico di Brera.* — Pubblicazioni: Osservazioni fatte durante l'ecclissi di luna del 19 novembre 1891 dal Dottor M. Rajna; Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1891 da E. Pini; Calendario astronomico di Milano per l'anno bisestile 1892; Articoli generali pèl calendario del 1893.

» — *L'Elettricità.* — Rivista settimanale illustrata, Anno X, 50-51; Anno XI 1-50.

MONCALIERI — *Osservatorio centrale del R. Collegio Carlo Alberto.* — Bollettino, Ser. 2ª, Vol. XI, N. 12; Vol. XII, N. 1-11.

NAPOLI — *Accademia Pontaniana.* — Atti, Vol. XXI, 1891, con indice dei volumi dal 1810 al 1890. — Annuario pel 1892.

» — *R. Istituto d'Incoraggiamento.* — Atti, Ser. 4ª, Vol. IV, 1891.
— Rendiconto. Anno IV, fasc. 11-12, Anno V, f. 1-6.
— Annuario pel 1892.

» — *Società dei Naturalisti.* — Bollettino, Ser. I, Vol. V, 1891, f. 2; Vol. VI, 1892, f. 1.

» — *Stazione zoologica sperimentale.* — Mittheilungen. X, Bd. Heft. 2-3.

PADOVA — *Accademia di Scienze, Lettere ed Arti.* — Atti e Memorie. Anno 1890-91, N. S. vol. 7.

» — *Società Veneto-Trentina di Scienze Naturali.* — Atti, Vol. XII, fasc. 11.

PALERMO — *R. Accademia di Scienze lettere e belle arti.* — Atti, 1891, Ser. 3ª, Vol. I.
— Bollettino, Anno IX, 1892, N. 1-3.

» — *R. Osservatorio.* — Bollettino Meteorologico. N. 12 Dicembre 1891.

» — *Circolo matematico.* — Rendiconti. Vol. V, f. 6; Vol. VI, f. 1-5.

PISA — *Società Toscana di Scienze Naturali.* — Atti e memorie. Vol. VI, f. 3.
— Processi verbali delle adunanze. Vol. VII, 10 mag. a 5 lug. 91; Vol. VIII, 1891-92.

ROMA — *Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio (Direzione Generale della Statistica).*—Annali di Statistica. Statistica Industriale. F. XXXVII, ...XL-XLIII.
— Tavole della frequenza e durata delle malattie osservate nelle persone iscritte a società di mutuo soccorso.
— Statistica delle elezioni generali politiche 6 e 13 Novembre 1892.
— Annualità vitalizie ad uso delle Società di mutuo soccorso delle casse pensioni e delle Società di assicurazione sulla vita dell'uomo.

» — *Ministero delle Finanze (Direzione Generale delle Gabelle).*— Movimento commerciale del Regno d'Italia per l'anno 1891.
— Movimento della navigazione nei porti del Regno nell'anno 1891.
— Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1890-91.
— Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno IX, 1892, Gennaio-Ottobre

» — *Commissione reale per l'Inchiesta sulle opere pie.* — Atti, Vol. XX.
— Statistica delle Opere pie al 31 dicembre 1880 e dei lasciti di beneficenza fatti negli anni 1881-90. Vol. IX, Emilia e Marche.

» — *Regno d'Italia* — Catalogo della esposizione collettiva del Ministero dei LL. PP. alla Esposizione Nazionale di Palermo del 1891-92.

» — *R. Accademia dei Lincei.* — Atti Ser. IV, Rendiconti, Vol. V, f. 11-12; Ser. V, Vol. I (1° Sem. 1892) f. 1-12 (2° Sem.) 1-10.
— Transunti e Rendiconti. Ser. V, Vol. I, N. 1-7.
— Atti della Classe di Sc. mor., stor. e filol. Ser. IV, Vol. VI-VIII, 1890-91.
— Rendiconti, id., Ser. V, Vol. I, f. 1-3.
— Notizie degli Scavi, 1891, Dicembre; 1892, Gennaio-Agosto.
— Programma dei Concorsi a premii.
— Rendiconto dell'adunanza solenne del 5 giugno 1892, onorata dalla presenza di S. M. il Re.

**

ROMA — *Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele.*
— Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Vol. VI, N. 5-12, Vol. VII, N. 13-23.

» *R. Comitato geologico.* — Bollettino, Vol. XXII, 1891, N, 1-4.

» *R. Università.* — Istituto d'Igiene sperimentale. Annali, Vol. I, f. 3-4; Vol. II, 1892, f. 1.

» *Società degl'Ingegneri ed architetti italiani.*—Annali, Anno VI, 1891, f. 5.

» *Società degli Spettrocopisti italiani.*— Memorie, Vol. XX-XXI, disp. 11-12 (1891) 1-8 (1892).

» *Soeietà italiana delle Scienze detta dei XL.* — Memorie di matematica e di fisica. Ser. III, Tom. VIII, 1892.

» *Giornale medico del R. Esercito e della R. Marina.* — Anno XXXIX-XL, 1891, N. 11-12; 1892, N. 1-10.

» *L'Elettricista.*—Anno I, 1892, N. 1-7.

» *Pubblicazioni della Specola Vaticana.*— Fasc. II, 1891.

» *Rassegna delle Scienze geologiche in Italia.* — Anno I, 1891, f. 3-4; Anno II, 1892, f. 1-2.

» *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario.*—Anno VII, 1892, f. 1-5.

» *Accademia Pontificia dei nuovi Lincei.*—Atti, Sessioni 14 Giugno e 20 Dicembre 1891 e 17 Gennaio 1892.

SALERNO — *R. Società Economica e Comizio Agrario.*— Il Picentino, giornale mensile' Anno XXIV, 1891, f. 12; Anno XXV, 1892, f. 1-11.

SIENA — *R. Accademia dei Fisiocritici.* — Atti, Ser. IV, Vol. III, f. 10 e supplem.; Vol. V, N. 1-8.
— Bollettino della Sezione dei Cultori delle Scienze mediche, diretto da E. Falaschi. Anno VI, 1888, f. 6-10.

TORINO — *R. Accademia delle Scienze.* — Atti, Vol. XXVII, disp. 1-15.
— Memorie, Ser. II, To. XLII.
— Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1891, calcolate dal Dottor B. Rizzo.
— Elenco degli Accademici per l'anno 1891-92.

» *R. Accademia di Agricoltura.* — Annali, Vol. XXXIV, 1891.

» *Rivista di matematica.* — Anno 1892, Vol. II, f. 1.

» *Società degli Ingegneri e degli Architetti Italiani.* — Atti, Anno XXV, 1891.

» *Società meteorologica Italiana.* — Annuario meteorologico italiano. Anno VII, 1892.

TRIESTE — *R. Accademia di Commercio e di Nautica (IV Sezione).* — Rapporto annuale dell'Osservatorio marittimo per l'anno 1889, VI vol.

» *Società Adriatica di Scienze Naturali.*—Bollettino, Vol. XIII, parte 1ª e 2ª.

VENEZIA — *R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti.* — Atti, Tom. XXXVIII, 1890-91, Ser. VII; Tom. II, Disp. 10, Tom. III, Disp. 1-7.
— Memorie. Vol. XXIV (1891).
— Temi di premio.

VENEZIA — *Neptunia.*—Rivista mensile diretta da D. Levi-Morenos. Anno I-II (1891-92), N. 9-21.

VERONA — *Accademia di Agricoltura, Arti e Commercio.* — Memorie, Vol. XLVII, fasc. 1-2.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

AMSTERDAM — *Koninklijke Akademie van Wetenschappen.*
— Jaarboeck voor 1891.
— Verandlingen (Afdeeling Natuurkunde). XXIX Deel.
— » (» Letterkunde). XX Deel.
— Verslagen en mededeelingen (Afd. Natuur.). III Reeks, VIII Deel.
— » » (» Letter.). » »

BALTIMORE U. S. — *Johns Hopkins University.*
— Circulars. Vol. XI, Nos. 92-102.
— Studies from the biological laboratory. 1891, Vol. V, N. 1.
— American Chemical journal edited by Ira Ramsen. Vol. XIII, Nos. 2-8, 1891, Vol. XIV. N. 1.
— American Journal of Mathematics edited by S. Newcombe and Th. Craig. 1891, Vol. XIII, N. 3-4; Vol. XIV, N. 1.
— American Journal of Philology. Vol. XI, N. 4; Vol. XII, N. 1.

» — *Peabody Institute of the City of Baltimore.* — Annual Report. XXV, June 1.st 1892.

BARCELONA — *R. Academia de Ciencias y Artes.* — Bolletin, 3ª epoca, Año I, 1892, Vol. I, Enero-Octubre.

BASEL — *Naturforschende Gesellschaft.* — Verhandlungen. 1891, Bd. IX, Heft 2.

BATAVIA (Ind. Ol.) — *Kominklijke natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indie.* — Natuurkundig Tijdsskrift voor Nederlandsch-Indie.

» — *Magnetical and meteorological Observatory.* — Observations. Vol. XIII, 1890.

BERLIN — *K. Preussische Akademie der Wissenschaften.* — Abhandlungen aus dem Jahre 1891.
— Sitzungsberichte. XLI-LIII, 1891; 1892, I-XL.

» — *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.* — Bd. XXI, Jahrg. 1889, Heft. 1-3.

» — *K. Preussische meteorologische Institut.*
— Abhandlungen. Bd. I, N. 4-5.
— Ergebnisse der meteorologisches Beobachtungen, 1889, Heft. III; 1892, Heft. I-II.

BERN — *Schweizerische naturforschende Gesellschaft.* — Mittheilungen, N. 1265-1278.

BONN — *Naturhistorischer Verein der Preuss. Rheinland und Westphalen.* — Verhandlungen. V Folge, Hälfte, I-II.

BORDEAUX — *Société des Sciences phisiques et naturelles.* — Mémoires. To. V, Cah. 1-2.

» — *Commission entomologique de la Gironde.*— Observations pluviométriques

et thermométriques faites dans le département de la Gironde de juin 1889 à mai 1890 et de Juin 1890 à Mai 1891; nots de M. G. Rayet.

BRUXELLES — *Académie R. des Sciences, des Lettres et des Beaux Arts de la Belgique.*
— Annuaire, 1890 et 1891.
— Mémoires couronnés et autres mémoires. To. 43-45.
— Mémoire couronnés. To. 50-51.
— Catalogue des livres de la Bibliothèque. II, Partie, 3e fasc.
— Bibliographie nationale. To. X, 3e fasc.; To. XI, 1-2.

» — *Société entomologique de Belgique.* — Annales. To. XXXIV-XXXV.

» — *Société malacologique de Belgique.* — Annales. To. XXV, 1890.
— Procès-verbaux des Séances, 1890, N. 9-12; 1891, N. 1-6.

» — *Revue homoeopathique Belge, publiée par Mr. le Dr. Martiny.*—18e Année, 1891, N. 8-12; 19e Année 1892, N. 1-10.

BUDAPEST — *Magyar Tudományos Académia.* — Értekezések a mathematikai tudományok köreböl. XIV Köt. 4-5; XV Köt. 1.
— Értekezések a termeszettudományok Köreböl. XX Köt. N. 1-4; XXI Köt. 1-4; XXII Köt. 1-4.
— Mathematikai és termeszettudományi Értesitö. To. VIII, 6-9; IX, 1-9.
— Mathematikai és természettudományi Közlemények To. XXIV, 1-7.
— Naturwissenschafsliche Berichte. To. VIII, 1891.
— Rapport sur l'Activité de l'Académie en 1891.

» — *Ungar. geologische Gesellschaft.*
— Mittheilungen, IX Bd, 6 Heft.
— Jahresberichte für 1890.
— Földtani Kozlöny, XX Kötil, 1-2 füzet, XXII Köt. 1-4 füzet.

» — *Zeitschift für das Gesammte Handelsrecht.*
— XL Bd. (N. F. XXV Bd.) 1-2 Heft.

» — *Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn.*
— IX Bd., 1-2 Hälfte.

BUENOS AYRES — *Bulletin Mensuel de statistique municipale de la Ville de Buenos-Ayres.*
— 1891, N. 10-12; 1892, N. 1-9.

BUFFALO U. S. — *Society of natural Sciences.*— Bullettin. Vol. V, N. 3.

CALCUTTA (Ind. Ingl.) — *Geological Survey of India.*
— Memoirs. Vol. XXIII and XXIV; parts, 2-3.
— Records. Vol. XXIV, parts I-IV, Vol. XXV, 1-3.
— Palaeontologia indica, Ser. XIII, Vol. IV, parts I-II.

» — *Natuurkunde Tijdschrift voor Nederlandsch-Indie.*— Deel LI (VIII Ser.; Deel XII).

CALIFORNIA — *Academy of Sciences.*— Proceedings, Vol. III, Part. I.

CAMBRIDGE — *American Academy of arts and Sciences.* Memorias of Joseph Lovering.

CHERBOURG — *Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques.* Mémoires, Tom. XXVII.

CHRISTIANIA — *Norwegische metereologische Institut.*
— Jahrbuch, 1887-90.
— Den Norske Nordavs-Expedition, 1876-78, XXI, Zoologi.

CHRISTIANIA	*Archiv der Mathematik of Naturwi denskab.* Bd. XI, Heft. 3-4; Bd. XII XIII, XIV, XV, 1-3.
»	*Viridarium norvegicum.* 3-4 Bd.
CINCINNATI U. S. (Ohio)	*The Journal of comparative Neurology, edited by C. L. Herrick.* Vol. I, Dec. 1891; Vol. II, Jan.-Febr. 1892.
CRACOVIE	*Académie des Sciences.*—Bullettin international. Comptes-rendus des séances. Décembre 1891, Jan.-Octobre 1892.
»	*Widzial matematyczno-przyrodnicny.* To. XVIII, Zes. I, 1891; Ser. II, To. I-III.
»	*Académija Umiejetnosci.*
	— Rocnik zavradn. Roc 1888-89.
	— Spawordanie Komisyi Fizyjograficznej. Tom. XXII-XXVI.
	— Rozprawy i Sprawozdania Zposiedzén wydzial matematyczno przyrodniczego. Tom. XIX, XX.
	— Pamietnik. Tom. XVI, XXIII.
DELFT	*École polytechnique.* — Annales. Tom. VII, 1891, 1-4 livraisons.
DIJON	*Académie des Sciences, arts et belles lettres.* Mémoires, 4° Serie, Tom. II, 1890-91.
DORPAT (Russia)	*Naturforscher Gesellschaft bei der Universität.*—Sitzungsberichte. IX Bd., III Heft. 1891.
	— Schriften. VI.
DUBLIN	*Royal Jrish Academy.* Memoirs, No. VII. — Proceedings III Serie, Vol. II, No. 1-2.
	— Transactions. Vol. XXIX, Parts 17-19; Vol. XXX, Part. I-II.
»	*Royal Dublin Society.* The scientific transactions. Vol. IV, Ser. II, July 1891, Decembr. 1891.
	— The scientific proceedings. Masch.-June 1892.
EKATERINENBOURG	*Société Ouralienne des Amateurs des Sciences naturelles.* Bullettin, Tom. XII, livr. 2.
FRANKFURT A. M.	*Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*—Katalog der Batrachien-Sammlung im Museum.
	— Berichte 1892.
	— Lepidopteren von Madagascar. I. u. II Abth.
GENÈVE	*Société Helvétique de Sciences naturelles.* — Actes, 74me Sess.
	— Compte-rendu des travaux, 74me Sess.
	— Nouveaux Mémoires. Vol. XXXII, 2me livr.
»	*Institut national Génevois.* — Bullettin, To. XXXI.
GLASGOW	*University.* — Calendar for the year 1892-93.
GÖTTINGEN	*K. Gesellschaft der Wissenschaften.* — Abhandlungen. XXXVII Bd., 1891.
	— Nachricten aus dem Jahre 1891, N. 1-11.
GRANVILLE U. S. (Ohio)	*Denison University.* — Bullettin of the Scientific Laboratory. Vol. VI, Parts I-II.
	— Journal of Comparative Neurology. Vol. II, May. 1892.
GRAZ	*Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark.* — Mittheilungen, Jahrg 1890.

HARLEM — *Société Hollandaise des Sciences.* — Archives néerlandaise des Sciences exactes et naturelles. To. XXV, livr. 3-5; XXVI, livr. 1-3.

» — *Institut scientifique et littéraire.* — Archives du Musée Teyler. Ser. II, Vol. III, VII partie.

HALIFAX (Canada) — *Nova Scotian Institute of natural Science.* — Proceedings and Transactions. Sess. 1890-91, Nol. I, Part. I.

HALLE A S. — *K. Leop. Carol. deutsche Akademie der Naturforscher.* — Leopoldina, XXVII Heft.

— Verhandlungen (Nova Acta) Bd. LV, LVI.

— Katalog der Bibliotec. Lief. 3.

» — Zeitschrift fur Naturwissenschaften. LXIII Bd., N. 2-6; LXIV Bd. 1-4.

HARRISBURG (Penns) — *Geological Survey of Penshylvania.*—Annual Report. F. 3, 1888-89, with Atlas AA, Parts III-VI.

HEIDELBERG — *Naturhistorisch-medizinischer Verein.* — Verhandlungen. N. F. IV Bd., 5 Heft.

HELSINGFORS — *Societas pro Fauna et Flora Fennica.* — Acta, Vol. VI, VII, 1890-91.

— Meddelanden. Hälfte XVI, 1891.

JENA — *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.* — Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. N.-F., XIX Bd., Heft. 1-4.

KASAN — *Société phisico-mathématique.*—Bullettin (Isviestia) 2e Série, To. I, No. 2-4.

KIEL — *K. Universität.* — Inaugural-dissertationen.

1. *Greeff Ewald.* Ueber drei Fälle von Missbildung durch amniotische Stränge.
2. *Stolzmann Johannes.* Beitrag zur Kennitnis der Wirkung der Milchsäuren.
3. *Paus Hermann.* Ueber normales und pathologisches Epithel der harnableitenden Wege.
4. *Wagner Paul A. E.* Ueber die diuretische Wirkung des Borax.
5. *Crämer Emil.* Zur Behandlung der Endometritis hyperplastica mit Chorzinkstiften.
6. *Lüders Carl.* Ueber das Vorkommen von subpleuralen Lymfdrüsen.
7. *Stalherm Heinrich.* Ueber Kyfose und ihre Beriehung zu den Veränderungen der inneren Organe.
8. *Stoermer Robert.* Der Diabetes insipidus.
9. *Buchmann Johannes.* Ueber diuretische Wirkung der Salicylsäure und Benzoësäure.
10. *Wilde Martin.* Ueber das Vorkommen des Krebses bei jugendlichen Individuen.
11. *Franzen Asmus.* Ueber Leukaemie und perniciöse Anaemie.
12. *Bock George.* Beitrag zur Kenntnis der Wirkung des Digitaleïn.
13. *Züster Gustav.* Beitrag zur Kenntnis der Wirkung des Atropin.
14. *Aust Carl.* Beitrag zur Behandlung der Empyeme mittels der Bülau' schen Aspirations-Drainage.
15. *Kiefer Fritz.* Tannin als Gegengift.
16. *Hustedt Gustav.* Ueber Todesursache bei Herzerkrankungen.
17. *Hartmann Walther.* Beitrag zur Kenntnis der epibulbären Carcinome.
18. *Sick Klaus.* Ein seltener Fall von Allgemeiner Tuberkulose.
19. *Schmidt F.* Ein Fall von primären Gallenblasenkrebs.

20. *Junglöw Heinrich.* Ueber einige entwickelungsvorgänge bei Reptilien-Embryonen.
21. *Dittmer Johannes.* Beitrag zur Statistik der modificierten Linear-Extraktion.
22. *Kippenberg Friedrich.* Beitrag zur Lehre von der angeborenen Lungenlues.
23. *Kattein Paul.* Ueber die Wirkrng des Brucin auf den Kreislauf.
24. *Lene Edgar.* Ueber die Häufigkeit der Schnürleber nach den Befunden des pathologischen Institutes zu Kiel (Jahgänge 1873-1890).
25. *Reese I.* Ueber die Wendung bei engem Becken.
26. *Burmeister Richard.* Ueber die Wirckung des Coniin auf den Kreislauf.
27. *Fischer Hugo.* Beitrag zur Casuistik der Akromegalie und Syringomyelie.
28. *Keck Theodor.* Beitrag zur Kenntnis der Wirkung des Pikrotoxinin.
29. *Börding Bernhard.* Das Meckel.sche Diverlikel als Ursache innever Darmeinklemmung.
30. *Schamauser Justus.* Die Schicksale der Dünndarmdivertikel.
31. *Scheffel Joseph.* Beiträge zur Kenntniss der Kohlenoxydvergiftung.
32. *Wilckens Max.* Die Nabelbrüche Kleiner Kinder und deren Behandlung.
33. *Mühlstädt Haus.* Beitrag zur Kenntniss der Wirkung des Sabadillin.
34. *Poepsel Bernhard.* Ueber die Tuberculose des Unterkûfers.
35. *Von Ammon Johannes.* Beitrag zur Statistik der Thränensach Exstirpationen.
36. *Fricke Albert.* Ein interessante Fall von Schnürwirkungen.
37. *Kanenhowen Willy.* Beitrag zur Kenntniss der Wirkung des spartein.
38. *Wulf Paul.* Entstehung der Dichdamkrebse aus Darmpolypen.
39. *Bock Adolf.* Untersuchungen über die Erblichkeit der Myopie.
40. *Hegar August.* Die Tuberkulose der Schilddrüse.
41. *Gottberg Arthur.* Beitrag zur Actiologie und Pathogenese der exfolûrenden Necrose der innern Blasenschichten.
42. *Wolter Hermann.* Ein Fall von chronischer Pyaemie.
43. *Krumbholtz H.* Beitrag zur Statistik der Cerebrospinalmeinngitis.
44. *Willgerodt Wemer.* Ueber Spontanheilungdes Strabismus convergens.
45. *Kurrer Arnold.* Ueber Temperaturerhöhugen bei Heizern.
46. *Wahl Victor.* Ueber die Häufigkeit der Epifysen-Diafysen-Erkraukung bei Syfilis congenita.
47. *Thede Ernst.* Die Erfolge der Laparotomie bei malignen Geschwülsten der Abdominalorgane insbesondere der Ovarien.
48. *Stühlen August.* Ueber Pikrotoxin und Pikrotoxinin.
49. *Dörken Eugen.* Ein Fall von spontaner Milzruptur.
50. *Meyersham Otto.* Ueber die blutige Reposition subcutaner nicht einzurichtender Fracturen.
51. *Heckelmann Georg.* Ein Fall von Nieren-Geschwulst bei einen jungen kind.
52. *Regenbogen Eduard.* Ueber die Behandlung der tiefen Atheromcysten am Halse.
53. *Baar Jos.* Der Bacchidibus Plantina Quaestiones.
54. *Kuckuck Paul.* Beiträge zur Kenntnis einiger Ectocarpus-Arten der Kieler Föhrde.

55. *Ranterberg Ferdinand.* Ueber Benzophenonhydrazin und einige Derivate desselben.
56. *Heskel Alex.* Die Historia Sicula des Anonymus Vaticanus und des Gaufredus Malaterra.
57. *Weede Eduard.* Die Wârheit eine Reimpredigt aus dem 11. Jahrhundert. Textbearbeitung nebst Darstellung der Sprache und Verskunst.
58. *Darwin Adams Car.* De periodorum formis et successionibus in Demosthenis oratione Chersonesitica.
59. *Saggan Theodor.* Ueber das β—Aethylpysidin und β—Acthylpiperidin.
60. *Neumann Max.* Ueber das Altenglische Gedicht von Judith.
61. *Schöfer Georg.* Einwirkung von Hydrazinhydrat auf einige Ester der Fettsäurereihe.
62. *Schwan Nicolaus.* Hydrazinhydrat und substituierte Glycolsäureester.
63. *von Rothenburg Rudolf.* Ueber (3) Phenylpyrazolon.
64. *Wichmann Carolus.* De numeris quos adhibuit Demosthenes in oratione Philippica I.
65. *Schulte-Diefhaus Robert.* Polhöhe von Kiel aus Zenithdistanzen des Polarsterns und aus circummeridianhöhen.
66. *Simosen E. A.* Photometrische u. elektrische Untersuchungen Geissler'scher mit atmosphärischer Luft gefülster Röhren.
67. *Hänel Albert.* Das Kaiserthum.
68. *Blass Dr. Friedrich.* Die Entdeckungen auf dem Gibiete der Klassischen Philologie in Jahre 1891.
69. *Lüdeling G.* Erdmagnetische Messungen im physikalischen Institut der Universität Kiel.
70. Portraits von Zweinndzwanzig Professoren der Kiel Universität am Ende des vorigen Jahrhunderts.
71. Verzeichniss der Vorlesungen an der Kgl. Christian—Albrechts—Universität zu Kiel im Winterhalbijahr 1891-92; in Sommerhalbijahr 1892.
72. Chronik der Universität Kiel fur 1890-91 und 1891-92.
73. Diei natalis serenissimi ac potentissimi principis Guilelmi II etc.

KIEW — *Société des Naturalistes.*—Zapiski (Mémoires) To. X, liv. 4; To. XI, liv. 2.

KJÖBENHAVN — *Kongel. Danske videnskabernes Selskab.* — Forhandlingeni Aaret 1891.
— Oversigt (Bulletin) fur 1891 N. 2-3; fur 1892, N. 1.
— Skrifter (Mémoires) 6e Serie, Vol. VI, N. 4; Vol. VII, 3-5.

» — *Nyt Tidsskrift for Mathematik.* — A III, Aarg. N. 1-3; B. III Aarg. 1-5.
— Andex Aargang N. 2-4 (1891).

KÖNIGSBERG — *K. physikalisch-ökonomische Gesellschaft.* — Scriften, XXII Jahrg. 1891.
— Beitrag zur Naturkunde Preussens, 6-7.

LE CAIRE — *Institut Egyptien.* — Bulletin, III Sér., N. 3.

LEIPZIG — *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.* — Berichte über die Verhandlungen der mathem. phys. classe, 1891, III, 1892, I-II-III.

» — *Furstlich-Jablonowskische Gesellschaft.* — Preisschriften XXIX.

» — *Archiv der Mathematik und Physik.* I Teil, Heft. II-VIII.

» — *Zeitschrift für Naturwissenschaften.* 63 Bd., IV-V Heft.; 64 Bd., VI Heft.

LIÈGE — *Société Royale des Sciences.* — Mémoires, 2e Serie, To. VII.

LIVERPOOL	*Royal Society.* — Proceedings and Transactions. Vol. VI, Sess. 1891-92.
LONDON	*Royal Society.* — Catalogue of scientific papers (1874-1883) Vol. IX, 1891.
	— Proceedings. Vol. L, Nos. 303-307; Vol. LI, Nos. 309-315.
	— Philosophical transactions. Vol. 182.
»	*Mathematical Society.* — Proceedings. Vol. XXII, Nos. 426-448.
»	*Linnean Society.* — Journal of Botany. Vol. XXVI, Nos. 176; Vol. XXVIII, 194-196; Vol. XXIX, 197-201.
	— Journal of Zoology. Vol. XXIII, No. 148; Vol. XXIV, No. 149-151.
	— List of Fellows; 1891-92.
	— Proceedings. August. 1891.
»	*Royal Astronomical Society.* — Monthly notices. Vol. LII, No. 1-9; Vol. LIII, No. 1.
»	*British Association for the Advancement of Science.*—Report of 61st meeting held at Cardiff in August 1891.
»	*Nature. A weekly illustrated journal of Science.* — Vol. XLV-XLVII, Nos. 1155-1206.
»	*Chemical Society.* — Proceedings, No. 103-115. Journal. Vol. LIX & LX, No. 349-352; Vol. LXI & LXII, 353-360.
»	*Mineralogical Society.*— The mineralogical magazine and Journal, Vol. IX & X, 44-45.
»	*British museum.* — Catalogue of the Birds. Vol. XX.
LYON	*Université.* — Annales, To. I-II-III, f. 1-2.
MADISON (U. S. Wisc.)	*Wisconsin Academy of sciences, arts and lettres.* — Transactions. Vol. VIII, 1888-91.
MADRID	*Academia de ciencias exactas, fisicas y naturaes.* — Memorias. To. XV, 1890-91.
MAGDEBURG	*Naturwissenschaftlicher Verein.* — Jahresberichte und Abhandlungen. 1890-91.
MANCHESTER	*Geological Society.* — Transactions. Sess. 1891-92, Vol, XXI, Part. 12.
»	*Literary and philosophical Society.* — Memoirs and Proceedings. IV Ser., Vol. IV, No. 4-5.
MARBURG	*Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften.*
	— Sitzungsberichte 1889 und 1891.
	— Schriften. Bd. XII, 4 Abth.
MARSEILLE	*Faculté des Sciences.*—Annales, To. I.
MEXICO	*Sociedad Cientifica « Antonio Alzate ».* — Memorias y Revista, To. V, N. 1-12, To. VI, N. 1-2.
»	*Observatorio meteorológico-magnetico central.*— Boletin mensual. To. III, N. 1-4.
»	*Observatorio astronomico nacional de Tacubaya.*—Boletin, To. I, N. 7-12.
»	*Direcion General de Estadistica de la Republica Mexicana.*— Boletin. Año 1889-90, Num. 4-5-6.
MINNEAPOLIS U. S.	*Minnesota Academy of natural sciences.*— Bulletin, Vol. III, N. 2.
MONTEVIDEO	*Observatorio meteorológico del Collegio Pio de Villa Colon.* — Año III, N. 7-9.

MONTPELLIER	*Académie des Sciences et lettres.*
	— Mémoires de la section des lettres. To. IX, N. 1-2.
	» » » des sciences. To. XI, N. 2.
MONTREAL (Canada)	*Geolocigal Survey of Canada.*
	— Catalogue of canadian plants. Part VI. Musci.
	— Contributions to Canadian Palaentology, Vol. III, 4.
»	*Royal Society.* — Proceedings & Transactions, Vol. 9.
MOSCOU	*Société impériale des naturalistes.* — Bulletin, 1891, Nos. 2-4; 1892, N. 1.
»	*Congrès international de Zoologie*, II Sess., I Partie.— Rapport au Congrès de Moscou, de l'association russe pour l'avancement des sciences.
MUNCHEN	*K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*—Sitzungsberichte der philol-histor. Classe 1890, Bd. I, Heft. 2-3; Bd. II, Heft. 1-3; 1891, Bd. I, Heft. 1-2.
»	*Kön. Bayerische technische Hochschule.* Bericht 1891-92.
	— Programm fur das studien. Jahrg. 1892-93.
NEW HAVEN (U. S. Conn.)	*Yale University.* — Report presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale University to the President and Fellows for the year 1891-92.
»	*American Journal of Science.* Vol. XLIII, Nos. 254-255.
OTTAWA	*Commission de Géologie et d'Histoire naturelle du Canada.*— Rapport annuel, Vol. IV, 1888-89, avec cartes.
NEW YORK U. S.	*Academy of Sciences, late Lyceum of natural history.*— Annals. Vol. V, Nos. 1-3. — Transactions. Vol. V, Nos, 2-6.
PARIS	*Institut de France. Académie des Sciences.*— Comptes rendus hebdomadaires des séances. To. CXIII, 2 Sem. 1891, Nos. 21-26; To. CXIV, 1. Sem. 1892, Nos. 1-26; To. CXV, 2. Sem. Nos. 1-23 et tables du 1 Sem.
»	*École normale supérieure.*— Annales scientifiques. 3e Série, To. VIII, 1891 et suppl. To. IX, 1892, N. 1-12. — Tables des mathières, 1856-1874.
»	*Société d'enthropologie.* — Bulletin, To. II, Ser. IV, fasc. 3-4.
»	*Société d'encouragement pour l'industrie nationale.*
	— Annuaire pour l'année 1892.
	— Bulletin To. VI, 4e Série, Nos. 72-74, To. VII, Nos. 75-81.
»	— Compte rendu bi-mensuel des Séances 1891, Nos. 17-18; 1892, Nos. 1-17.
»	*Société mathématique de France.* — Bulletin. To. XIX, Nos. 7-8, To. XX, Nos. 1-5.
»	*Société zoologique de France.* — Bulletin (1891) To. XVI, Nos. 2-10; To. XVII (1892) Nos. 1-3.
	— Mémoires To. III, 5e partie; To. IV, 1e e 2e partie; To. V, 1e partie.
»	*Archives de Neurologie.* Vol. XXIII, N. 67-69; Vol. XXIV, N. 70-72.
»	*École Polytechnique.* — Journal, Cahiers 60-62.
»	*École d'enthropologie.* — Revue mensuelle. 1e Année, No. 7.
»	*L'Astronomie.* Revue mensuelle d'Astronomie populaire publiée par C. Flammarion. 11e Année, 1892, Nos. 1-9.
»	*Nouvelles Annales de Mathématiques.* 3e Série, To. X, Dec. 1891; To. XI, 1892, Janv.-Novembre.

PARIS	*Bulletin des Sciences mathématiques.* 2e Série, To. XV, Déc. 1891; To. XVI, 1892, Janv.-Octobre.
»	*L'Électricien.* Revue internationale de l'électricité et de ses applications, 2e Série, To. II, Nos. 51-54; To. III, Nos. 55-78; To. IV, Nos. 79-102.
»	*Journal de mathématiques pures et appliquées.* 4e Série, To. VII, 1891. 4e Cahier. To. VIII, 1892, 1-3.
»	*Journal de l'Anatomie et de la Physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux.* XXVII Année, 1891, N. 6; XXVIII Année 1892, Nos. 1-5.
»	*La lumière électrique — Journal universel d'életricité.* XIII Année 1891. To. XLII, Nos. 52-53; XIV Année, To. XLIII, Nos. 1-13, To. XLIV, Nos. 14-25; To. XLV, Nos. 27-39; To. XLVI, No. 40-50.
»	*Revue Générale des Sciences pures et appliquées.* 2e Année, Nos. 23-24.
»	*Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy.* I Série, To. VII.
PHILADELPHIA	*Academy of Natural Sciences.* — Proceedings, 1891, Parts I-III.
»	*Museum of American Archäology.* — Catalogue of Maine Plants.
PRAG	*K. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.*
	— Abhandlungen, VII Folge, 4 Bd.
	— Jahresbericht fur das Jahr 1891.
	— Sitzungsberichte, 1891.
»	*K. K. Sternwarte.* — Astronomische magnetische und meteorologische. Beobachtungen im Jahre 1891.
RIO DE JANEIRO	*Istituto historico e geografico do Brazil.* — Rivista Trimestral. To. LIV, Part. I, 1e e 2e trimestres 1891.
ROCHESTER U. S.	*Academy of Science.* — Proceedings, Vol. I, Broch. 2.
SACRAMENTO (Calif)	*Lick observatory of the University of California.* — Publications. Report of the observations on the total eclipse of the sun, December 21-22, 1889, and on the total eclipse of moon, July 22, 1888.
SALEM U. S.	*Essex Institute.* — Bulletin, Vol. XXI, 1889, Nos. 7-12; Vol. XXII, 1890, Nos. 1-12.
»	*American association for the Advancement of Science.* — Proceedings, Vol. 39. — Indianopolis meetings. August 1890.
SANTIAGO DE CHILE	*Deutschen Wissenschaftliche Vereines.* Verhandlungen 1892.
ST. PETERSBOURG	*Académie impériale des Sciences.* — Bulletin, N. S., XXXIV, N. 2. — Mémoires. To. XXXVIII, N. 5-7; To. XXXIX, 1e partie.
»	*Societas entomologica rossica.* — Trudi (Horae). To. XXV.
STOCKHOLM	*Société entomologique.* — Entomologisk Tidskrift. Aarg. 12, 1891, Heft. 1-4.
»	*Acta mathematica*, 1891, Nos. 1-4.
STUTTGART	*Verein fur vaterlandische Naturkunde in Württemberg.* — Jahreshefte. XLVIII Jahrg.
»	*Zeitschrift fur das gesammte Handelsrecht.* XL Bd. (N. S. XXV Bd.) 3 u. 4 Heft. XLI Bd., 1-2.
»	*Universität.* — Inaugural Dissertationen.

1. Mittheilungen des Ornithologischen Vereines in Wien.
2. Palaeozosche Versteinerungen aus Bolivian.

3. Die Conglomerate und Breciceu des Plysch in der Schweig.
4. Ueber die vorgänge an der Uebergangsstelle eines elektrischen Stromes zwischen Elektrolyten in verschiende Kongentrirten Lösungen.
5. Ueber Messungen der Dielectricitats constanten Der Dämpfe und Ueber die Mossotticlausius 'sche Theorie der Dielectrica.
6. Beitrag zur Kenntniss der Gattung' Boxburghia.
7. Das magnetische Feld im physikalischen Laboratorium und die erdmagnetischen Constanten von Strassburg.
8. On Tetrolic Acid.
9. Ueber die Umwandlung der Phenyl-bypentensäure (Cinnamenylpropionsäure) in Pheny-aB-petensâure.
10. Ueber neue Syntesen mit Brenztraubensaure.
11. Ueber Das Gesetz der Elastichen Dehnung.
12. Ueber Dichlormethylpara consäure.
13. Ueber die Einwirkung von Natriumaethylat aut Isoprophylparaunsäure aethylester.
14. Krystallographische Beschréeibung des Eeisenglanzes und des Fahlerzes von Framont.
15. Mittheilungen über den Kalkspath von Elsass Lothringen.
16. Ueber den Einfluss der Luft aut den Widerstand des Quecksilbers.
17. Preis-Verzeichniss über astronomische und gedätische Instrumente.
18. Bucher-Verzeichniss.

SIDNEY — *Royal Society of New South Wales.*
Journal and Proceedings. Vol. XXIV, part. II, 1890; Vol. XXV, 1891.
— Annual report of the department of mines ad Agricultures for the Year 1891.

» — *Australian association for the Advancement of Science.*— Report of III meeting held at Christchurch (New Zeland) in January 1891.

» — *Geological Survey of New South Wales (Department of Mines).*—Records. Vol. I (1889) Parts I and III, Vol. II, 1890, Parts I-III, Vol. III, 1892, Part I.— Memoirs. Palaeontology, Nos. 1-8.

TOKIO (Giappone) — *Deutsche Gesellschaft für Natur-und-Völkerkunde Ost-Asiens.*— Mittheilungen, Heft. 47-50 (Bd. V, Leite 295-438).

» — *K. Japanische Universität.*—Mittheilungen aus der Medicinischen Facultät, 1892.

UPSAL — *Université.*—Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique, Vol. XXIII 1891.

WASHINGTON U. S. — *Smithsonian Institution.*
— Report of the U. S. National Museum for the year ending. June 30, 1889.
— Annual report of the Board of Regents to July 1890.
— Contribution to the knowledge. No. 801.
— Smithsonian miscellaneous collections, Nos. 140, 156, 238, 325, 478, 594, 663, 785.
— Publications of barned Societies and periodicals in the library of Smith. Inst. Part. II, 1856.
— List of members.

WASHINGTON U. S. *U. S. Department of Agriculture.*— North American Fauna. No. 5.

» *Cinquième congrès géologique international 1891.*— Liste générale des membres et procès verbaux des séances.

» *U. S. Naval Observatory.* — Astronomical and meteorological observations made during the year 1886-87.—Report of the superintendent for the year ending June 30, 1891.

» *U. S. Geological Survey.*

— Contributions to North American Etnologie, Vol. II, Part I and Vol. IV.

— Bulletin, Nos. 62-82.

— 10th Annual report, 1888-89, Part. I, Geology; Part. II. Irrigation.

WIEN *K. Akademie der Wissenschaften.*—Almanach für 1891.

— Archiv: für österreichische Geschichte. LXXVII Bd. 2 Halfte.

— Denkschriften (math.-naturw.-classe) LVIII Bd. 1891.

» (philol.-histor.-classe) XL Bd. 1891.

— Sitzungsberichte (math.-naturw. Classe) C. Bd. I-III, Abth., Heft. 1-7.

» (philol.-histor. Classe) CXXIV u. CXXV Bd.

» *K. K. central Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.* — J cher. Jahrg. 1888, N. F., XXV Bd.

» *K. K. Gradmessungs-Bureau.* — Astronomische Arbeiten. III Bd., 1891.

» *K. K. geologische Reichanstalt.*

— Abhandlungen. Bd. XVII. Heft. 1-2.

— Jahrbuch, 1892, XVII Bd., Heft. 1-3.

— Verhandlungen (1891) N. 15-18; (1892), N. 1-10.

» *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.* — Verhandlungen. Jahrg 1891, XLI Bd., Quartal 3-4; XLII, 1-2.

» *Ornithhologischer Verein.* — Mittheilungen (Die Schwalbe) XV Jahrg. N. 23-24; XVI Jahrg. 1-21.

» *Wienerentomologische Zeitung.* — XI Jahrg, 1892, Heft. I.

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

A. Oglialoro — *Rapporto dei lavori compiuti dall'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche nell' anno 1891.* . . . . . pag. 9

Programma di concorso. . . . . . » 16

F. Angelitti — *Determinazioni assolute della Inclinazione Magnetica eseguite negli anni 1889, 1890 e 1891 nel R. Osservatorio di Capodimonte.* . . . . . » 17

F. Bassani — *Alla venerata memoria di* Achille De Zigno. . . . . » 22

G. Paladino — *Rapporto sul lavoro del Dottor* A. Russo . . . . . » 24

G. Battaglini — *Intorno ad una Serie di linee di 2° grado* . . . . . » 25

A. Russo — *Embriologia dell'Amphiura squamuta, Sars (Morfologia dell' apparecchio riproduttore)* . . . . . » 34

L. Pinto — *Sull'azione reciproca fra due elementi magnetici e sul modo con cui dovrebbero variare con la latitudine la inclinazione e la intensità magnetica terrestre nella ipotesi di Gilbert e nelle altre che analiticamente le equivalgono* . . . . . » 37

L. Pinto — *Per* Dino Padelletti. . . . . » 49

G. Paladino — *Rapporto sul lavoro del signor* A. Montuori. . . . . » 51

A. Montuori — *Influenza dell' asportazione della milza sul potere microbicida del sangue* . . . . . » 51

E. Fergola — *Per* Annibale De Gasparis . . . . . » 65

S. Trinchese — *Relazione intorno al lavoro del D.r* Monticelli . . . . . » 66

Fr. Sav. Monticelli — *Appunti sui Cestodaria.* . . . . . » 67

Guido Grassi — *Sulla resistenza magnetica delle derivazioni nell'aria e su di un metodo atto a misurarla nelle dinamo* . . . . . » ivi

G. Battaglini — *Rapporto sulla Nota del Dottor* R. Marcolongo . . . . . » 70

R. Marcolongo — *Alcune applicazioni delle Funzioni ellittiche alla Teoria dello equil brio dei fili flessibili* . . . . . » 71

G. Albini — *Poche notizie sulle ossa e sulle tombe scoperte in S. Andrea delle Dame* . . . . . » 85

G. Battaglini — *Rapporto sulla Nota del Dottor* R. Marcolongo . . . . . » 88

R. Marcolongo — *Alcune applicazioni delle Funzioni ellittiche alla Teoria dello equilibrio dei fili flessibili* . . . . . » 89

E. Fergola — *Rapporto sulla Memoria del Dottor* F. Angelitti . . . . . pag. 96
F. Angelitti — *Nuova determinazione della latitudine geografica del R. Osservatorio di Capodimonte, mediante i passaggi di alcune stelle al primo verticale, osservati nell'anno 1889* . . . . . » 97
L. Palmieri — *Sull'Elettricità negativa dell'atmosfera a ciel sereno — A proposito di una recente pubblicazione sullo stesso argomento* . . . » 104
F. Angelitti — *Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1891* . . . » 113
O. Comes — *Rapporto sulla Nota del Prof.* F. Balsamo . . . . . » 119
F. Balsamo — *Contribuzione alla Flora Africana — Piante delle Canarie e del Congo raccolte da G. Zenker — Centuria Prima* . . . » ivi
G. Albini — *Di alcune eminenze alla faccia interna della retina del cane e del capretto.* . . . . . » 132
L. Pinto — *Per* Enrico Betti . . . . . » 143
A. Costa — *Sugli effetti del veleno dello Scorpione Tunisino (Buthus tunetanus) nell'uomo* . . . . . » 144
G. Battaglini — *Rapporto intorno alla Nota del Signor* Enrico Ascione . . . » 146
Enrico Ascione — *Alcune considerazioni sul pentaedro completo* . . . . . » 147
F. Contarino — *Osservazioni della nuova Cometa di Holmes, fatte nell'Osservatorio di Capodimonte* . . . . . » 152
G. Paladino — *Della continuazione del nevroglio nello scheletro mielinico delle fibre nervose e della costituzione pluricellulare del cilindrasse.* » 153
S. Trinchese — *Rapporto intorno alla Nota del Dottor* Fr. Sav. Monticelli . » 158
Fr. Sav. Monticelli — *Sulla cosidetta subcuticola dei Cestodi* . . . . . » ivi
G. Paladino — *Rapporto sul lavoro del Dottor* A. Montuori. . . . . » 166
A. Montuori — *Influenza dell'ablazione della milza sul potere microbicida del sangue* . . . . . » 167
A. Capelli — *Rapporto sulla Nota del Prof.* V. Mollame . . . . . » 179
V. Mollame — *Sulle radici primitive dell'unità negativa* . . . . . » ivi
F. Bassani — *Relazione sulla Memoria del Sig.* G. De Lorenzo. . . . . » 184
G. De Lorenzo — *Sul Trias dei dintorni di Lagonegro in Basilicata* . . . . . » 186
E. Fergola — *Osservazioni Meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte.* . . . . . » 54

il seguito alle pagine 80, 109, 134,

UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 02221 2644

Reviewed By Preservation
2000